

黄河小浪底坝区蓄水过程泥沙数学模型的研究

陈雄波¹, 于清来², 唐洪武¹

(1. 河海大学水利水电工程学院, 江苏 南京 210098; 2. 南京水利科学研究院, 江苏 南京 210024)

摘要: 考虑高含沙水流特殊的运动规律, 选用适当的公式和参数, 得到多沙河流平面二维水沙运动方程, 用 SIMPLER 程式求解. 求解过程中为提高数学模型的精度, 根据高含沙水流特性, 采用了将沙场与流场进行耦合计算的方法, 对沙场收敛条件提出应满足含沙量场与挟沙力场均稳定的观点, 并给出了具体的判断式, 对恢复饱和系数的取值进行了有意义的讨论. 利用数学模型对黄河小浪底坝区物理模型的蓄水过程进行了模拟, 通过计算结果与实测物模地形变化的对比, 验证了建立的数学模型的正确性.

关键词: 高含沙河流; 泥沙淤积; 耦合分析; 数学模型

中图分类号: TV145⁺.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1980(2001)05-0054-06

高含沙河流是客观存在的自然现象, 其运动规律与一般河流的演变规律大不相同. 我国黄河中、下游大部分地区, 河流汛期含沙量都比较高, 每立方米水体中沙量可达几百千克甚至 1 000 千克以上. 随着计算机技术的迅速发展, 迫切需要发挥数学模型周期短、投资少的优点, 研究黄河河道洪水出现的各种问题, 预测河床演变过程, 探求促使演变过程向有利方向转化的途径和措施. 国内的高含沙水流数学模型大都是以黄河干支流为背景, 经过许多学者的工作, 目前数学模型研究已发展到一定水平, 能较好地适用于黄河河道一般挟沙水流及高含沙洪水情况^[1~3]. 但各家的模型大多用经验数据来弥补理论认识的某些不足. 此外, 在流场与沙场是否一定要耦合求解、断面概化的依据、冲刷机理等方面, 各家都自有说法. 因此, 高含沙河流泥沙数学模型的研究需进一步深入.

多沙河流修建水库后淤积严重, 用物理模型试验的方法进行坝区泥沙运动规律的研究, 往往需要耗费大量的时间和人力物力. 用数学模型的方法研究黄河干支流水库泥沙的运动规律, 对预测泥沙淤积情况, 保持水库长期的有效库容, 预测坝区内水利设施运用后附近河段演变情况, 具有重要意义.

1 坝区水流运动特点和数学模型建立的原则

黄河是举世闻名的多沙河流, 多年平均输沙量达 16 亿 t, 其中汛期来沙量占 84%, 含沙量可达数十千克至数百千克. 河床调整速度快, 幅度大. 若水库建成后管理使用不当, 泥沙将大量落淤, 会引起多方面的问题. 天然河流上游的来水来沙条件与河床周界条件经过长期的相互作用后, 会形成一种相对平衡的关系. 在河流上修建水库后, 会破坏这种平衡状态. 库区水位壅高, 水深增大, 流速减小, 水流挟沙能力减小, 会导致大量泥沙在库区淤积, 使水库兴利库容减小, 甚至威胁水库使用寿命.

高含沙水流与一般低含沙水流相比, 其流变特性、运动特性、输沙特性、阻力特性等都有较大不同. 一次洪水的冲淤深度可达 3~5 m, 而河床的调整又反过来影响水流挟沙能力. 黄河中下游的泥沙主要集中于汛期, 因而在研究坝区泥沙淤积问题时, 可以只考虑汛期的水沙条件. 水库淤积平衡时间的长短取决于库容与年输沙量的比值的大小. 以黄河小浪底水库为例, 在 205 m 蓄水位下, 水库的库容约为 17 亿 m³, 而年均输沙量多达 16 亿 t, 故在此种水位运用下很快即可达到淤积基本平衡. 在水库淤积过程中, 水流的挟沙能力是不断变化的. 因此, 本文所建立的高含沙河流坝区泥沙数学模型, 除满足一般泥沙数学模型的要求外, 还遵循了以下原则:

