

堆石坝变形监测的灰色非线性时序组合模型

郭海庆 吴中如 杨 杰

(河海大学水利水电工程学院 ,江苏 南京 210098)

摘要 结合堆石坝变形的特点 ,应用逐步回归方法提取大坝变形观测数据系列的水压和温度分量后 ,用灰色非线性系统模型模拟剩余数据系列的趋势项 ,用时间序列模型模拟剩余数据系列的随机项 ,由此建立了堆石坝变形监测的灰色非线性时序组合模型 .计算分析表明新模型提高了拟合精度 ,使堆石坝变形监测的数学模型更趋于合理 .

关键词 堆石坝 ;变形监测 ;灰色模型 ;非线性 ;时间序列分析

中图分类号 :TV641.4 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-1980(2001)06-0051-05

堆石坝变形监测常用的统计模型是应用逐步回归分析法选取水压因子、温度因子和时效因子来分析三者对大坝变形的影响 .根据堆石坝长期运行经验和观测资料分析 ,在堆石坝变形中 ,时效变形是其主要影响因素 ,水压和温度对堆石坝变形影响极小 .坝体产生时效变形的原因极其复杂 ,包括填土高度、施工、含水量、以及土石材料的固结和流变、基岩的徐变、基岩节理、断层、破碎带的压缩变形等 ,其中存在许多未知因素 .这些因素从理论上精确分析尚不可能 ,具有一定的灰色度 ,即存在灰色参数 .另一方面 ,由于受到水文、地质、气象等多种因素的影响 ,堆石坝变形数据序列不仅具有趋势性 ,还有一定的随机波动性 .本文结合这种特点 ,将堆石坝的变形观测数据序列看作综合灰色量 ,建立灰色非线性时序组合模型来拟合堆石坝变形规律 ,即应用回归模型提取水压和温度分量后 ,由灰色非线性模型模拟堆石坝的时效变形 ,拟合其趋势项 ;再对提取趋势项后的残差序列建立时间序列模型 ,用自回归滑动平均模型去拟合随机波动项 .经实例验证 ,这种模型有效地反映了堆石坝实际变形性状 ,效果较好 .

1 建模原理

堆石坝变形的弹性部分主要受水压、温度等的影响 ,而影响其非线性变形的因素则很多 ,主要与荷载引起的土体等材料的塑性变形及徐变效应有关 ,而该特性又随着外界因素(包括坝体结构、地形地质条件以及上下游水位变化情况和变化速率等)的变化而改变 .在这一过程中 ,这种非线性的时效变形量不断增加 ,但增加速率一般会逐渐减小 ,符合用灰色系统建模的基本要求 .根据这一特点 ,本文建立的灰色非线性时序组合模型包含了弹性变形因子、灰色非线性模型以及时序残差分析三部分 .

1.1 弹性变形因子的选择

坝体在库水作用下 ,主要产生水压力、上浮力和湿化变形三方面的效应 ,都可归结为水深 H 的函数 ,取其泰勒展开的前三项 ,得

$$\delta_H(t) = f(H) = \sum_{i=1}^3 a_i (H^i - H_0^i) \tag{1}$$

式中 : H ——观测日上游水深 ; H_0 ——起测日上游水深 ; a_i ——水压因子的回归系数 .

温度变化引起土体线膨胀变化 ,当出现负温时 ,则引起土体冻胀 .温度变化及其时间长短或者负温的出现基本上都呈年周期变化 .因而堆石坝因温度变化引起的沉降量也基本呈年周期变化 ,即

$$\delta_T(t) = f(t) = \sum_{i=1}^6 [b_{1i} (\sin \frac{2\pi it}{365} - \sin \frac{2\pi it_0}{365}) + b_{2i} (\sin \frac{2\pi it}{365} - \sin \frac{2\pi it_0}{365})] \tag{2}$$

式中: b_{1i}, b_{2i} ——温度因子的回归系数; t ——观测日至起测日累计天数; t_0 ——观测时段第一天至起测日累计天数。

1.2 灰色非线性模型的确定原理

灰色系统(简称GS)理论将随机变量看作是在一定范围内变化的灰色量,将随机过程看作是在一定范围内变化的、与时间有关的灰色过程。其核心是建立灰色模型(简称GM),将观测得到的原始时间序列转化为微分方程,使GS在结构上模型化、规范化,并作为监测系统动态分析及控制的基础。

