

地下洞室群的弹粘塑性有限元分析

邵国建 蒋永兴 卓家寿

(河海大学土木工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要: 针对岩石类介质, 基于 Perzyna 的弹粘塑性理论, 采用弹粘塑性本构模型, 建立了相应的有限元列式, 并从理论和经验两方面讨论了迭代过程中时间步长的限制问题. 对某洞室围岩稳定性所进行的分析, 考虑了洞室开挖过程中的粘性效应, 得到了洞周围岩的位移、应力随时间变化的规律, 为地下洞室施工的适时支护提供了依据.

关键词: 地下洞室; 弹粘塑性; 时间步长; 非线性有限元

中图分类号: O344.3 文献标识码: A 文章编号: 1000-198X(2001)06-0112-04

岩土、土壤和矿物等材料的变形不仅与荷载大小、历史有关, 还与时间有关. 蠕变和应力松弛, 均是材料性质随着时间增长而出现变化的一种特性, 通常称为材料的粘性. 它与材料的弹性、塑性并列为固体材料的三大基本属性. 人们常用弹簧元件、塑性元件和粘性元件来表示材料的弹性、塑性和粘性, 并利用这三类元件的各种组合建立了不同属性的模型和理论.

本文针对岩石类介质在进入塑性屈服前处于弹性状态, 进入屈服后出现塑性和粘性变形的情况, 采用弹粘塑性的本构模型, 对某洞室开挖过程中围岩位移、应力进行了有限元分析.

1 弹粘塑性力学模型

目前采用比较多的弹粘塑性模型是三元件组合模型^[1], 即宾哈姆模型(图 1). 一维状况下弹粘塑性模型的本构关系为

$$\dot{\epsilon} + B\epsilon/\eta = \dot{\sigma}/E + (\sigma - \sigma_s)/\eta + B\sigma/(\eta E) \quad (1)$$

其中 B 为线性强化材料 $\sigma \sim \epsilon^p$ 曲线的斜率.

三维状态下由 Perzyna^[2]提出的弹粘塑性三维本构关系为

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2G}\dot{\sigma}_{ij} + \frac{1}{3}\delta_{ij}\left(\frac{1-2\mu}{E}\right)\dot{\sigma}_{kk} + \gamma \Phi(F) \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2)$$

其中 $\gamma \Phi(F) \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \dot{\epsilon}_{ij}^{vp}$, $\gamma = \gamma^0/K(W_p)$, 而 γ^0 为与材料粘性有关的系数, W_p 为材料应变强化参数, $f(\sigma_{ij}, \epsilon_{ij}^p)$ 是依赖于应力状态和塑性应变 ϵ_{ij}^p 的函数, 表达了塑性强化的动力屈服准则.

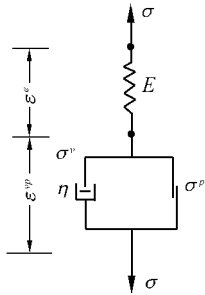


图 1 三元件组合模型
Fig. 1 Three-parameter combined model

2 弹粘塑性问题的有限元列式

弹粘塑性模型假定, 材料在进入塑性变形时也伴随着粘性变形, 即塑性应变和粘性应变是关联的, 总应变率可视为弹性应变率和粘塑性应变率的总和, 即

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^{vp} \quad (3)$$

在弹粘塑性分析中, 材料是否出现粘塑性变形, 则依赖于标量屈服条件

$$F(\sigma, \epsilon^p) - F_0 = 0 \quad (4)$$

F_0 为等效屈服应力, 只有当 $F > F_0$ 时, 才会出现粘塑性变形. 文献[3]根据粘塑性流动法则得出粘塑性应变

率为一显式,若假定为相关联流动法则,则有

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = \gamma \Phi(F) \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \tag{5}$$

函数 Φ 可选用不同的形式,其中最常用的有指数函数和幂函数两种形式,分别为

$$\Phi(F) = \exp\{M[(F - F_0)/F_0]\} \tag{6}$$

$$\Phi(F) = [(F - F_0)/F_0]^N \tag{7}$$

其中 M, N 为给定的常数.