- a. 充分考虑到高含沙河流特殊的演变规律,适当选取模型中的参数,选用各家公式时也要考虑其是否适用于含沙量较高的情况;
- b. 计算中将流场与沙场耦合,以适应黄河中下游泥沙的多来多排、演变迅速的特点;
- c. 分步计算河床冲淤变形时,考虑到河床变形迅速的实际情况,计算时段应较小,以满足时段初和时段末流场的相似性;
- d. 模型收敛性判别时,除了满足流场收敛外,还要满足沙场稳定的条件。

2 水流泥沙运动的基本方程

天然水流都是三维问题,需要用三维方程来描述。对于一般水库水沙运动来说,由于深度尺寸比平面尺寸要小得多,物理量沿水深的分布是次要的,故可以采用平面二维沿水深平均方程。用 $k-\epsilon$ 模型表征紊动扩散系数,推导后可得沿水深平均的高含沙水流泥沙运动的基本方程为:

a. 连续方程

$$\frac{\partial \rho_m h}{\partial t} + \frac{\partial \rho_m h u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

式中: ρ_m ——浑水密度,与含沙量大小有关; h ——水深, $h = z_s - z_b$, z_s 为水面高程, z_b 为河底高程; $i = 1$ 时 u_i 为水平方向平均速度, $i = 2$ 时 u_i 为垂直方向平均速度。

b. 运动方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_m h u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho_m h u_i u_j}{\partial x_j} = & -\rho_m g h \frac{\partial z_s}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} [(\mu_t + \eta) h (\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i})] + \\ & \frac{\partial h \tau_B}{\partial x} + \frac{\partial h \tau_B}{\partial y} + \tau_{si} - \tau_{bi} - \frac{2}{3} \frac{\partial \rho_m h k}{\partial x_i} \end{aligned} \tag{2}$$

式中: τ_B ——宾汉极限切应力; τ_{sx} , τ_{sy} , τ_{bx} , τ_{by} ——水面、水底的 x 和 y 方向上的切应力,若不考虑水面风应力, $\tau_{sx} = \tau_{sy} = 0$; $\eta = \mu_r / \mu$, μ 为清水粘性系数, μ_r 为相对粘性系数,与含沙量及极限含沙量有关; μ_t ——紊动动力粘性系数。

c. k 方程

$$\frac{\partial \rho_m h k}{\partial t} + \frac{\partial \rho_m h u_j k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} [(\frac{\mu_t}{\sigma_k} + \eta) h \frac{\partial k}{\partial x_j}] + h P_k + h P_{kv} - \rho_m \mu_t \epsilon h \tag{3}$$

d. ϵ 方程

$$\frac{\partial \rho_m h \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial \rho_m h u_j \epsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} [(\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} + \eta) h \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j}] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{h} P_{kv} + h P_{\epsilon v} - \rho_m C_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{h} \tag{4}$$

式中 P_{kv} , $P_{\epsilon v}$ 反映了由于垂向分布不均匀产生的弥散效应和床面切应力所引起的紊动效应:

$$P_{kv} = C_0 \frac{\rho_m u_*^3}{h} \tag{5}$$

$$P_{\epsilon v} = C_\epsilon \frac{\rho_m u_*^4}{h^2}, C_\epsilon = 3.6 C_{2\epsilon} \frac{C_\mu^{1/2}}{C_f^{3/4}} \tag{6}$$

式(3)~(6)中其他参数和系数与清水水流 $k-\epsilon$ 模型的相同。

e. 河床变形方程

黄河中下游干支流所携带泥沙粒径很细,泥沙运动的主要形式是悬移质运动,推移质运动引起的河床变形可不予考虑。实际计算时考虑到悬沙颗粒不均匀,将悬沙分为 N_0 组,以各组中值粒径为代表粒径,可得

$$\gamma' \frac{\partial \eta_n}{\partial t} = \alpha_n \omega_n \beta_n (S_n - S_*) \tag{7}$$

式中: γ' ——泥沙干容重; η_n ——第 n 组泥沙粒径造成的淤积厚度; α_n ——第 n 组泥沙的恢复饱和系数; $\beta_n = 1$ (淤积时); S_* ——挟沙力,用窦国仁公式计算^[3]。

3 数学模型所用公式和参数的选取

3.1 流变公式的选用

通常认为高含沙水流流变规律用宾汉体方程表达,即

$$\tau = \tau_B + \eta \frac{du}{dy} \quad (8)$$

τ_B 数值一般较小,故有人将其取为 0.但考虑到二维数值模拟中已经对很多因素作了简化,不宜再将 τ_B 忽略.计算时采用经过大量水槽试验和实测资料验证的窦国仁-王国兵公式来计算 τ_B 和 η ^①.

