

软土地基三维固结分析及其工程应用

蔡 新¹ 郭兴文² 沈培良³ 江 泉² 陈志坚²

(1. 南京水利科学研究院, 江苏 南京 210029 2. 河海大学土木工程学院, 江苏 南京 210098;
3. 上海隧道工程公司, 上海 200023)

摘要 采用三维非线性比奥(Biot)固结有限元法研究软土地基的固结变形, 推导了有关公式, 编制了相应的计算程序, 并对某工程大型沉井封底后沉井的变位和地基应力、孔隙水压力的分布及消散过程进行了研究. 结果表明, 天然地基下, 通车后沉井有南倾趋势, 地基应力不大, 应力水平较低, 地基土不会发生塑性剪切破坏, 孔压逐渐减小, 地基固结度逐渐增大.
关键词 软土地基 固结 孔隙水压力 沉降 非线性有限元
中图分类号 :TU431 文献标识码 :A 文章编号 :1000-1980(2001)05-0027-06

软土地基上的建筑物,其沉降和稳定性与地基土的压缩性密切相关,且与时间有关.由 Terzaghi 提出的固结理论,只在一维情况下才是精确的.在多维固结问题中,因忽略了变形协调条件对固结过程中总应力的影响,所获得的解是近似的.Boit 提出的固结理论,从严格的固结机理出发推导了准确反映孔隙压力消散与骨架变形相互作用关系的三维固结方程,它将固结过程处理为一个弹性体应力和孔隙水流动的耦合问题,一般称之为“真三维固结”.多年来,土工界对土体固结进行的研究,一般只限于二维问题.大量实际建筑物和地基土的共同作用问题是地基土的三维固结问题,以往往往近似地简化为二维问题来研究,这种简化处理得到的结果常常误差较大,有时甚至失真.所以进行软土地基三维固结问题的研究,对准确把握地基土的工作性态和建筑物的稳定性有重要的实际意义.

1 软土三维比奥(Biot)固结理论及其有限元法^[1]

1.1 固结微分方程

在土体中任取一微分体,体积力只考虑重力, z 坐标向下为正,应力以压为正,同时考虑到小变形假定的物理方程和几何方程,可得到以位移与孔压表示的平衡微分方程

$$\left. \begin{aligned} &-G \nabla^2 u - \frac{G}{1-2\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ &-G \nabla^2 v - \frac{G}{1-2\mu} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ &-G \nabla^2 w - \frac{G}{1-2\mu} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial p}{\partial z} = \gamma \end{aligned} \right\} \tag{1}$$

式中: ∇^2 ——Laplace 算子; u, v, w ——三个坐标方向的位移分量; G, μ ——剪切弹性模量与泊松比; p ——超静孔压; γ ——土的重度.

饱和土固结时体积变化满足连续性方程,即有

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{3} \frac{\partial \theta}{\partial t} + c_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + c_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + c_z \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \tag{2}$$
$$c_x = \frac{Ek_x}{3(1-2\mu)\gamma_w}, c_y = \frac{Ek_y}{3(1-2\mu)\gamma_w}, c_z = \frac{Ek_z}{3(1-2\mu)\gamma_w}$$

式中: c_x, c_y, c_z ——三个坐标方向土体的固结系数; θ ——总应力和, $\theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$; k_x, k_y, k_z ——土体三个方向的渗透系数; γ_w ——水的重度.式(1)(2)为位移与孔压表示的比奥固结理论基本微分方程.

1.2 固结有限元方程

由于边界条件及初始条件的复杂性,要得到比奥固结偏微分方程组的理论解析解非常困难,一般借助于有限元的数值方法.

将所分析的土体结构划分为若干结点的空间等参单元,从而得到位移模式及坐标变换式,由虚功原理可推出单元结点力的表达式

$$F^e = K_0 \delta^e + \bar{K} \beta^e \quad (3)$$

式中: K_0 ——通常的单元劲度矩阵; $\bar{K}$ ——单元结点孔隙压力所对应的那部分结点力; δ^e ——单元结点位移; β^e ——单元结点超静孔压.

该式表示结点力与某一时刻已产生的位移所对应的骨架应力以及尚未消散的超静孔隙压力两部分相平衡.

对所有位移未知的结点建立平衡方程,以矩阵表示为

$$K_0 \delta + \bar{K} \beta = R \quad (4)$$

其中 R 为结点荷载向量.

