

地形模拟的一种分形几何方法——中心辐射法

张 牧

(河海大学交通与海洋工程学院,江苏 南京 210098)

摘要 提出一种地形模拟的分形几何学方法——中心辐射法,直接从已知高程点出发,对周围区域进行插值,构造地形模型.该方法较多地保留了地形的原貌,为真实地再现丰富的地貌特征提供了有效手段,也为工程设计计算创造了有利条件.

关键词 中心辐射法 地形模拟 统计分形 分形特征

中图分类号 :TB237 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-1980(2001)05-0060-04

构造三维地貌有许多方法,但大致可分为传统几何学方法和分形几何学方法.传统几何学方法首先用光滑的曲面来刻画地形的大致形状,然后用纹理合成技术生成地形表面丰富的细节^[1].分形几何学方法用随机方法生成的不规则曲面来描述地形^[2].上述方法虽然为地形模拟提供了某种手段,但由于不同地理环境下地形形态各异,要真实地模拟出各类地形,用某一种方法描述很难做到.因此,地形模拟方法的进一步研究,在实际中仍然有着重要意义^[1].模拟三维地貌是依据已知的一系列离散高程点,通过插值方法完成的.模拟的关键在于如何利用这些点来准确地控制地貌宏观形状的总体轮廓和很好地反映地貌的局部细节.通常,构造三维地貌分为两步:(a)根据已知高程点生成一规则数据网格以控制地形轮廓;(b)利用这一数据网采用有效的技术展现丰富的地貌特征.为了便于构造曲面,规则数据网的节点往往与已知高程点不完全吻合,这多少对控制地形轮廓有些影响.因此,在控制和展现地貌中,如何利用已知高程点去控制地形轮廓,获取地形的一些有关信息,始终是值得研究的问题.为此,本文提出一种直接从各离散点出发,向周围辐射插值的方法.由于是以各离散点为中心向周围扩散,所以称此为中心辐射法.

1 中心辐射法

1.1 基本思想

地貌属于自仿射统计分形,其表面的复杂形状是长期地质构造运动和至今还在进行的侵蚀作用的结果.对未知的区域,地形高程 $Z(x, y)$ 可看作为一个随机场,它既有结构性又有随机性^[3].一方面,就区域内某一点 $P(x, y)$ 而言,该点的高程与周围已知点的地形高程具有某种程度的相关性,这种相关性往往以统计方式表现出来,即在某一区域内,统计学的特征,如数学期望 $E(z)$ 、标准方差 $\sigma(z)$ 等是相似的,这种相关性反映了地形高程的某种连续性和关联性,即体现了其结构性;另一方面,该点的高程 $Z(x, y)$ 又是一个随机变量,即其在平均值附近波动的幅度及方向是随机的,这体现了其随机性.

根据地形高程这种随机性和结构性的特点,以各已知高程点为中心,确定一邻域,在求出周围区域的分形特征(主要指均值 E 、均方差 σ 等)后,邻域内点的高程可用下式表示:

$$Z(x, y) = A_0 Z_0 + AE + BR\sigma \quad (1)$$

式中: Z_0 ——中心点高程; A_0, A, B ——系数; R ——0~1 的均匀随机数.显然,对于不同的点,系数 A_0, A, B 是不一样的.

在式(1)对各邻域进行的插值中,领域的中心点作为一独立的影响源,而邻近点以区域影响的方式共同

影响着插入点的高程 z ,再加上一组加权平均系数的调控及随机分形的结合 ,从而提供了一种模拟地形和再现丰富细节的手段 ,同时也保证了领域中各插值点间及各邻域间的连续性. 由于是直接利用原有数据点对插值进行控制 ,只要各已知点的辐射域选择适当 ,所建模型就可较好地反映所描述地形的高低形状、变化趋势等几何特征.

辐射中心法的关键在于如何确定各点的辐射邻域、影响区域及相关系数.