3.2 挟沙力公式的选用

挟沙力问题是河流动力学最基本的问题之一,各家公式结果相差很大.挟沙力公式的精度直接影响到河床变形的计算结果,因此与计算河段天然实测资料的符合性是选用公式的惟一标准.计算时采用与黄河实测数据和黄河小浪底河段(即模拟河段)实测资料符合程度好的窦国仁公式^①.

3.3 恢复饱和系数 α

恢复饱和系数是反映悬移质不平衡输沙时水体含沙量向挟沙能力接近的参数,它既与水流动力、泥沙条件有关,又与地形有关,是个复杂的函数.对高含沙河流无好的初值可言的情况下,本文模型先假定其为某一个常数,进行河床淤积计算后取实际发生过的水沙及河床变形过程对模型验算之,直至估计 α 后的结果与实测值接近为止.

必须指出,参数 α 的选择并不是随机的.在论证中条山有色金属公司黄河取水口位置时,在所建立的数学模型中采用上述方法求得的 α 值,为预测各比较方案取水口附近河床淤积情况,论证取水口的可行性提供了依据.该方法已被认为是一种可取的方法^②.

3.4 收敛性判别

由于高含沙水流的阻力特性、挟沙能力等均与含沙量和水深有关,因此计算中将水流场和泥沙场耦合求解,即每计算一步流速、水位等流场物理量后,再计算挟沙力、含沙量等泥沙场量,再用所得的流场量和沙场量作为猜测值进行下一步的流速等的迭代计算,这样能反映含沙浓度较高时流体中的水流与泥沙相互作用、相互影响的运动的特点,更符合高含沙河流的实际情况.在迭代过程中必须规定收敛性标准,以控制计算的去向.采用双重判断准则来判定迭代的收敛性:(a)流速场收敛;(b)浓度场收敛.

流速场收敛规定两个条件,一是相对质量源之和足够小,二是相对质量源的极大值足够小.上述两项分别控制在 0.008 和 0.01 以内.

计算中浓度场有两个,即含沙量场和挟沙力场,以前后两次迭代值之差足够小作为迭代收敛的准则.对含沙量场,在水深及其相临的前、后、上、下网格点水深均大于 0.5 m 的网格点,相对残差 = $\max(|S_{i,j}^{k+1} - S_{i,j}^k|)/S_{in}$.对挟沙力场,在整个计算网格上,相对残差 = $\max(|S_{*i,j}^{k+1} - S_{*i,j}^k|)/S_{in}$.其中上标表示迭代步数, S_{in} 为进口含沙量.含沙量场和挟沙力场的相对残差经过多次迭代后,均控制在 0.001 以内.

3.5 计算时段的选取

运算时认为在计算时段 t 内,河床变形是均匀的, t 应足够小,以满足时段初和时段末流场的相似性.根据式(7),河床变形方程可写为

$$\Delta\eta = \sum_{n=1}^{N_0} t\alpha_n\omega_n\beta_n(S_n - S_n^*)/\gamma' \quad (9)$$

为了控制 t ,令每组计算时段河床变形的最大值 $\max|\Delta\eta|$ 满足两个条件:(a)变形的相对性: $\max|\Delta\eta| \leq (1/12)h_{\max}$, $h_{\max}$ 为水深的最大值;(b)变形的绝对性: $\max|\Delta\eta| \leq 0.5$ m,即用 $\max|\Delta\eta|$ 来控制 t 的取值.

3.6 计算步骤——SIMPLER 程式

水深平均的高含沙水流的控制方程可以写成统一的守恒形式

① 窦国仁,王国兵,等.黄河小浪底枢纽泥沙研究报告汇编.南京水利科学研究院,1993.