假定土体中的流体不可压缩,则得到 t 时刻的连续性方程

$$\tilde{K} \delta_t + K' \beta_t = S \quad (5)$$

式中: $\tilde{K}$ 的元素反映了结点位移变化所对应的单元体积压缩; K' 的元素的意义是结点孔压差所产生的水力坡降在 Δt 时间内引起的从单元中排出的水量; $S = \tilde{K} \delta_{t-\Delta t}$ 是已知的.

式(5)即是式(2)的连续性方程的有限元法表示.

联立式(4)(5),得比奥固结方程的有限元法公式

$$\begin{bmatrix} K_0 & \bar{K} \\ \tilde{K} & K' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R \\ S \end{Bmatrix} \quad (6)$$

其中 $\tilde{K}^T = \bar{K}$.

考虑到土体骨架本构关系的非线性及施工过程中荷载的分级施加,一般采用增量形式的支配方程较为方便,即从位移增量计算应力增量,从而得固结过程中各时刻的应力应变及孔压变化.若用 Δt 时段内的位移增量 $\Delta \delta$ 代替式(6)中的 δ ,则式(6)变为

$$\begin{bmatrix} K_0 & \bar{K} \\ \tilde{K} & K' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \delta \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R - R_t \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

其中 R_t 表示在 $t - \Delta t$ 时刻以前各时刻发生的位移对应的应力所平衡了的荷载.

式(7)即为增量形式的比奥固结有限元方程.其中孔隙压力并没有采用增量形式,这是因为渗流取决于孔隙压力的全量分布,而不是决定于 Δt 时间内的孔压增量的缘故.当考虑材料非线性或弹塑性时,只要根据不同时刻的应力状态重新形成 K_0 即可,而 $\bar{K}$, K' 因与弹性矩阵无关而不变.

1.3 方程的应用

1.3.1 初始条件

比奥方程中,孔隙压力与外荷载的关系在平衡方程中得到反映.但如在加荷前存在初始未完全消散的孔隙压力 β_0 ,则须考虑其影响.此时式(7)成为

$$\begin{bmatrix} K_0 & \bar{K} \\ \tilde{K} & K' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \delta \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R - R_t + R_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

其中 $R_0 = K' \beta_0$,相当于作用了附加外荷载 R_0 引起的固结.

解题过程中对每一个 Δt 要用到前一时刻的位移.推到最初时刻就要知道初始位移,即位移初始条件.一般情况下取 $\delta_0 = 0$,即仅考虑加荷以后的位移.

1.3.2 边界条件

比奥固结边界条件包括位移边界条件和孔压边界条件.对位移边界条件的处理与通常的有限元法完全一致.孔压边界条件有(a)透水边界.其孔压是已知的,无须建立连续性方程.但若位移未知,则须建立平衡方程.若已知的孔隙压力值不为0,则在建立平衡方程时应包含这些已知的孔隙压力值.(b)不透水边界.这类边界上的结点须建立连续性方程.但由于不透水,通过边界的流量为0,连续性条件不变,即在建立方程时

与内部结点无关。(c)土层均匀向外延伸而被截取的边界,应截取边界范围较大,具体情况按前两种边界情况处理,这样处理对主要分析的区域计算结果影响不大。

1.4 固结中的逐时段加荷

土体固结过程中,孔压随时间逐步消散,有效应力逐步增加。考虑施工过程荷载是随时间逐级施加的,加荷之间也可能存在间歇,因而实际计算是按一个 Δt 时间间隔进行的。把荷载分成若干阶段分别在不同时刻施加。在某一时刻,将前面到该时刻尚未被有效应力平衡的那部分荷载,即式(7)中的 $R - R_i$ 与该时刻新增加的荷载增量叠加在一起,进行消散计算。如此反复可计算各级荷载。这样施工阶段任一时刻的位移、孔压、有效应力都可清楚地算得。

在逐级加荷计算中,对某一级荷载来说,荷载是一次施加的,在一级荷载增量较大时,计算得到的变形往往偏大,以致较多单元达到破坏。这是因为加荷初期土体来不及固结,有效应力较低,相应的强度较小,弹模较低。实际加荷过程中一级荷载是逐步缓慢施加的,有足够时间提高强度和弹模,变形不会太大。为使计算结果更加符合实际情况,宜将一级荷载 R_i 在其施工期 t_c 天内分成 n 个小增量 R_i/n ,并将 t_c 分成 n 个 Δt ,每个 Δt 就增加 R_i/n 的荷载。

1.5 时间步长 Δt 的选取

在固结有限元计算中,时间步长 Δt 不宜取得太小,否则方程的系数矩阵会因部分元素太小而导致病态。但在加荷开始阶段,如果 Δt 取得太大,又会使误差较大。故第一个 Δt 一般按 Verruijt 建议的公式(9)取值

$$\Delta t = L^2 \mathcal{A} \frac{k}{\gamma_w} (B + \frac{4}{3} G)^{-1}$$

(9)

