

一个软土的弹粘塑性模型及其有限元应用

张齐兴¹ 朱俊高² 殷建华³

(1. 河海大学水利水电工程学院,江苏 南京 210098;2. 河海大学土木工程学院,江苏 南京 210098;
3. 香港理工大学土木及结构工程学系,香港)

摘要 :介绍一个适用于软土的弹粘塑性模型,将该模型应用于平面有限元程序中,对某软土地基的固结变形进行了分析预测.该模型和邓肯-张模型相比预测结果更合理.该模型还可用于预测软土路基的工后沉降.

关键词 :有限元;弹粘塑性模型;路基;沉降

中图分类号 :TU753.7 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-198X(2001)06-0015-05

随着土力学理论的进一步发展,越来越多的国内外学者研究软土的流变性质.早期人们研究土体的流变特性多用由理想弹性、塑性、粘性元件所组合而成的流变模型,如麦钦特模型、薛夫曼模型、广义马克斯威尔模型^[1].最近 20 多年来,不少研究人员提出了一些能够考虑土体流变性质的弹粘塑性模型,诸如 Dafalias 的边界面模型^[2],Borja 和 Kavazanjian 的模型^[3]等等.由理想元件组成的粘弹性流变模型通常不能全面地反映土体的弹性、塑性和粘性性质.Adachi 等^[4]认为,弹粘塑性模型优越于粘弹性流变模型.正因为如此,越来越多的学者研究土体的弹粘塑性模型.

1994 年,殷和 Graham^[5]曾提出了一个很有用的概念——等效时间.他们利用该概念建立了一个适用于单向压缩条件下土体的弹粘塑性本构模型.后来,殷和 Graham^[6]又于 1999 年提出了一个适用于三维应力状态下土体的弹粘塑性本构模型——3D EVP 模型.

本文介绍 EVP 弹粘塑性模型,并对模型的某些特性进行验证.然后,将该模型应用于平面有限元分析中,对一软土地基的变形进行模拟.模拟结果表明,EVP 模型能很好地反映软土的变形特性.

1 弹粘塑性模型

殷-Graham 的 EVP 模型在文献[6]中已作较为详细的介绍,并利用三轴试验资料进行了简单的验证.本节将简要介绍与殷-Graham 的 EVP 模型相似的弹粘塑性模型(EVP 模型).

土体总应变速率由弹性应变速率和粘塑性应变速率两部分组成,即

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^{vp} \tag{1}$$

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \frac{1}{2G}\dot{S}_{ij} + \frac{\kappa}{3V} \frac{p'}{p'} \dot{\delta}_{ij} \tag{2}$$

式中: G ——剪切模量; K ——体积模量,并且 $K = p' / (\kappa / V)$, $p' = \sigma'_{ij} / 3$, κ / V 为模型参数, $V = 1 + e$ 为土体的比体积.

粘塑性应变速率用粘塑性势面函数表示为

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = S \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} \tag{3}$$

式中: S ——比例因子; Q ——粘塑性势面,类似于塑性理论中塑性势面.和塑性理论相似,粘塑性势面函数可假定为加载面函数 F (即 $Q = F$,类似于塑性理论中相关联流动法则).在殷-Graham 的 EVP 模型中,加载面函数采用了修正剑桥模型的屈服面方程的形式:

收稿日期 2000-10-16
基金项目 河海大学科技创新基金资助项目(2000402443)
作者简介 张齐兴(1963—)男,江苏江阴人,讲师,主要从事农田水利工程专业.

$$F = p'^2 + \frac{q^2}{M^2} - p'p'_m = 0 \quad (4)$$

$$q = \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}}, S_{ij} = \sigma'_{ij} - \delta_{ij} p', \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

式中: M —— $p' - q$ 平面内强度线的斜率; p'_m ——加载面与 p' 轴交点处的平均有效应力。

为了确定比例因子 S , 假定在各向等压的应力条件下瞬时弹性体积应变 ϵ_{vm}^e 用所谓的瞬时时间线表示, 这里, 下标“ m ”表示各向等压的应力条件。

$$\epsilon_{vm}^e = \epsilon_{vm0}^e + \frac{\kappa}{V} \ln\left(\frac{p'_m}{p'_u}\right) \quad (5)$$