② 于清来,王向明.小浪底库区安窝至关家河段泥沙数学模型研究.南京水利科学研究院,1998.

$$\frac{\partial \rho_m h \Phi}{\partial t} + \frac{\partial \rho_m h U \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \rho_m h V \Phi}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_{\Phi} h \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_{\Phi} h \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + S_{\Phi} \quad (10)$$

其中 Φ 为变量,分别对应于 U, V, k, ε, S . 在进行数值计算时,只需对方程(10)编制一个通用程序,相应的控制方程均可用此程序求解. 将方程在直角坐标系中离散,用 Patankar 和 Splading(1980)提出的 SIMPLER 程式耦合求解得到流场和沙场,再解河床变形. 具体步骤不再详述.

4 模型验证

为了验证所建立的数学模型,选择黄河小浪底水电站坝区为模拟对象进行计算. 为了研究小浪底枢纽前的泥沙冲淤问题,南京水利科学研究院已进行了整体物理模型的试验研究. 本文利用已建立的数学模型对坝区河床变形进行初步计算^[4]. 计算时初始地形为第 8 年末的实测地形资料,采用 110×80 网格,在水深变幅比较大的地方,网格适当加密. 泥沙分组粒径为 0.175 mm 0.075 mm 0.0375 mm 0.0175 mm 0.005 mm . 第 9 年(1958 年)开始时,坝前水位升高了 5 m ,达到 230 m . 物模试验时按 1958 年实测水文资料来施放上来水来沙过程,见表 1.

表 1 物理模型水沙过程

Table 1 Discharge and sediment process in model test

流量级	原型起止日期	历时/d	流量 ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	含沙量 ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	中值粒径 /mm	坝前水位 /m
9-1	07-01 ~ 07-10	10	1 109.9	87.37	0.0222	230.0
9-2	07-11 ~ 08-11	32	2 283.7	194.21	0.0210	230.0
9-3	08-12 ~ 08-14	3	5 188.7	205.08	0.0231	230.0
9-4	08-15 ~ 08-19	5	2 575.4	60.11	0.0173	230.0
9-5	08-20 ~ 08-25	6	5 149.0	70.08	0.0190	230.0
9-6	08-26 ~ 09-10	16	3 004.6	78.92	0.0196	230.0
9-7	09-11 ~ 09-30	20	2 479.0	27.33	0.0256	230.0

将物理模型上的河床冲淤变化视为原型进行数学模拟. 施放 9-1 的水沙过程后计算得到的地形图如图 1 所示. 由于水量、沙量不大,历时也较短,河床平面没有发生大的变化. 但实际上计算区域已有所淤积. 流量级 9-2 历时较长,来水来沙量也大,河床变形剧烈,如图 2 所示. 由图 2 可以看出,心滩首先在进口附近出现,之后逐渐向下游发展. 河型由单一型向分汊型发展. 9-2 流量级末,水流较散乱,但左、右汊已具规模.

