

结构动力响应的计算机仿真研究

黄胜伟,王德信

(河海大学土木工程学院,江苏 南京 210098)

摘要 :应用状态空间迭代法计算结构动力响应量,并编制计算机仿真流程图和仿真程序,完成工程结构动力响应的计算机图形分析,由此将计算得到的大量结果进行合理的处理和表达。

关键词 :计算机仿真;状态空间法;动力响应

中图分类号 :TV642;TU311 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-1980(2001)06-0024-03

近些年,微机技术得以突飞猛进,在运算速度、存贮容量、面向对象设计(OOD)可视化(Visualization)与图形界面、开放数据结构、对象连接与嵌入(OLE)等方面皆取得了巨大的进展,对系统仿真技术相应地产生了广泛与深入的影响,在解决计算机可视化仿真、图形界面以及与其它系统的集成性等问题的面向对象的可视化仿真技术与系统便随之而产生。

仿真就是用模型(物理模型和数学模型)代替实际系统进行实验和研究,它遵循相似性原理,即几何相似、环境相似和性能相似。依据这个原理,仿真可分为物理仿真和数学仿真。计算机仿真属于数学仿真,由于它能为许多实验提供方便而又灵活的“可变数学模型”,因此,凡是可用模型进行实验的,几乎都可以用计算机仿真来进行实验,从而研究被仿真系统本身的各种特性、选择最佳参数和设定最合理的系统方案。目前,随着计算机技术的发展,计算机仿真越来越多地取代了纯物理仿真。

计算机仿真应用于土木工程中是最近 20 年的事情,特别是应用于结构动力响应问题起步更晚。结构动力响应的输入输出变量较多,且计算结果的数据量庞大而复杂,因此,导致了对数据结果后处理的工作量巨大。计算机仿真技术正是在这一背景下发展起来的,它凭借现代计算机技术的处理图形能力把计算中产生的数字信息转变为直观的、易于理解的、可进行交互分析的、以图形或图像形式表达的静态或动态的画面,从而帮助人们理解计算数据,并从烦琐的数据后处理中解放出来。

计算机仿真为结构动力响应从理论研究走向实际工程提供了强有力的工具。在仿真的研究过程中,一般需要经过将实际系统的数学模型转变成可在计算机上进行运算的仿真模型、编出仿真程序、进行仿真实验、修改仿真模型,最后才能输出仿真结果^[1,2]。

本文利用现代控制论中的状态空间理论,建立结构动力响应的状态方程和迭代计算格式,它能使用于确定情形的各种激励作用下系统的动力响应分析,同时编制了计算机仿真流程图和仿真程序,可以完成工程结构动力响应量的计算机图形分析。

1 结构动力响应的数学模型

对于结构动力响应分析的方法有多种,本文采用状态空间法来计算结构动力响应量,对空间域采用有限元计算,对时间域采用状态空间迭代法。

1.1 结构动力响应的状态方程

一般而言,弹性结构在确定情形的各种激励作用下,其动力响应方程可以写成:

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F(t) \quad (1)$$

本文利用现代控制论中的状态空间理论,引入状态变量,建立结构动力分析的状态方程,并给出其解法。

引入状态变量^[3]

$$\boldsymbol{q} = \begin{Bmatrix} X \\ \dot{X} \end{Bmatrix}$$

则方程 (1) 可变换成

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{D}\boldsymbol{q} + \boldsymbol{P}$$

(2)

式中

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{I} \\ -\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{K} & -\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{C} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{P} = [0 \quad -\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{F}(t)]^T$$

方程 (2) 的解答为

$$\boldsymbol{q}(t) = e^{\boldsymbol{D}t}\boldsymbol{q}(0) + \int_0^t e^{\boldsymbol{D}(t-\tau)}\boldsymbol{P}(\tau)d\tau$$

(3)

在式 (3) 中,有 $2n$ 个动态响应量,即 n 个位移响应量与 n 个速度响应量。

1.2 状态空间迭代算法

方程 (3) 在时间域的数值求解,已有很多方法,如加权残值法、威尔逊法^[4],但这些方法有个共同的缺点,即对时间步长很敏感,且精度不是很高。近来,钟万勰等提出了精细时程积分法^[5],具有很高的精度。本文使用一种迭代法来求解结构的动力响应量。这种方法,可以不必求 $\boldsymbol{D}$ 矩阵的特征值,也不必求解线性方程或求矩阵的逆,而只需作矩阵相乘运算。