1.2 辐射区域的确定

从整体讲 ,离散点(已知高程点)分布有一定的规律 ,如沿测线按一定的间隔 ,各测线的间距也大致相同 ,但从局部看并非完全均匀分布 ,因而不可能用一固定半径来确定每一个离散点的辐射范围. 辐射半径过大 ,必将覆盖较多的已知高程点 ;半径过小 ,将会出现盲区(空白点). 为此 ,在确定一个离散点的辐射范围时 ,以该点为中心 ,将周围区域分为 4~8 个扇区(扇区不宜划分过细 ,否则会增加交叉覆盖程度) ,如图 1 所示. 求出各扇区离中心点最近点的半径 R_i ,取辐射半径 $R_F = \alpha R_0$,其中 $R_0 = \max\{R_i\}$, α 为一控制系数 ,其值与测线的分布、测点的密度及扇区划分的数量有关 ,取值原则是在保证不出现盲区(空白点)的前提下 ,尽可能减少交叉覆盖的范围 ,其值一般为 0.45~0.618.

1.3 分形特征的提取

由于地形结构性的特点 ,辐射区内点的高程数学期望值必然受到周围区域分形特征的影响 ,分形特征主要指从影响区域内已知高程点中提取的数学期望 $E[z]$ 及均方差 $d[z]$, $E[z]$ 可用局部区域内已知高程点高程的算术平均值代替. 影响区域是 $R_F < R < R_T$ 的开区间 , R_T 是影响区域的最大半径 ,如图 2 所示 ,其大小直接影响到地貌模拟的真实性. 为保证地形高程某种程度的连续性和关联性 ,提取分形特征的影响区域应有一定的样本容量 ,同时影响区域离散点的高程变化率 $\Delta Z_i/R_i$ 不能大于一限值(ΔZ_i , R_i 分别为离散点与中心点的高差及距离 ,限值根据不同的地貌特征确定). 为此 ,影响区域的最大半径 $R_T = \beta R_0$, β 为一影响系数 ,根据点的分布密度及高程变化率的要求调整 ,可取 1.0~1.5.

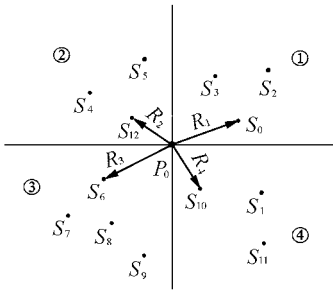


图 1 辐射半径的确定

Fig.1 Determination of radiation radius

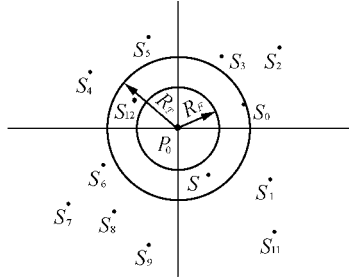


图 2 影响区域的确定

Fig.2 Determination of influence area

自仿射统计分形的重要特点是它的各向异性 ,即整体的分形特征与局部的分形特征是不一样的 ,而且各个方向的分形特征也是有差异的. 为此 ,在提取分形值时 ,将以 P_0 为中心点的影响区域按 X 轴、 Y 轴的正负方向分为 4 个扇区(图 3) ,分别计算各分区的 E_i 和 σ_i . 为反映各分区内已知高程点的分布特性 ,可按求刚体质心的方法求出各分区内已知高程点的分布中心 $S_{ci}(X_{ci}, Y_{ci})$,如图 4 所示. 其计算公式如下 :

$$X_{ci} = \frac{\sum (Z_j X_j)}{\sum Z_j}$$
$$Y_{ci} = \frac{\sum (Z_j Y_j)}{\sum Z_j} \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

这样 ,计算各点高程的多项式(1)变为

$$Z(p) = A_0 Z_0 + A_1 E_1 + A_2 E_2 + A_3 E_3 + A_4 E_4 + B_0 \sigma_0 + B_1 \sigma_1 + B_2 \sigma_2 + B_3 \sigma_3 + B_4 \sigma_4 \quad (2)$$

式中 : Z_0 ——中心点 P_0 的高程 ; E_i ——各分区已知高程点的算术平均值 ; A_i , B_i ——一组权系数 ,对不同的点 ,权系数是不一样的. 该多项式也可以是二次甚至更高次 ,但考虑到以各已知高程点为中心的邻域只是其周围一个不大的有限范围 ,一般一次或二次多项式就足够了.