式中: p'_u ——单位或参考应力; ϵ_{vm0}^e —— $p'_m = p'_n$ 的体积应变. 参考时间线为

$$\epsilon_{vm}^r = \epsilon_{vm0}^r + \frac{\lambda}{V} \ln\left(\frac{p'_m}{p'_{m0}}\right)$$

式中: p'_{m0} 、 λ/V ——模型参数; ϵ_{vm0}^r —— $p'_m = p'_{m0}$ 时的体积应变. 假定与时间相关的体积变形为

$$\epsilon_{vm}^{vp} = \frac{\psi}{V} \ln\left(\frac{t_0 + t_e}{t_0}\right) \quad (6)$$

同时, 假定

$$\epsilon_{vm} = \epsilon_{vm}^r + \epsilon_{vm}^{vp} = \epsilon_{vm0}^r + \frac{\lambda}{V} \ln\left(\frac{p'_m}{p'_{m0}}\right) + \frac{\psi}{V} \ln\left(\frac{t_0 + t_e}{t_0}\right) \quad (7)$$

式中: t_0 、 ψ/V ——模型参数; t_e ——等效时间^[5, 6]。

假定总体积应变速率为弹性体积应变速率和粘塑性体积应变速率之和, 即 $\dot{\epsilon}_{vm} = \dot{\epsilon}_{vm}^e + \dot{\epsilon}_{vm}^{vp}$. 其中, 弹性体积应变速率由式(5)求得 $\dot{\epsilon}_{vm}^e = \frac{\kappa \dot{p}'_m}{V p'_m}$. 粘塑性体积应变速率由式(6)表示为 $\dot{\epsilon}_{vm}^{vp} = \frac{\psi}{V} \frac{1}{t_0 + t_e}$. 将 t_e 由式(7)求得, 并代入之得到

$$\dot{\epsilon}_{vm}^{vp} = \frac{\psi}{V t_0} \exp\left[\left(\epsilon_{vm0}^r + \frac{\lambda}{V} \ln \frac{p'_m}{p'_{m0}} - \epsilon_{vm}\right) \frac{V}{\psi}\right] \quad (8)$$

则各向等压的应力条件下的应力、应变关系为

$$\dot{\epsilon}_{vm} = \frac{\kappa}{V p'_m} \dot{p}'_m + \frac{\psi}{V t_0} \exp\left[\left(\epsilon_{vm0}^r + \frac{\lambda}{V} \ln \frac{p'_m}{p'_{m0}} - \epsilon_{vm}\right) \frac{V}{\psi}\right] \quad (9)$$

和修正剑桥模型相似, 假定同一加载面上的体积应变速率为常量, 即 $\dot{\epsilon}_v^{vp} = \dot{\epsilon}_{vm}^{vp}$, 则根据式(1)(3)和(8), 最终土体在一般应力条件下的应力、应变关系可表示为

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2G} \dot{S}_{ij} + \frac{\kappa}{3V} \frac{\dot{p}'}{p'} \delta_{ij} + \frac{\psi}{V t_0} \exp\left[\left(\epsilon_{vm0}^r + \frac{\lambda}{V} \ln \frac{p'_m}{p'_{m0}} - \epsilon_{vm}\right) \frac{V}{\psi}\right] \frac{1}{2p' - p'_m} \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{ij}} \quad (10)$$

与殷-Graham 的 EVP 模型不同的是土体的瞬时弹性应变用式(2)来求得。

2 某软土地基变形预测

2.1 有限元模型的建立

江苏宿迁某一级公路某段全长 7.6 km, 其间有约 1.2 km 软土地段, 且填土较高. 对该试验段进行了现场原位观测及有关的土工试验. 一方面可对高填土的边坡稳定性进行监测, 同时, 利用沉降观测资料预测工后沉降, 决定路面施工时间, 从而, 有效地控制工后沉降的发展。

本次试验观测涉及 15 个断面, 主要项目有: 沉降观测、水平位移观测及现场取土进行土工试验等. 其中, 某桥头段桩号 K50+304 断面的观测试验资料较为完整, 因而, 本文对该断面进行计算分析. K50+304 断面的观测仪器主要有 1 孔深层沉降管、2 孔测斜仪. 室内土工试验包括各土层的单向固结试验、三轴排水剪试验、渗透试验及有关常规试验。

K50+304 断面的填土高度为 5 m, 边坡 1:2, 路面宽度 26 m. 根据该断面的钻孔资料, 压缩层(18 m)内的土层自上而下主要有三种, 即 I—淤泥质粘土, II—粘土及 III—粘土. 它们的塑性指数分别为 17、35 和 22, 超固结