若对某一段时间里,划分许多时间间隔 Δt ,则对于任一时刻,其时间为 $t_i = i\Delta t$ ($i = 0, 1, 2, \dots$),结构动力响应量为

$$X_i(t_i) = e^{\boldsymbol{D}t_i}X(0) + \int_0^{t_i} e^{\boldsymbol{D}(t_i-\tau)}\boldsymbol{P}(\tau)d\tau$$

(4)

对 $i + 1$ 时刻

$$X_{i+1}(t_{i+1}) = e^{\boldsymbol{D}\Delta t}X_i(t_i) + \int_0^{\Delta t} e^{\boldsymbol{D}(\Delta t-\tau)}\boldsymbol{P}(\tau)d\tau$$

(5)

设 $i = 0$, 则有

$$X_1(t_1) = e^{\boldsymbol{D}\Delta t}X(0) + E\boldsymbol{P}(t_1)$$

(6)

$$\boldsymbol{E} = \int_0^{\Delta t} e^{\boldsymbol{D}(\Delta t-\tau)}d\tau = (\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{D}\Delta t} - \boldsymbol{I})\boldsymbol{D}^{-1}$$

(7)

这样,状态空间迭代法的一般式子:

$$X_{k+1}(t_{k+1}) = \boldsymbol{\Phi}_1 X_k(t_k) + \boldsymbol{\Phi}_1 \boldsymbol{D}^{-1}\boldsymbol{P}(t_k) - \boldsymbol{D}^{-1}\boldsymbol{P}(t_k)$$

(8)

$$\boldsymbol{\Phi}_1 = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\boldsymbol{D}\tau)^k}{k!}$$

(9)

式 (8) 中动荷载 $\boldsymbol{P}(t_k)$ 在时间间隔内为常数。

2 计算机仿真程序框图

计算机仿真程序的编制是以上面的算法为基础,用 Virtual Fortran 语言来实现。Virtual Fortran 语言有一个完整的程序设计环境,可以按自己满意的任何方式编辑、运行和调试。它具有强大的图形功能,可以设计出友好的用户界面,并能自动进行语法检查,所以用来做仿真语言十分方便,以图形方式显示结果十分直观。仿真程序框图见图 1。

本仿真程序的核心是状态空间迭代算法,它主要完成以下事务:计算生成结构运动方程各矩阵;由运动方程生成状态方程各矩阵;计算出 $\boldsymbol{\Phi}_1$;计算位移响应量和速度响应量;修改计算步长,使响应量满足精度要求;绘制动力响应曲线。

3 仿真算例

以 4 边简支弹性地基板的动力响应为例,分析结构的动力响应量,并给出计算机仿真的结果。4 边简支弹性地基板如图 2 所示,设 $P = 10 \text{ kN}$,弹性地基系数 $k_e = 23.81 \text{ kPa}$,板尺寸均为 $a \times b = 6 \text{ m} \times 6 \text{ m}$,板厚度 $t = 0.5 \text{ m}$,弹性模量 $E = 2.6 \text{ MPa}$,泊松比 $\mu = 0.3$, $\rho = 1$ 。