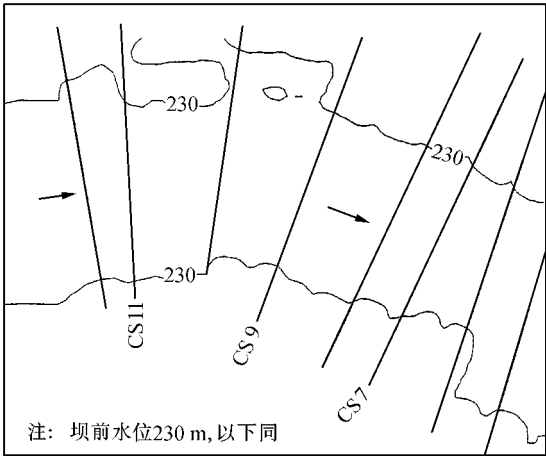


图 1 9-1 末计算地形

Fig.1 Calculated topography at the end of 9-1 process

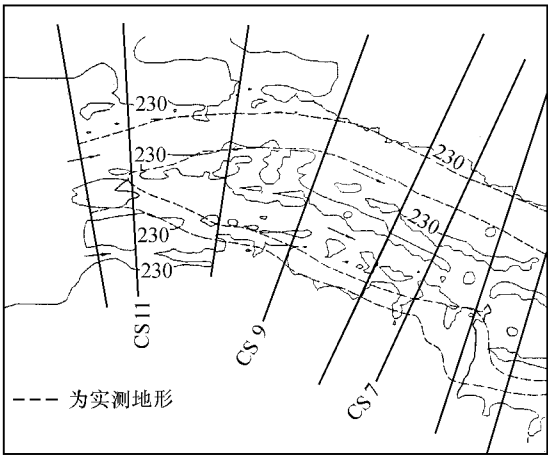


图 2 9-2 末计算地形

Fig.2 Calculated topography at the end of 9-2 process

图 3、4 分别是流量级 9-4、9-5 末的地形图. 可以看到,右汊继续淤积,到 9-5 流量级末已形成单一河槽. 与此同时,靠近右岸的位置,又有带形沙洲出现. 图 4 是流量级 9-7 后的计算地形图. 计算表明,单一河槽的右岸继续淤积,淤积由上段向下段逐步发展,河槽宽度束窄,主槽已相对稳定.

为了更准确地表征水库淤积分布,选取了 CS7 和 CS9 断面,观察它们在蓄水过程中的变化,见图 5、图 6.