比为 2.3、2.5 和 1.7,厚度约 5 m、7 m 和 6 m。18 m 以下为低压缩性的砂土层,因而,在有限元计算中,地基压缩层(有限元计算所考虑区域)的底部作为透水边界。

在填筑路堤之前一个月左右,该路段打设了间距 1.5 m、直径 0.5 m、长度 5 m 的粉喷桩,布置格式为三角形,因而,该地基实际属于三维问题,为简化计算,本文将其简化为平面应变问题。简化方法是:粉喷桩的置换率为 10%。计算中将粉喷桩简化为一道道水泥土墙,且墙的厚度不一定等于粉喷桩的间距。简化后,仅仅保证水泥土墙所占的体积为 1/10 的总体积(即水泥土墙及其周围土体的体积),而水泥土墙的渗透系数等于其周围土体的渗透系数。本文中,假定水泥土墙间距 5.53 m。

本文用邓肯-张的 $E-\nu$ 模型和殷-Graham 的 EVP 弹粘塑性模型分别模拟了该地基的固结变形性质,计算参数如表 1 和 2 所示。表 1 中,路堤填土的参数据经验假定,粉喷桩当作弹性材料,其弹性模量 $E=110\,000\text{ kPa}$,泊松比 $\nu=0.17$,其容重为 21 kN/m^3 。有限元计算中用到的其它参数列于表 3。表 2 中,参数 λ/V 是根据固结试验得到的压缩指数 I、II 和 III 土层的 C_c 分别为 0.223、0.182 和 0.153 由 $\lambda/V=0.434C_c/(1+e_0)$ 求得。经验表明,回弹指数一般为压缩指数的 1/10 到 1/5,故本文取 $\kappa/V=(\lambda/V)/8.5$ 。Mesri 等^[8]研究表明,粘土的次固结系数与压缩指数之比一般在 0.03~0.06 的范围内,因此,本文取 $\psi/\lambda=0.05\lambda/V$ 。依照文献[6], $t_0=1\text{ d}$ 。对 EVP 模型,泊松比假定为 $\nu=0.35$ 。

利用 EVP 模型计算时,必须先估计土体的体积应变初值

$$\epsilon_{vm}^r = \epsilon_{vm0}^r + \frac{\lambda}{V} \ln\left(\frac{p'_{mc}}{p'_{m0}}\right) - \frac{\kappa}{V} \ln\left(\frac{p'_{mc}}{p'_{mi}}\right) = \epsilon_{vm0}^r + \frac{\lambda}{V} \ln\left(\frac{p'_{mi}}{p'_{m0}}\right) + \left(\frac{\lambda}{V} - \frac{\kappa}{V}\right) \ln(OCR) \tag{11}$$

式中: p'_{mc} 、 p'_{mi} ——前期固结应力和现有有效应力; OCR ——超固结比。

表 1 土体邓肯-张的 $E-\nu$ 模型参数

Table 1 Parameters of Duncan and Chang's model								
土的性质	$\varphi'/(^{\circ})$	c'/kPa	R_f	K	n	G	F	D
I-淤泥质粘土	20.5	18.5	0.86	90	0.48	0.36	0.06	2.1
II-粘土	18.6	7.7	0.88	124	0.47	0.37	0.03	1.2
III-粘土	21.0	30.0	0.88	150	0.47	0.36	0.001	3.5
路堤填土	25.0	30.0	0.86	150	0.40	0.35	0.00	0.0

表 2 土体 EVP 弹粘塑性模型参数

Table 2 Parameters of EVP model								
土的性质	$\varphi'/(^{\circ})$	c'/kPa	κ/V	λ/V	t_0/d	ψ/V	OCR	ν
I-淤泥质粘土	21.0	30.0	0.0061	0.052	1	0.0026	2.3	0.35
II-粘土	18.6	7.7	0.0055	0.046	1	0.0024	2.5	0.35
III-粘土	20.5	18.5	0.0044	0.038	1	0.0019	1.7	0.35