根据增量理论,可得出增量形式的平衡方程为

$$\int_{\Omega} \mathbf{B}^T \Delta \boldsymbol{\sigma} d\Omega + \Delta \mathbf{f}^n = 0 \tag{8}$$

式中 $\Delta \mathbf{f}^n$ 表示荷载在时间间隔 Δt_n 内的变化量,而在 Δt_n 时间内的位移增量为

$$\Delta \mathbf{d}^n = (\mathbf{K}_T^n)^{-1} \Delta \mathbf{V}^n \tag{9}$$

式中 $\Delta \mathbf{V}^n$ 称为增量伪荷载, $\mathbf{K}_T^n$ 为切线劲度矩阵,分别为

$$\Delta \mathbf{V}^n = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \hat{\mathbf{D}}^n \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{vp}^n \Delta t_n d\Omega + \Delta \mathbf{f}^n \tag{10}$$

$$\mathbf{K}_T^n = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \hat{\mathbf{D}}^n \mathbf{B} d\Omega \tag{11}$$

而 $\hat{\mathbf{D}}^n = (\mathbf{D}^{-1} + \mathbf{C}^n)^{-1}$, $\mathbf{C}^n = \theta \Delta t_n (\frac{\partial \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{vp}^n}{\partial \boldsymbol{\sigma}})^n$. 当 $\theta = 0$ 时,就得到 Euler 时间积分的向前差分公式,通常称为显式法;当 $\theta = 1$ 时,应变增量完全由时间间隔终点相对应的应变所确定,此时可得到 Euler 时间积分的向后差分公式,通常称为隐式法.

对于应力增量,有

$$\Delta \boldsymbol{\sigma}^n = \hat{\mathbf{D}}^n (\mathbf{B}^T \Delta \mathbf{d}^n - \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{vp}^n \Delta t_n) \tag{12}$$

由于应力增量是根据线性形式的增量平衡方程得到的,由各应力增量叠加所得的总应力一般来说不可能是完全精确的,因此也不能精确满足式(8)的平衡方程.对这一平衡方程的修正有多种形式,最简单的是由 $\boldsymbol{\sigma}^{n+1}$ 计算残余力或不平衡力,即

$$\boldsymbol{\varphi}^{n+1} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}^{n+1} d\Omega + \mathbf{f}^{n+1} \tag{13}$$

将上式不平衡力加入到下一个时段的伪荷载增量中,有

$$\Delta \mathbf{V}^{n+1} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \hat{\mathbf{D}}^{n+1} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{vp}^{n+1} \Delta t_{n+1} d\Omega + \Delta \mathbf{f}^{n+1} + \boldsymbol{\varphi}^{n+1} \tag{14}$$

3 时间步长的限制

若 Δt 取值过大,则可能导致解的漂移或不稳定.因此,必须给出时间步长 Δt 的限制条件.时间步长的大小由因子 τ 来控制,最大有效塑性应变增量不得大于总的有效应变 $\bar{\epsilon}^n$ 的 τ 倍,即

$$\Delta \bar{\epsilon}_{vp}^n = \sqrt{\frac{2}{3}} \{(\dot{\epsilon}_{ij}^n)_{vp}(\dot{\epsilon}_{ij}^n)_{vp}\}^{1/2} \Delta t_n \leq \tau \bar{\epsilon}^n \tag{15}$$

对于等参单元,单元的应变都是在高斯积分点上计算的,因此上式对每个高斯点都必须满足.式(15)又可写为

$$\{\dot{\epsilon}_{ii}^n\}_{vp}^{1/2} \Delta t_n \leq \tau \{\epsilon_{ii}^n\}^{1/2} \tag{16}$$

式中 ϵ_{ii}^n ——初始总应变的第一不变量 $(\dot{\epsilon}_{ii}^n)_{vp}$ ——粘塑性应变率的第一不变量.因此 Δt 通常写成

$$\Delta t \leq \tau [\epsilon_{ii}^n (\dot{\epsilon}_{ii}^n)_{vp}]_{\min}^{1/2} \tag{17}$$

上式对所有高斯点循环后取最小值.求解时,应事先给定时间增量参数 τ ,对于显式法, $0.01 < \tau < 0.15$,对于隐式法, $\tau < 10$.

当用变时间步长法计算时,任一时间段还须满足

$$\Delta t_{n+1} \leq k \Delta t_n \tag{18}$$

式中 k 为指定的常数,一般采用经验值,即 $k = 1.5$.

上述对时间步长的限制基本上是经验性的. Corneau^[4]针对不同的屈服准则提出了 Δt 不同的限制条件. 实际上,根据相关联的流动法则 $Q = F$ 和线性函数 $\Phi(F) = F$,若岩石类介质采用 Drucker-Prager 屈服准则 Δt 取下面两者的最小值:

$$\gamma \Delta t \leq \frac{4(1 + \mu)F_0}{3EF} \sqrt{3J_2} \tag{19}$$

$$\gamma \Delta t \leq \frac{(1 + \mu)(1 - 2\mu)F_0}{E} \frac{(3 - \sin\phi)^2}{3(1 - 2\mu)(3 - \sin\phi)^2/4 + 6(1 - \mu)\sin^2\phi} \tag{20}$$

式中: γ ——流变参数; ϕ ——内摩擦角; μ ——泊松比.