1.4 权系数的确定

布朗运动是研究随机现象统计规律的一个很好的模型^[4] ,在地形模拟上运用也很广. 研究表明 ,当研究

时段 $[0, T]$ 上的布朗运动是 $B(t)$ 时, 其统计特征如下:

$E(B(t))=0$

$B(t)$ 的数学期望值为 0

$\sigma(B(t))\sim T^{1/2}$

$B(t)$ 的均方差与 $T^{1/2}$ 成正比

布朗运动的统计特征与时间的起点无关, 只与时间的间隔有关. 在此, 时间变量用插值点离高程分布中心的距离代替.

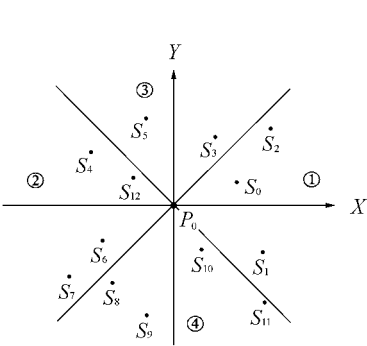


图 3 特征区域划分
Fig.3 Partition of characteristic area

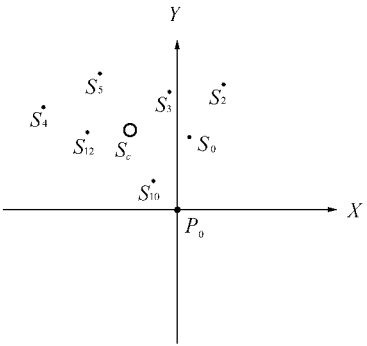
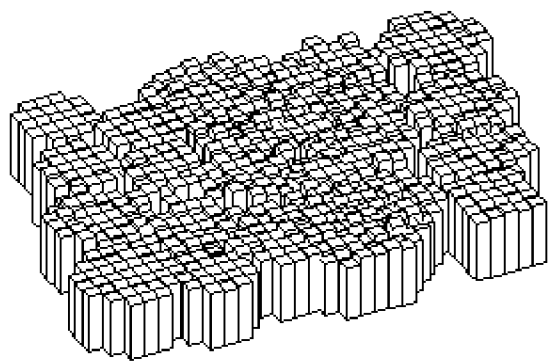
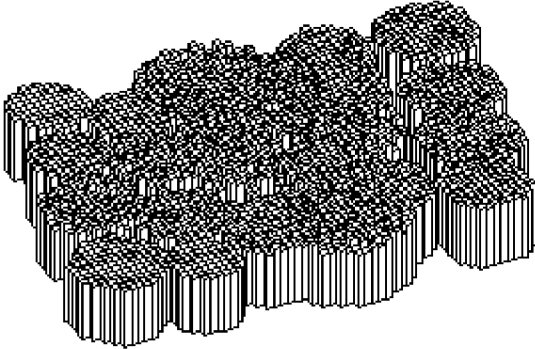


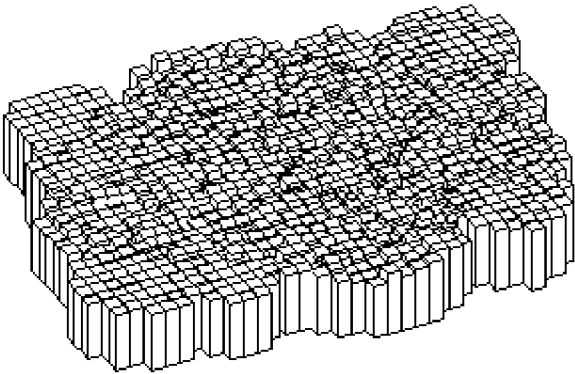
图 4 高程分布中心 S_c
Fig.4 Elevation distribution centre S_c