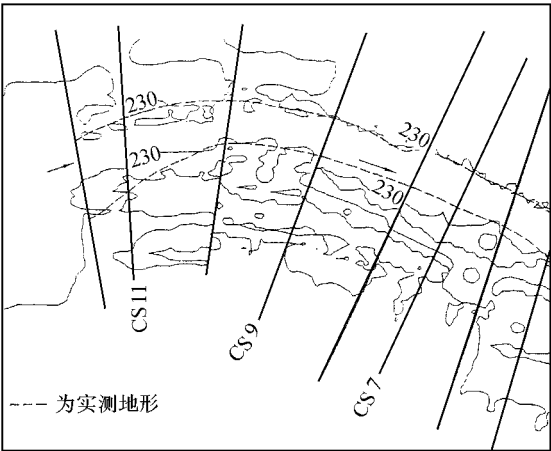


图3 9-5末计算地形

Fig.3 Calculated topography at the end of 9-5 process

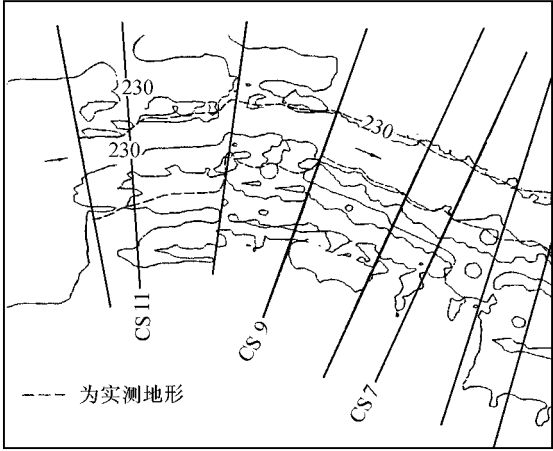


图4 9-7末计算地形

Fig.4 Calculated topography at the end of 9-7 process

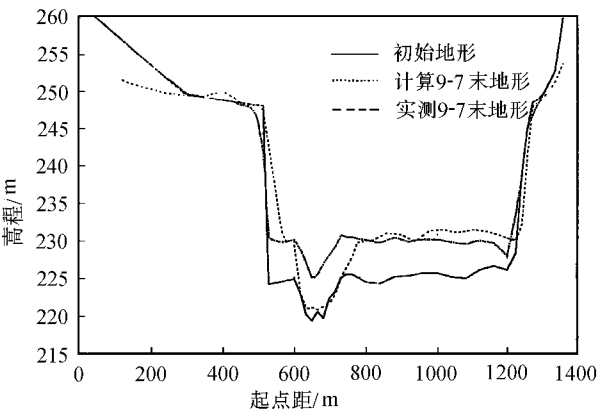


图5 CS7断面地形变化

Fig.5 Topographic variation of section CS7

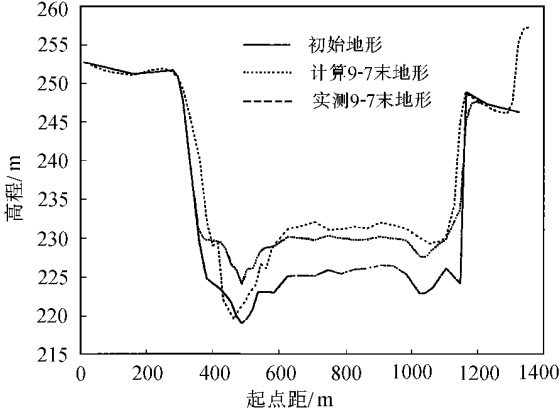


图6 CS9断面地形变化

Fig.6 Topographic variation of section CS9

从计算得到的地形图与物模实测地形图的对比以及断面图的对比可以看出, 尽管局部地形有差异, 但数学模型所计算得出了库区河道地形变化规律, 即边滩和心滩首先在坝区上段出现, 边滩与右岸相连, 随着淤积的发展, 坝区后段也出现边滩和心滩, 散乱的多股水流渐渐合并形成两股, 然后右侧支汊逐渐淤塞, 左汊形成单一主槽, 单一主槽形成以后, 将长期保持下去, 这些演变现象与实测物模地形变化是完全一致的。

综上所述, 计算所得的河床形态基本上能反映实测物理模型地形的变化, 本文所建立的高含沙水流坝区平面二维数学模型能够对黄河小浪底坝区蓄水过程进行较好的模拟。

5 结 语

a. 在进行高含沙河流坝区数模计算时, 充分考虑到高含沙河流特殊的运动规律, 适当选取模型中的参数, 选用各家公式时也要考虑其是否适用于含沙量较高的情况, 计算中, 将流场与沙场耦合, 以反映黄河中下游泥沙的多来多排、演变迅速的特点。

b. 计算河床冲淤变形时, 考虑到河床变形迅速的实际情况, 计算时段应较小, 以满足时段初和时段末流场的相似性, 在模型收敛性判别时, 除了满足流场收敛外, 还要满足含沙量场和挟沙力场均稳定的条件。

c. 恢复饱和系数 α 的取值, 在本河段有相当多的实测资料的前提下, 可先假定其为某一个常数, 进行河床淤积计算后取实际发生过的水沙及河床变形过程对模型验算之, 直至估计 α 后的结果与实测值接近为止。如此得出的 α 值有较高的可信度, 可用于该河段的演变分析预测。

d. 采用 SIMPLER 程式, 在选用适当参数的前提下, 可以较好地模拟黄河小浪底坝区蓄水阶段泥沙淤积过程。

参考文献：

[1] 张红武 ,江恩惠 ,刘月兰 ,等 . 黄河河道数学模型的研究 [A]. 见 :第二届全国泥沙基本理论研究学术讨论会论文集 [C]. 北京 :中国建材工业出版社 ,1995. 459 ~ 464.

[2] 张世奇 . 黄河下游游荡型河段的平面二维冲淤计算研究 [J]. 泥沙研究 ,1994 (1) 53 ~ 63.

[3] 于清来 ,窦国仁 . 高含沙河流泥沙数学模型研究 [J]. 水利水运科学研究 ,1999 (2) :107 ~ 115.

[4] 陈雄波 . 高含沙河流的河床形态与数值模拟 [D]. 南京 :南京水利科学研究院 ,1997.

Study on Sediment Mathematical Model for Water Storage Process
at Xiaolangdi Dam on Yellow River

CHEN Xiong-bo¹ ,YU Qing-lai² ,TANG Hong-wu¹

(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering ,Hohai Univ . ,Nanjing 210098 ,China ;
2. Nanjing Hydraulic Research Institute ,Nanjing 210024 ,China)

Abstract :In consideration of special rheological features of hyper-concentration sediment flow and through appropriate selection of formulae and parameters ,a 2-D mathematical model for water-sediment movement is developed and solved with SIMPLER algorithm in this paper. For the improvement of model precision ,the calculating method of flow-sediment field coupling is adopted and the view of keeping the stability of sediment distribution is proposed. The numerical model is applied to the simulation of water storage process of the physical model. A comparison of the calculated result with the topographic variation of the physical model shows that the present model is correct.

Key words :hyper-concentration sediment flow ;sediment deposition ;coupled analysis ;mathematical model