灰色系统预测主要基于一阶线性灰色模型 $GM(1,1)$,它对满足指数规律变化的生成数据序列具有较高的拟合精度,但对于堆石坝监测得到的有关数据 $\{x^{(0)}(i)\}$,其一阶累加生成序列 $\{x^{(1)}(i)\}$ 并不一定呈指数规律变化。因此,本文在灰色线性预测模型 $GM(1,1)$ 基础上,引入使平均相对误差为最小的灰元 $\otimes_a$ 作模型指数,通过求解灰色非线性微分方程,建立灰色非线性模型 $GM(1,1;\otimes_a)$ 。它弱化了模型精度对累加生成序列须呈指数规律的要求,更具普遍适用性,对堆石坝的变形观测序列拟合更好。

1.2.1 灰色非线性模型 $GM(1,1;\otimes_a)$ 的建立与求解

灰色非线性模型是灰色线性模型的推广,它基于以下建模原理:(a)设函数 $\{x^{(0)}(i), i=1, 2, \dots, n\}$ 满足 $x^{(0)}(i) > 0$ 及 $x^{(0)}(i) < x^{(0)}(i-1)$, 则 $x^{(0)}(i)$ 的一阶累加生成函数 $x^{(1)}(i)$ 可用上凹或上凸的连续光滑曲线来拟合;(b)函数 $\{x^{(0)}(i), i=1, 2, \dots, n\}$ 的一阶累加生成函数 $\{x^{(1)}(i)\}$ 可用满足非线性微分方程 $\frac{dx^{(1)}}{dt} + a[x^{(1)}]_{\otimes_a} = b$ 的光滑曲线 $f(t; a, b; \otimes_a)$ 来拟合;(c)设原始数据序列 $\{x^{(0)}(i), i=1, 2, \dots, n\}$ 非负单调,其一阶累加生成序列可表示为 $x^{(1)}(i) = \sum_{k=1}^i x^{(0)}(k)$, 参数 $\otimes_a \in (0, A)$, A 为正数。

取 $\{x^{(0)}(i), i=1, 2, \dots, n\}$ 为扣除弹性因子后的观测数据序列, $\{x^{(1)}(i)\}$ 为其一阶累加生成函数,通过以下数据变换:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y_n \quad (3)$$

式中

$$B = \begin{bmatrix} -\left[\frac{1}{2}(x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2))\right]^{\otimes_a} & 1 \\ -\left[\frac{1}{2}(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3))\right]^{\otimes_a} & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\left[\frac{1}{2}(x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n))\right]^{\otimes_a} & 1 \end{bmatrix}$$

$$Y_n = [x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)]^T$$

可将 $\{x^{(1)}(i)\}$ 用下列非线性微分方程来拟合:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + a[x^{(1)}]_{\otimes_a} = b, x^{(1)} \Big|_{t=0} = x^{(1)}(1) \quad (4)$$

由上述理论可知:(a)任意非负单调序列 $\{x^{(0)}(i)\}$ 的一阶累加生成序列 $\{x^{(1)}(i)\}$ 可用式(4)进行拟合;(b)当 $x^{(1)}(i)$ 的变化速率小于指数变化速率时,参数 $\otimes_a < 1.00$; 大于指数变化速率时,参数 $\otimes_a > 1.00$; 当 $\otimes_a = 1.00$ 时,式(4)即成为 $GM(1,1)$ 模型的线性微分方程。可见 $GM(1,1)$ 模型是灰色非线性模型 $GM(1,1;\otimes_a)$ 的特例,后者更具普遍适用性。

当给定灰元 $\otimes_a$ 的白化值 $\hat{a}$, 参数 a, b 即可由式(3)求出。而 $\otimes_a$ 的白化值 $\hat{a}$ 的求解,则采用一维参数寻优搜索法,它使平均相对误差 R_j^k 为最小时,即为 $\otimes_a$ 的最优白化值。具体方法如下:

(a) $\{x^{(0)}(i)\}$ 的光滑性检验与平移变换。当 $\sum_{k=1}^{i-1} x^{(0)}(k) > x^{(0)}(i)$ 时, $\{x^{(0)}(i), i=1, 2, \dots, n\}$ 即为光滑曲线序列,可直接进入下一步计算。否则作提高光滑性的平移变换:

$$x_1^{(0)}(i) = x^{(0)}(i) + d_0 \quad (5)$$

式中

$$d_0 = \max(x^{(0)}(i)) = x^{(0)}(N) \text{ 或 } d_0 = 10^{\lceil \lg(x^{(0)}(N)) \rceil + 1}$$