式中: L ——单元平均尺寸; k ——土的渗透系数; B ——土的体积模量; G ——土的剪切模量。加荷后期孔压变化较小, Δt 可适当取大以节省机时。

1.6 材料本构模型及方程的求解

土体的静力本构模型采用非线性的 Duncan E- μ 模型,岩石和混凝土材料采用线弹性模型,在土体与混凝土之间设置无厚度的 Goodman 接触面单元。上述模型的表达式已为大家熟知,这里不予赘述,可参阅文献[1]。

由于本构模型的非线性特性,导致固结方程的非线性,求解非线性问题的常用方法为增量法。为提高计算精度,采用中点增量法[1]。

2 工程实例

利用 Biot 固结理论和建议的数值计算方法,编制了相应的计算机程序,并对某工程大型沉井封底后地基软土的固结变形、孔压分布及消散过程进行了研究。

2.1 计算模型

某悬索大桥工程北岸为软土地基,采用沉井基础。软土地基及沉井剖面如图 1 所示。土层自上而下依次为:Ⅰ为亚粘土与亚砂土;Ⅱ为细砂;Ⅲ为亚粘土;Ⅳ为细砂和含砾中砂和细砂;Ⅴ为基岩。沉井上面的锚碇为散索鞍座。根据锚碇结构及周围地基分层情况,计算模型包括北锚体和沉井基础以及周围地基土体、压重等,内含 22#~26# 引桥墩基础。以北锚沉井基础为中心,地基范围取南北水平方向总长 250 m,东西侧向总长 150 m,深度方向,从地平面至沉井底面以下 64.4 m 处,底面边界高程为 -120 m。

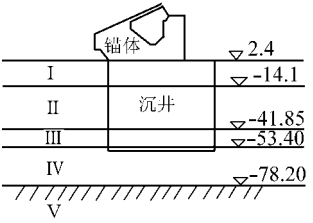


图 1 软土地基及沉井剖面
Fig.1 Section of soft soil foundation and caisson

单元划分时充分考虑了地基土层和岩石、沉井、锚体、压重混凝土等的不同性质分区划分,单元形态均采用八结点等参单元,在混凝土与地基接触面上设置 Goodman 单元,设置范围包括井壁与土层、井底与土层、锚体与地基土的所有接触面。图 2 为北锚沉井地基三维计算网格剖分图。

2.2 初始条件与边界条件

(a)应力初始条件:取地基土层的自重应力。(b)位移初始条件:初始时刻假定为沉井封底,此时的位移为零。各级计算所得的位移为其他各时刻相对于封底时刻发生的相对位移。(c)孔压初始条件:视封底时刻土体的超静孔压为零,不计及封底前施工对地基中孔压的影响。即有限元方程式(7)中孔压全量为超静孔压,而非

总水势能。(d)孔隙水压力边界条件:周边孔压边界为延伸被截取边界。据地质条件,上面土层为排水边界,基岩为不透水边界。沉井混凝土结点不透水。

2.3 计算工况

计算工况严格按施工顺序和施工期逐级加载的方式确定。(a)北锚沉井下沉至-55.6m高程,并已封底及井内充砂充水(工期2个月)(b)沉井+顶盖+锚体(工期10个月)(c)沉井+顶盖+锚体+大缆荷载(工期6个月);(d)沉井+顶盖+锚体+大缆荷载+压重块(工期0.5个月)(e)沉井+顶盖+锚体+大缆荷载+压重块+成桥恒载(工期6个月)(f)沉井+顶盖+锚体+大缆荷载+压重块+成桥恒载+活载(通车58d)。

2.4 材料参数

根据锚碇、沉井、地基土及岩基各自的特点,土体采用非线性的Duncan E-μ模型,沉井混凝土、锚体混凝土及岩石采用线弹性模型。参数取值见表1~表3^[2]。

表1 地基土参数

Table 1 Parameters of foundation soil

土层	$\gamma/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	c/kPa	$\varphi/(\text{^\circ})$	R_f	K	n	G	F	D	K_{ur}	$\frac{K_x(K_y)}{(10^{-4}\text{cm}\cdot\text{s}^{-1})}$
I	18.7	9.0	23	0.75	240	0.45	0.35	0.05	4.5	480	1.0
II	19.4	0.0	32	0.75	460	0.50	0.30	0.05	4.0	920	6.0
III	19.7	12.0	24	0.80	440	0.50	0.32	0.05	4.0	880	3.0
IV	20.0	0.0	36	0.70	600	0.55	0.20	0.05	3.0	1200	2.1