板划分为 16 个单元,取 $\Delta t = 0.28 \text{ s}$,利用该仿真程序计算后,得到的计算结果如图 3、图 4 和图 5 所示。

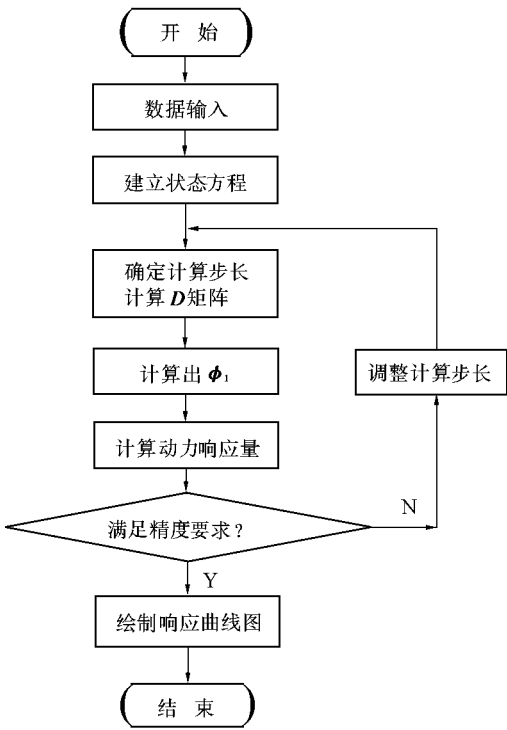


图 1 仿真程序框图

Fig.1 Block diagram of simulation program

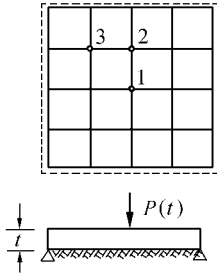


图2 弹性地基板

Fig.2 Elastic foundation plate

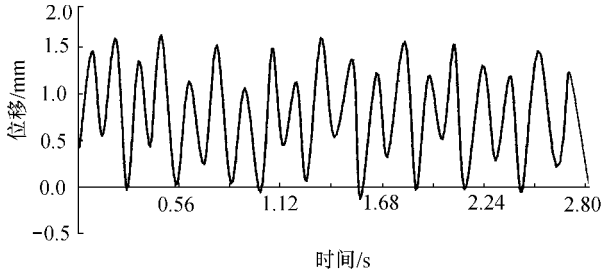


图4 2节点位移时程

Fig.4 Displacement vs. time for node 2

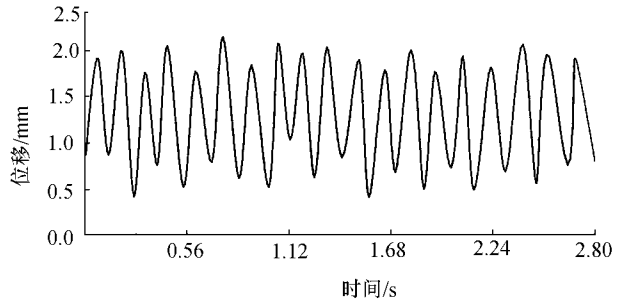


图3 1节点位移时程

Fig.3 Displacement vs. time for node 1

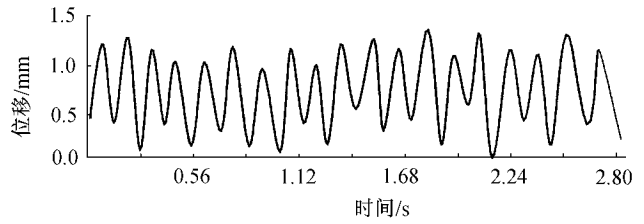


图5 3节点位移时程

Fig.5 Displacement vs. time for node 3

在实际工程中,通常应用振型迭代加法,直接积分法等来计算结构的动力响应问题.本文应用状态空间法来计算弹性地基板的动力响应,在计算过程中,即不解线性方程组,也不必解耦,直接对高阶系统进行迭代求解,只需矩阵相乘及其逆运算,程序简单,是一种有效的方法.

应用仿真程序,可不必整理大量的计算结果,并能实时观察到结构的每一点的位移时程曲线变化过程.

4 结 束 语

计算机仿真对于土木工程而言有极大的实用价值,这是因为结构实验费用高,且一般为破坏性实验,无法重复多次做相同的实验,加上模型尺寸较大,对实验设备要求高.因此,进行计算机仿真是有其经济意义的.随着现代结构超大型发展和结构日益复杂,经典地通过大量实物模拟实验寻求规律的研究方法,今天已不再适用,发展计算机仿真技术则势在必行.

参考文献:

- [1] 沈祖炎,孙飞飞. 土木工程与计算机仿真[J]. 计算机仿真, 1998, 15(1): 46~50.
- [2] 吴彦文,刘方. 计算机仿真用于结构风振控制[J]. 计算机仿真, 1999, 16(3): 71~74.
- [3] 沈鹏程. 多变量样条有限元法[M]. 北京: 科学出版社, 1997. 160~200.
- [4] 郑兆昌. 机械振动[M]. 北京: 机械工业出版社, 1980. 60~120.
- [5] 钟万勰. 暂态历程的精细计算方法[J]. 计算结构力学及其应用, 1995, 12(1): 1~6.

Computer Simulation of Structural Dynamic Responses

HUANG Sheng-wei, WANG De-xin

(College of Civil Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China)

Abstract: For the analysis of computer graphs of structural dynamic responses, the responses are calculated by use of the spatial state iteration method, and a simulation flow chart and a computer program are developed. Based on the analysis, the calculated results are processed and expressed reasonably.

Key words: computer simulation; spatial state method; dynamic response