(b) 给定灰元 $\otimes_a$ 的初值 a_0 和搜索步长 Δ (a_0 一般取为 1.00), 并取 $k = 1$;

(c) 由式 $a_1^k = a_0^{k-1} - \Delta, a_2^k = a_0^{k-1}, a_3^k = a_0^{k-1} + \Delta$ 求出 $a_j^k (j = 1, 2, 3)$ 后取 $j = 1$;

(d) 对于 a_j^k , 计算 $x^{(1)}(i) = \sum_{m=1}^i x^{(0)}(m)$, 由式 (3) 求 a, b . 再用四阶 Runge-kutta 法求解式 (4), 得模型值 $\hat{x}^{(1)}(i)$, 并计算还原序列:

$$\hat{x}^{(0)}(i) = \hat{x}^{(1)}(i) - \hat{x}^{(1)}(i - 1) \tag{6}$$

(e) 求 $R_j^k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|x^{(0)}(i) - \hat{x}^{(0)}(i)|}{x^{(0)}(i)}$ 若 $j < 3$ 取 $j = j + 1$ 转向 (d);

(f) 若 R_2^k 最小 转向 (g); 否则, 若 R_1^k 最小 取 $a_0^k = a_1^k$; 若 R_3^k 最小 取 $a_0^k = a_3^k$. 然后 $k = k + 1$ 转向 (c);

(g) 求出使平均相对误差 R_j^k 最小的 a_j^k , 即为 $\otimes_a$ 的最优白化值 $\hat{a}$, 从而可得到灰色非线性模型 $GM(1, 1, \otimes_a)$.

取 $\otimes_a$ 的最优白化值 a_0 , 令 $x^{(1)}(t) = f(t)$, 由式 (4) 得

$$\frac{df}{dt} = -af^{a_0+b}, f|_{t=0} = f(0) \tag{7}$$

设 $t \in [0, T]$ (T 为有限正数), 由于 $F(t, f) = -af^{a_0+b}$ 在二维实空间 R^2 上连续, 且 $F'(t, f)$ 有界, 由中值定理得 $|F(t, f_1) - F(t, f_2)| = |F'(t, \xi)(f_1 - f_2)| < L|f_1 - f_2|, \xi \in (f_1, f_2)$. 所以满足 Lipschitz 条件, 由压缩映射定理可证明式 (7) 有唯一连续解. 用四阶 Runge-kutta 法可求出 $f(t)$, 从而得到模型值 $\hat{x}^{(1)}(i), i = 1, 2, \dots, n, n+1, \dots$. 最后按式 (6) 进行一阶累减还原, 得到模型拟合值 $\hat{x}^{(0)}(i)$, 当 $i > n$ 时 $\hat{x}^{(0)}(i)$ 即为扣除弹性因子分量后的堆石坝变形观测量的拟合值或预测值.

1.2.2 模型的误差分析与精度评价

采用后验差方法对所建灰色模型的精度加以评价, 其指标为后验差比值 $C = S_1/S_2$ 及误差频率

$$P = P\{|Y(k) - \bar{Y}| < 0.6745S_2\}$$

其中

$$S_1^2 = \sum_{k=1}^N (Y(k) - \bar{Y})^2, \quad S_2^2 = \sum_{k=1}^N (X^{(0)}(k) - \bar{X})^2$$
$$\bar{Y} = (1/N) \sum_{k=1}^N Y(k), \quad \bar{X} = (1/N) \sum_{k=1}^N X^{(0)}(k)$$

C 是 GS 理论中引入的精度评价指标, 其值越小越好. 它表明尽管原始数据很离散, 但模型计算值与实际值之差并不太离散. 当 $C < 0.5$ 时灰色模型可用于预测, $C < 0.35$ 时模型精度较好. 如表 1 所示.

当精度满足要求后, 即可进行下一步建模工作.

1.3 平稳随机项的确定

将灰色非线性模型 $GM(1, 1, \otimes_a)$ 拟合至数据系列

$\{X^{(0)}(t), t = 1, 2, \dots, N\}$ 后, 残差系列 $Y(t)$ 可由式 $Y(t) = X^{(0)}(k) - \hat{X}^{(0)}(t) (t = 1, 2, \dots, N)$ 得到.

$Y(t)$ 一般近似为一个零均值平稳时间序列, 可用自回归滑动平均模型 $ARMA(p, q)$ 进行拟合:

$$Y(t) - \varphi_1 Y(t - 1) - \dots - \varphi_p Y(t - p) =$$
$$\varepsilon(t) - \theta_1 \varepsilon(t - 1) - \dots - \theta_q \varepsilon(t - q) \tag{8}$$

式中: φ, θ ——模型参数; p, q ——模型的阶数; $\varepsilon(t)$ ——正态白噪声.