表2 接触面参数

Table 2 Parameters of contact surface

接触面	c/kPa	$\delta/(\text{^\circ})$	R_f	K_n	n_1	K_1	K_{st}
土与混凝土	3.0	20	0.85	900000	0.65	800	800

表3 混凝土与基岩参数

Table 3 Parameters of concrete and bedrock

材料	$\gamma/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	c/kPa	$\varphi/(\text{^\circ})$	E/GPa	μ
混凝土	25.0	0.0	0.00	9	0.167
基岩	26.5	400.0	36.87	5	0.260

2.5 计算结果及分析

2.5.1 锚体及沉井的变位

锚体及沉井变位如表4及图3所示。

表4 6种工况特征点位移

Table 4 Displacements of key points under six conditions

工 况	点号 1776		点号 3140		点号 1178		点号 2908		点号 2613	
	x	z	x	z	x	z	x	z	x	z
a					0.49	0.03	0.72	-6.36		
b	-7.18	-5.90	-6.52	-11.70	1.58	-5.24	1.70	-16.11	-6.21	-9.27
c	-0.67	-6.74	-0.54	-8.42	2.23	-7.14	2.34	-13.62	-0.33	-7.66
d	-1.16	-6.93	-0.97	-9.02	2.31	-7.19	2.42	-14.14	-0.75	-8.09
e	16.29	-9.09	15.05	-0.13	4.09	-12.05	4.19	-7.46	15.03	-3.64
f	21.51	-9.70	19.85	2.52	4.62	-13.58	4.72	-5.38	19.75	-2.33

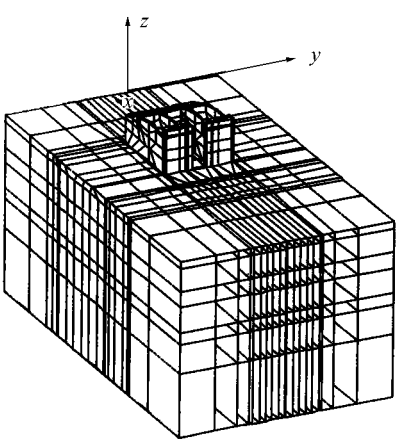


图2 三维计算网格

Fig.2 Meshes of 3-D FEM

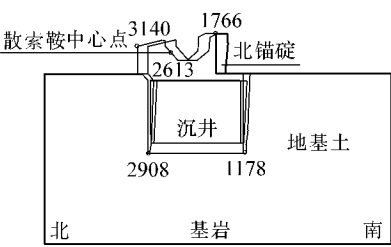


图 3 通车 58 d 散索鞍轴线纵剖面南北水平变形

Fig.3 Deformation of structure after 58 days ' operation

特征点点号位置如图 3 所示. 各工况在施工期不同荷载的作用下 ,锚体和沉井的水平位移和沉降均有明显的差异 ,前 4 种工况锚体和沉井主要北倾 ,通车后 ,受主缆 64 万 kN 的拉力后 ,沉井底南北脚点有明显的沉降差 ,达 8.20 cm ,有南倾趋势 ,锚体将发生最大的水平位移 21.51 cm. 散索鞍中心点的最大水平位移(向南) 19.75 cm.

2.5.2 地基土变形

地基土变形如图 4、图 5 所示.

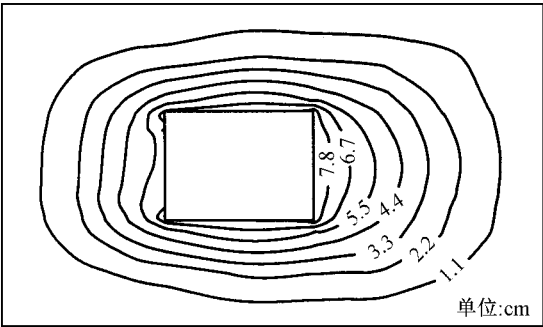


图 4 通车 58 d 地基南北向水平位移等值线($z = -30\text{ m}$)

Fig.4 Horizontal displacement isoline of foundation after 58 days ' operation

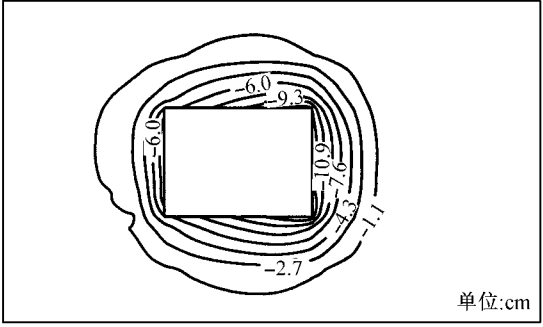


图 5 通车 58 d 地基沉降等值线($z = -30\text{ m}$)