注: $V=1+e_0$;填土材料用邓肯-张模型参数。

表 3 有限元计算中用到的有关参数

Table 3 Related parameters used in FEM			
	$\gamma/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	$k_v/(\text{cm}\cdot\text{s}^{-1})$	$k_h/(\text{cm}\cdot\text{s}^{-1})$
I-淤泥质粘土	19.5	5.52×10^{-8}	1.10×10^{-7}
II-粘土	19.7	1.86×10^{-8}	3.72×10^{-8}
III-粘土	19.4	3.44×10^{-7}	6.88×10^{-7}
路堤填土	17.5	透水	透水

将 18 m 以内的土层(如图 1 所示)进行有限元网格划分,包括路堤在内共 340 结点、303 单元。路堤的填土荷载在 220 d 内施加,实际填筑过程和计算采用的荷载施加过程亦示于图 1。

有限元计算程序是在河海大学 BCF Boit 固结理论的平面有限元程序基础上修改而成,加入了 EVP 弹粘塑性模型。由于文章篇幅限制,具体的求解非线性方程组方法在此不作介绍。对该路堤分别用邓肯-张的 $E-\nu$ 模型和 EVP 弹粘塑性模型进行了有限元计算模拟。

2.2 计算结果

图 2 示出 A 点(见图 1)的实测沉降过程线.同时,图中也给出了用邓肯-张模型和 EVP 模型计算得到的沉降.可以看出,在观测期内,两种模型的计算沉降均与实测数据很接近,而 EVP 模型计算结果更接近实测数据.在填土完成之后,用邓肯-张模型计算的结果表明,仍有较大沉降,15 a 的计算沉降比 EVP 模型计算结果大 2 cm.经验表明,邓肯-张模型的计算结果一般偏大.因而,EVP 模型计算沉降好于邓肯-张模型计算的结果.值得指出的是从图 2 的长期沉降曲线(小图)看出,在 2500 d 之后,邓肯-张模型计算沉降基本不再增加,说明孔压基本消散,而 EVP 模型计算沉降则仍继续增加.这是因为 EVP 模型能够考虑土体流变特性所致.

图 3 给出了坡脚处测斜仪(见图 1)测得的水平位移以及两种模型计算得的水平位移.总体上,水平位移的计算值与实测值的绝对值相差不大,但由于水平位移的量值较小,误差相对较大.EVP 模型计算的水平位移的分布规律更与实测值接近.

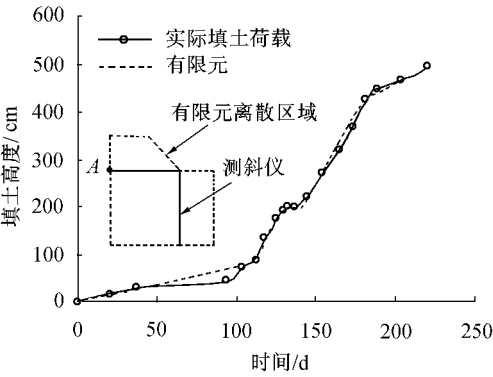


图 1 路堤填筑时间过程线

Fig. 1 Process curve for embankment construction

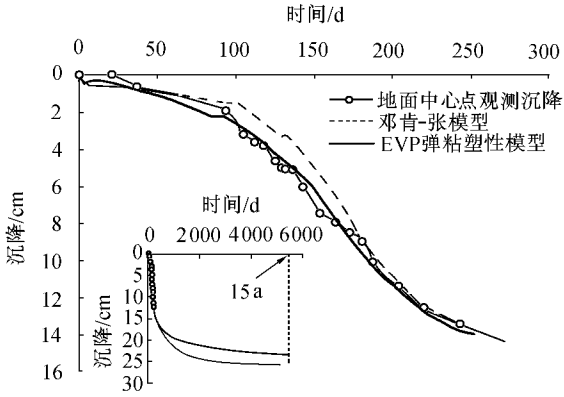


图 2 实测沉降与计算结果比较

Fig. 2 Comparison of measured and computed settlements

2.3 讨论

近年来,我国高速公路建设飞速发展.而由于软土分布较广,路面的工后沉降一直是工程师们十分关心的问题,尤其对于桥头段.因而,有必要对工后沉降进行预测,确定合理的填筑路面时间.

笔者认为,利用有限元法,根据先期观测得到的沉降,对工后沉降进行预测是一种合理可行的方法.从前面的结果可以看出,EVP 弹粘塑性模型应该是一种比较好的可用于预测软土路基的工后沉降的数值模型.