根据 WOLD 分解定理, AR, MA, ARMA 三种模型可相互转换. 由于 $AR(p)$ 模型比较简练, 可以逆推, 一般多采用 $AR(p)$ 模型进行拟合, 并由 BURG 递推算法进行参数估计, 用逆函数法进行预报, 由 FPE 准则来确定最佳模型阶数.

1.4 灰色非线性时序组合模型的建立

扣除弹性分量后的观测数据序列的灰色非线性时序模型的拟合值为

表 1 灰色模型精度评价标准

Table 1 Precision appraising criterion for grey model

P	C	等级
> 0.95	< 0.35	好
$0.95 \sim 0.80$	$0.35 \sim 0.50$	合格
$0.80 \sim 0.70$	$0.50 \sim 0.65$	勉强合格
< 0.70	> 0.65	不合格

$$X^{(0)}(k) = \hat{X}^{(0)}(t) + \hat{\alpha}(t) = X^{(1)}(k+1) + \hat{\alpha}(t) = (X^{(1)}(0) - \frac{u}{a})e^{-ak} + \frac{u}{a} + \hat{\alpha}(t) \tag{9}$$

式中第一项为 GM(1,1)⊗_a过程,第二项为 ARMA(p,q)过程.

结合水压分量和温度分量,得到组合模型公式:

$$\delta(t) = f(H) + f(T) + X^{(0)}(k) \tag{10}$$

式中各项表达如式(1)(2)(9).

式(10)包括了线性变形和非线性变形,考虑了系统的趋势性和随机性,有利于提高模型对堆石坝变形监测数据序列的拟合精度,取得较好的预报效果.

2 算例分析

某粘土斜墙堆石坝,最大坝高 81.3 m,水库正常蓄水位 220.0 m,死水位 197.0 m,总库容 12.805 亿 m³.观测竖向位移共布置了 20 个测点,以坝顶中段变形较大的 15[#]测点为例,建立了坝顶竖向位移的灰色非线性时序组合模型,并结合统计模型进行对比分析.实测资料系列从 1969 年 5 月至 1999 年 5 月,其中建模数据取至 1998 年 11 月,并将模型的预报值与 1999 年的实测值进行比较.规定竖向位移下沉为正,上抬为负.

经计算,该测点的统计模型选中了一个水压因子,一个温度因子和两个时效因子,复相关系数为 0.9648,标准差为 22.6868.模型表达式:

$$\begin{aligned} \delta = & f(H) + f(T) + f(\theta) = -87.694 - 1.775(H - H_0) + \\ & 29.820(\sin \frac{12\pi t}{365} - \sin \frac{12\pi t_0}{365}) + 1.174(\theta - \theta_0) + 54.010(\ln \theta - \ln \theta_0) \end{aligned} \tag{11}$$

式中:θ——观测日至起测日累计天数除以 100;θ₀——观测时段第一天至起测日累计天数除以 100.

按式(11)中的前两项提取弹性变形分量的周期项后,灰色非线性模型 GM(1,1)⊗_a确定为

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} = 0.000\,064\,378\,522\,15[x^{(1)}]^{1.73} + 5.173\,204\,583\,617\,8 \tag{12}$$

模型建立中,取 Δ=0.01,当灰元⊗_a=1.73 时,平均相对误差最小.模型的后验差比值 C<0.35,精度较高,可进行下一步建模工作.

扣除灰色模型部分的趋势项后,得到的残差序列{Y(t)}已近似为零均值平稳序列.由 FPE 准则得模型最佳阶数为 2,用 BURG 递推算法得到模型参数的估计为 φ₁=0.1537,φ₂=0.1426,即得 AR(2)模型:

$$Y(t) = 0.1537Y(t-1) + 0.1426Y(t-2) + z(t) \tag{13}$$

综合式(11)(12)和(13),得该测点的灰色非线性时序组合模型:

$$\begin{aligned} X^{(0)}(t) = & -87.694 - 1.775(H - H_0) + 29.820(\sin \frac{12\pi t}{365} - \sin \frac{12\pi t_0}{365}) + 257\,832.1e^{0.000\,518\,7(t-1)} - \\ & 257\,794.3 + 0.1537Y(t-1) + 0.1426Y(t-2) + z(t) \end{aligned} \tag{14}$$

求解上式即得到该模型的竖向位移拟合值,并由该式预报了 1999 年初该测点的沉降值,见表 2.