Fig.5 Vertical displacement isoline of foundation after 58 days ' operation

各工况下井底土以压缩沉降为主 ,前 4 种工况北部地基沉降较大 ,架梁成桥加恒载后南部沉降增大. 各工况下对井底地基沉降的影响范围在井下 15 ~ 20 m 间 ,井南 80 m 左右 ,井北约 70 m ,井东西向两侧 40 m 左右. 井南北和东西侧地基土的变形基本与各工况下沉井的变位协调一致.

2.5.3 土体应力及孔隙水压力

土体应力及孔隙水压力如图 6、图 7 所示.

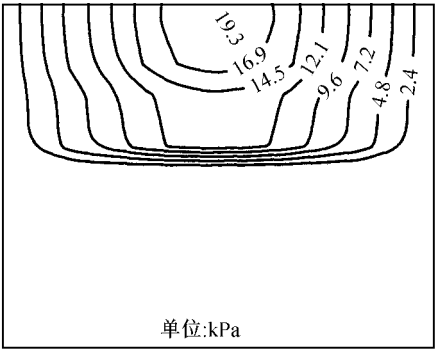


图 6 通车 58 d 地基孔隙压力等值线($x = 164\text{ m}$)

Fig.6 Pore water pressure isoline of foundation after 58 days ' operation

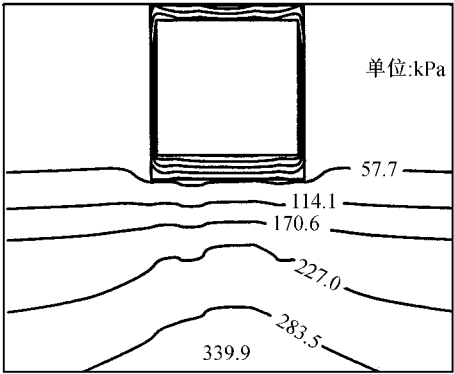


图 7 通车 58 d 地基竖向应力等值线($x = 109\text{ m}$)

Fig.7 Vertical stress isoline of foundation after 58 days ' operation

地基土中应力 :前 4 种工况下 ,随着土体的逐步受压固结 ,地基应力呈增大趋势. 架梁后由于受拉力作

用,地基土竖向应力有明显减小,各工况下总体应力水平均较低,地基土不会发生塑性剪切破坏。

地基土中的孔隙水压力:前 2 个工况中的诸时段中,孔压有增长趋势,在第 3 工况开始以后的工况中,孔压总体上不断减小,但有一定的波动现象。这是由于计算采用逐时段加荷,前一时段加荷,地基要固结,伴随孔压消散,而在下一时段又有追加荷载,孔压会有所增长,但随着时间的推移,孔压总体上在减小,土体的固结度在增长。通过施工结束时及运行期孔压与前期孔压的比较,可以看出土体中的平均固结度仍在缓慢增长。

参考文献:

- [1] 钱家欢,殷宗泽.土工原理与计算[M].北京:水利电力出版社,1996.193~221.
- [2] 陈志坚,游庆仲,胡应德.江阴大桥北锚沉井地基土邓肯参数的反演及反馈分析[J].固体力学学报,1999,20(专辑):102~106.

Three Dimensional Consolidation Analysis of Soft Soil Foundation and Its application

CAI Xin¹, GUO Xing-wen², SHEN Pei-liang³, JIANG Quan², CHENG Zi-jian²

(1. Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210029, China;

2. College of Civil Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China;

3. Shanghai Tunnel Engineering Company Co., LTD., Shanghai 200023, China)

Abstract: Based on the nonlinear Biot's consolidation theory, a 3-D FEM program is developed. The consolidation deformation and pore water pressure dispersion of the soft soil foundation of a large caisson are studied by the 3-D FEM program for the construction and operation stage after the top surface of the caisson is closed. The settlement of the caisson is also specially studied. The results show that under the condition of natural soil foundation, the caisson tends to incline to south after the bridge is put into operation. However, the stress in the soil foundation is not high and the stress level is low, so the plastic shear failure will not occur in the soil foundation, while the pore water pressure will disperse and the degree of soil foundation consolidation will increase.

Key words: soft soil foundation; consolidation; pore water pressure; settlement; nonlinear FEM