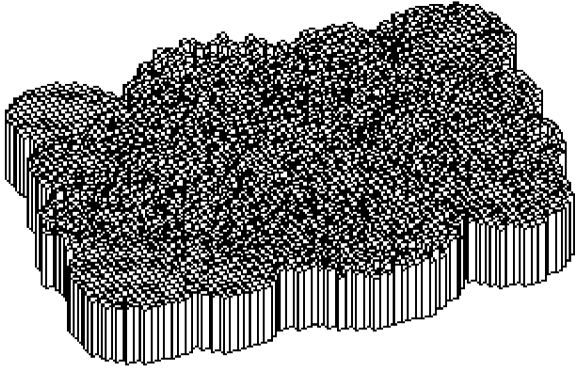
(a) $\alpha=0.45, \beta=1.5, \delta=2$



(b) $\alpha=0.45, \beta=1.5, \delta=1$



(c) $\alpha=0.168, \beta=1.5, \delta=2$



(d) $\alpha=0.168, \beta=1.5, \delta=1$

图 5 实例

Fig.5 Samples

由于某点高程的期望值是由周围各已知高程点综合影响所致, 显然 $\sum A_i = 1$. A_i 的权重与插值点与高

程分布中心的距离成反比,因此,可令 $A_i = R_i^{-1}/R_S$. 其中 R_i 为插值点与高程分布中心的距离, $R_S = \sum R_i^{-1}$. 均方差 σ 也受各 σ_i 的影响:一方面影响值与 $R_i^{1/2}$ 成正比,另一方面影响程度又与 R_i 成反比,因此,可令 $B_i = A_i R_i^{1/2}$. 考虑到均方差的偏离值和偏离方向都是随机的,所以令 $R = \cos(2\pi R_n)$, R_n 为 0 ~ 1 的均匀随机数.

2 实 例

在确定了相关参数后,就可根据精度要求值 δ (插入点间隔)进行插值运算,建立相应高程的单位立体,最后并合运算,形成整体模型.

图 5 是某海底地形的部分模拟造型. 影响系数 $\beta = 1.5$, 控制系数 α 分别为 0.45、0.618, 精度值 δ 为 1、2. 从图中可清楚地看出, α 值大一点,模拟地形表面就比较连续, $\alpha = 0.45$ 时有些地方出现了突变,连续性较差;当插值点间隔小一点时,地形表面反映得就细腻一点,反之,表面特征就不够丰富.

α 值决定了模拟地形的表面是否连续,故称为控制系数; β 值决定了周围地形特征的影响程度,而 δ 值大小则决定了模拟细节是否丰富.

3 小 结

中心辐射法直接从离散点(已知高程点)出发,对周围邻域进行辐射插值,较多地保留了地貌原有的高程控制点,为真实地呈现地貌特征提供了良好的基础. 在模拟地形中,依据原始数据建立的立体模型为动态演示提供了几何原型;在航道整治中,所建的立体模型可为决策者展现直观的形象. 同时,立体模型的构造为进一步获取地形等高线和剖面图形创造了条件,利用它可随机地确定剖切位置,获取断面信息,它为图示、计算提供了一个统一的基础原型,保证了数据相互间的协调,减少了后期的计算量. 但如何更好地划分辐射邻域,确定分形特征提取区域,如何在优化数据结构和算法的同时能更多地反映地貌的真实细节,尚需进一步研究.

参考文献:

[1] 骆岩林,汪国昭,彭望录. 地形模拟的细分细化方法[J]. 计算机学报,1999,22(7):746~751.
[2] 齐东旭. 分形及计算机生成[M]. 北京:科学出版社,1984. 5~45.
[3] 余生晨,刘大有,孙莉民,等. 数字高程模型中求趋势的一种方法——无偏最优求趋势法[J]. 计算机辅助设计与图形学报,2000,12(2):149~153.
[4] 陈颙,陈凌. 分形几何学[M]. 北京:地震出版社,1998. 79~113.

Central Radiation—a Fractal Geometric Method for Topography Simulation

ZHANG Mu

(College of Traffic and Ocean Engineering ,Hohai Univ. ,Nanjing 210098 ,China)

Abstract :The central radiation method , a fractal geometric method for topography simulation , is presented . Based on the given elevation data ,interpolation is performed for the surrounding area ,and the topography model is constructed .The method keeps many original features of topography ,and provides an efficient means for the reappearance of the rich topography .It is also helpful for engineering design and calculation .

Key words :central radiation ;topography simulation ;statistical fractal ;fractal feature