众所周知,土体的变形预测主要与土体的材料参数、计算方法(在有限元中为土体的本构模型)有很大的关系,而土体参数测定的准确性及代表性常常难以保证.利用前期的沉降观测资料对工后沉降进行预测是一种可行的方法,在这种情况下,哪怕适当调整试验得到的或经验估计的模型参数来拟合现场实测的变形也是必要的,这就相当于反分析问题.即利用前期的变形观测资料反分析得到土体的模型参数,然后利用该参数预测未来的变形.当然,在这过程中,选择合适的模型还是比较重要的.

3 结 束 语

通过对软土的各向等压固结试验,用文献[5][6]和[7]介绍的方法确定了该土的 EVP 模型参数,并利用该参数验证了 EVP 模型的适用性.

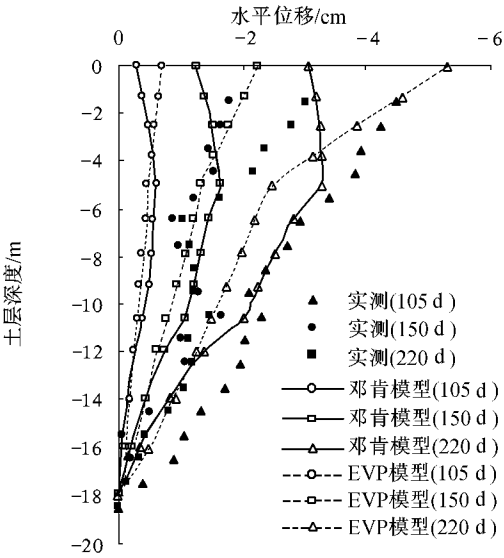


图 3 实测水平位移与计算结果比较

Fig. 3 Comparison of measured and computed horizontal displacements

通过将 EVP 模型应用于平面有限元程序,该程序对某软土地基的变形进行了预测,说明了 EVP 模型的合理性与实用性.该模型可用于软土地基的工后沉降预测.

理论上,EVP 弹粘塑性本构模型尤其适用于粘性比较强的土体,如新近沉积的软土、淤泥、吹填土等.

参考文献:

- [1] 钱家欢,殷宗泽.土工原理与计算[M].北京:中国水利水电出版社,1996.237~242.
- [2] Dafalias Y F. Bounding surface plasticity I: Mathematical foundation and hypoplasticity[J]. J of Engineering Mechanics,1986,112(9): 966~987.
- [3] Borja R I, Kavazanjian E. A constitutive model for the stress-strain-time behaviour of wet clays[J]. Geotechnique,1985,35(3):283~298.
- [4] Adachi T, Oka F, Mimura M. Modeling aspects associated with time dependent behavior of soils[A]. Measuring and Modeling Time Dependent Soil Behavior[C]. New York: New York Press,1996.61~95.
- [5] Yin J H, Graham J. Equivalent times and one dimensional elastic viscoplastic modeling of time dependent stress strain behavior of clays[J]. Canadian Geotechnical J,1994,31:42~52.
- [6] Yin J H, Graham J. Elastic visco-plastic modeling of the time-dependent stress-strain behavior of soil[J]. Canadian Geotechnical J,1999,36(4):736~745.
- [7] Yin J H, Zhu J G. Elastic visco-plastic consolidation modelling and interpretation of porewater pressure responses in clay underneath Tarsuot Island[J]. Canadian Geotechnical J,1999,36(4):708~717.
- [8] Mesri G, Shahien M, Feng T W. Compressibility and parameters during primary consolidation[A]. Int Symp On Compression and Consolidation of Clayey Soils-IS-Hiroshima's 95[C]. Hiroshima Balkema Press,1995,2:1021~1037.

An Elastic Visco-Plastic Model for Soft Soil and Its Application to FEM

ZHANG Qi-xing¹, ZHU Jun-gao², YIN Jian-hua³

(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China;

2. College of Civil Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China;

3. Department of Civil and Structural Engineering, Hong Kong Polytechnic Univ., Hong Kong, China)

Abstract: A new elastic visco-plastic model for soft soil is presented. The model is incorporated with a finite element program to predict and analyze the consolidation deformation for a soft-soil foundation. The result from the present model is in better agreement with the observation than that from the Duncan-Chang's E- ν model. The present model can also be used for the prediction of post-construction settlement of an embankment with a soft-soil foundation.

Key words: finite element; elastic visco-plastic model; subgrade; settlement