表 2 两类模型的拟合结果及精度检验比较

Table 2 Comparison of precisions of statistical model and combined model

时段	实测位移 /mm	统计模型		组合模型	
		拟合值 /mm	相对误差 /%	拟合值 /mm	相对误差 /%
1975-01	333.00	341.338	2.50	336.550	1.07
1985-02	435.50	430.040	-1.25	434.032	-0.34
1991-05	460.70	473.455	2.77	467.137	1.40
1995-05	474.70	484.732	2.11	479.261	0.96
1997-05	480.00	498.685	3.89	485.437	1.13
1998-05	483.60	496.999	2.77	488.256	0.96
1998-08	483.10	493.597	2.17	487.249	0.86
1998-11	483.10	503.581	4.24	487.954	0.90
1999-02	485.10	509.366	5.00	489.940	0.99
1999-05	486.90	518.361	6.46	491.881	1.02

由图 1、表 2 看出,统计模型拟合值的相对误差在 $-2\% \sim 7\%$ 之间,而组合模型拟合值的相对误差在 $-1\% \sim 2\%$ 之间波动,精度高于前者。

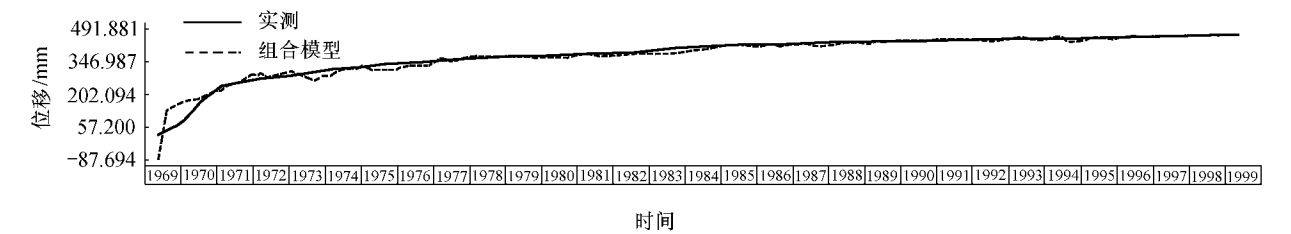


图 1 15# 测点竖向位移实测值与组合模型拟合值过程线

Fig.1 Process lines of observed data and fitted value of 15# vertical displacement

3 结 语

- a. 时效分量是堆石坝变形的主要影响因素,其变化规律很大程度上反映了大坝的工作性态.当时效变形突然增大或变化急剧时,可能就是大坝或地基病态工作的征兆.因此本文所做工作对精确模拟时效变形,提高堆石坝变形预报的精度和可靠性有一定作用.
- b. 总体看来,所建灰色非线性时序组合模型具有建模思路清晰、模型简单、计算工作量不大、所需样本资料序列不长等优点,具有较高的拟合精度和较好的外推预测性能,有效地克服单一模型的局限性.
- c. 该模型的外推预测精度会随着外推步数增加而降低,预测具有一定的时间尺度,建议应及时纳入近期观测资料进行实时预报.

参考文献：

[1] 吴中如,沈长松,阮焕祥. 水工建筑物安全监控理论及其应用[M]. 南京:河海大学出版社,1990. 158 ~ 187.

[2] 刘思峰,郭天榜,党耀国,等. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京:科学出版社,1999. 102 ~ 173.

[3] 安鸿志,陈敏. 非线性时间序列分析[M]. 上海:上海科学技术出版社,1998. 4 ~ 16.

[4] 黄嘉佑. 气象统计分析与预报方法[M]. 北京:气象出版社,2000. 199 ~ 220.

A New Combined Model for Rock-Fill Dam Deformation Monitoring

GUO Hai-qing , WU Zhong-ru , YANG Jie

(College of Water Conservancy and Hydropower Engineering , Hohai Univ. , Nanjing 210098 , China)

Abstract : In consideration of the characteristics of rock-fill dam deformation , a stepwise regression method is used for the extraction of water pressure and temperature values from observed data of dam deformation. A grey non-linear time-sequential combined model for rock-fill dam deformation is established by use of a grey non-linear system model to simulate the trend items of the data series , and a time-sequential model to simulate the random items of the data series. Calculation shows that the model can improve the fitting precision and rock-fill dam deformation monitoring , as well.

Key words : rock-fill dam ; deformation monitoring ; grey model ; non-linear ; time-sequential analysis