4 算例分析

某地下无支护洞室,毛洞底宽 4 m,边墙部分高 2.4 m,矢高比 0.3,洞体埋深 300 m,岩体容重 2.4×10^4 N/m³, $E = 6.3 \times 10^4$ MPa, $\mu = 0.243$, $\gamma = 0.01$, $c = 0.25$ MPa, $\phi = 26.7^\circ$,侧压力系数 $\lambda = 0.65$. 洞室进行全断面一次性开挖,将其划分为 952 个八结点等参数单元,结点数为 2022,采用等步长 $\Delta t = 0.001$ 对其进行计算分析.

当 $t = 0$ 时,塑性区发生在岩柱中部和拱脚处. 随着粘塑性应变的增加,塑性区沿洞壁向拱顶和底板部发展,30 个时步后又向拱脚处延伸,直至变形稳定,塑性区见图 2 中标有 * 的单元. 洞周位移随时间增长而相应增大,在经过 115 个时步后,最后两个相邻时步应变值的相对增量已小于 1.0%,进入塑性单元的屈服函数都逐渐趋近于零,此时可认为应力发展趋于稳定,如图 3、4 所示. 事实上,因塑性区的屈服函数值都已趋近于零,此时的应力状态就是简单加载条件下的弹塑性解. 从围岩应力达到稳定状态时沿洞周的应力分布情况看,洞周单元都处于双向受压状态,只有洞室底板中部局部单元处于双向或单向受拉状态(图 2 中阴影部分). 由此可见,对于直墙拱顶型大跨度隧道底板宜适当支护.

图 2 洞周破坏区

Fig.2 Damage zone of chamber

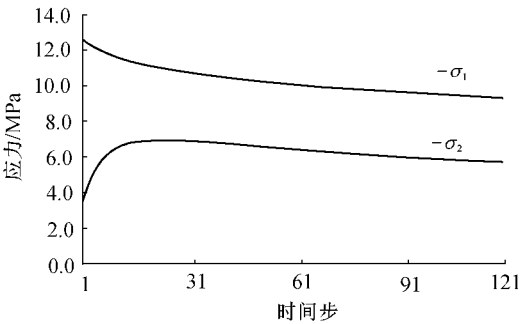


图 3 侧墙中部单元应力随时间的变化

Fig.3 Stresses of lateral wall vs. time

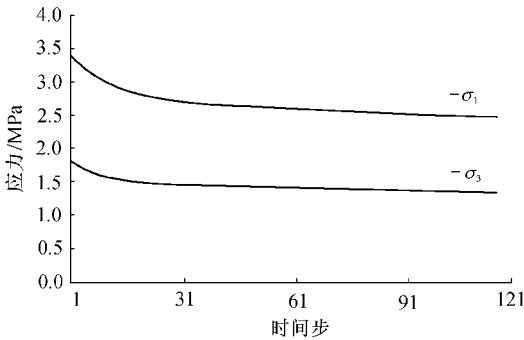


图 4 拱顶单元应力随时间的变化

Fig.4 Stresses of vault vs. time

5 结 语

本文给出了弹粘塑性问题的有限元列式,并从理论和经验两方面讨论了迭代过程中对时间步长的限制问题,从而保证了解的精度. 洞室围岩稳定问题的实例计算分析表明,考虑围岩弹粘塑性性态对于深埋隧道等地下结构分析是合适的,若在仿真分析过程中计入时间因素来预测围岩变形和应力,有利于选择适当的支护形式和合理的支护时机.

参考文献:

[1] 卓家寿. 非线性固体力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1996. 65 ~ 79.

[2] Perzyna . Fundamental problem in viscoplasticity[J]. Adv in Appl Mech ,1966 (9) 243 ~ 377 .

[3] Zinkiewicz O C ,Corneau I C. Visco-plasticity and creep in elastic solids-a unified numerical solution approach[J]. Int J Num Meth in Engrg ,1974 (8) 821 ~ 845 .

[4] Corneau I. Numerical stability in quasi-static elasto-viscoplasticity[J]. Int J Num Meth in Engrg ,1975 (9) :109 ~ 127 .

Elasto-Viscoplastic FEM Analysis for Underground Chambers

SHAO Guo-jian , JIANG Yong-xing , ZHUO Jia-shou
(College of Civil Engineering , Hohai Univ. , Nanjing 210098 , China)

Abstract : Based on Perzyna ’s Elasto-Viscoplastic theory , the constitutive laws of elasto-viscoplastic models are used and the corresponding FEM formulae are developed for analysis of rock medium. The restriction on time-step length during the iterative process is discussed from theoretical and empirical points. The stability analysis for surrounding rock of a chamber is taken as an example , in which the viscosity effect during chamber excavation is taken into account. The regularities of the displacement and stress of surrounding rock varying with time are obtained , providing a basis for timely supporting on underground chamber construction.

Key words : underground chamber ; elasto-viscoplasticity ; time-step length ; non-linear FEM