

潮流数值模拟中紊动粘性系数的研究

陈永平¹, 刘家驹², 喻国华²

(1. 河海大学交通与海洋工程学院, 江苏 南京 210098;

2. 南京水利科学研究院河港研究所, 江苏 南京 210029)

摘要 从流体运动基本方程出发, 对 Boussinesq 假设的合理性进行了初步探讨, 阐述了紊动粘性系数的物理含义及其在数值计算中所起的作用. 就一内设正交丁坝的半封闭海域中的平面紊动粘性系数对二维潮流数值计算结果的影响进行了讨论. 结果表明, 平面紊动粘性系数对潮位和平均流速的影响较小. 随着紊动粘性系数的增加, 丁坝背流侧回流的强度和影响范围均明显增大. 就风生流和环岛水流两个理论算例中的垂向紊动粘性系数对三维潮流数值计算结果的影响进行了讨论. 结果表明, 垂向紊动粘性系数越大, 流速分层越不明显, 流速的绝对值也越小. 垂向紊动粘性系数的梯度变化则对水平流速的垂向分布起着决定性的作用. 综合理论分析和数值试验的成果, 垂向紊动粘性系数宜采用抛物线分布的结构型式.

关键词 Boussinesq 假设; 平面紊动粘性系数; 垂向紊动粘性系数; 潮流数值模拟

中图分类号 P731.21

文献标识码 A

文章编号 1000-1980(2002)01-0039-05

天然的水流运动大多为紊流, 潮流运动也不例外. 通常紊流运动可以用 Reynolds 方程组来描述:

$$\text{连续方程} \quad \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\text{动量方程} \quad \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{u'_i u'_j}) \quad (2)$$

由于动量方程(2)引入了脉动二阶量 $\overline{u'_i u'_j}$, 使得方程组中的未知数增加到 10 个, 而方程数仍为 4 个, 方程组出现了不封闭现象. 为了减少未知量的数目, 通常采用 Boussinesq(1887)假设:

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \rho \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

式中 ν_t 为本文所指的紊动粘性系数. 由此看出 ν_t 是通过 Boussinesq 假设引入的, 因此 Boussinesq 假设合理与否对于 ν_t 物理含义的阐述至关重要.

对于潮流运动, 由于其平面尺度远大于垂向尺度, 在实际的数值计算过程中, 通常将平面紊动粘性系数 A_H 和垂向紊动粘性系数 A_V 分开加以考虑. 根据现场资料的推算, A_H 一般应在 $10^2 \sim 10^3 \text{ m}^2/\text{s}$ 之间^[1], 而 A_V 的最大值一般不大于 $10^{-2} \sim 10^{-1} \text{ m}^2/\text{s}$ ^[2].

在实用的 POM (Princeton Ocean Model) 模型中, Mellor(1992)将 Smagorinsky 公式应用到大范围的潮流数值计算时, 其平面紊动粘性系数取值为^[3]:

$$A_H = C \Delta x \Delta y \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 / 2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (4)$$

考虑到平面紊动粘性项对整个流场影响有限, 在实际计算过程中可简单地取为常数; 当网格步长很小时, A_H 甚至可以忽略不计^[4].

对于垂向紊动粘性系数, 人们通常是通过对一些相对简单的流体运动, 如二元明渠流、管流等的理论分析后, 提出一个半经验性的关系式, 然后通过现场观测或实验资料对相应的关系式进行适当的修正. 常见的垂向紊动粘性系数结构型式有常数型式、线性型式、抛物线型式、指数型式、混合长型式等^[5~7].

1 紊动粘性系数的物理背景

1.1 Boussinesq 假设的合理性讨论

描述牛顿流体运动的基本方程组为 $N-S$ 方程组. 对于不可压缩流体, 其微分形式可表达如下:

$$\text{连续方程} \quad \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (5)$$

$$\text{动量方程} \quad \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (6)$$

对比 $N-S$ 方程组和 Reynolds 方程组, 可以发现方程(2)较方程(6)多了紊动应力梯度项 $\frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{u'_i u'_j})$, 由于该项是从方程(6)的对流项 $u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ 经 Reynolds 时间平均而派生而来的, 因此有必要对方程(6)中的对流项作更为详细的分析.

根据流体的特征理论^[8], 就纯对流过程而言, 某点的波动只是沿着特征线的正方向传播, 因此对流过程就特征线而言具有所谓的单程性, 即某点条件的影响只沿特征线方向的下游传播, 而不向上游传播, 该点的影响域只取决于任意时刻经过该点的所有特征线所包围的区域. 而就扩散过程而言, 由于扩散源向四周传播, 某点条件的影响不仅会向下游传播, 而且还会影响到上游的物理量, 因此相对于单程性而言, 扩散过程具有所谓的双程性.

进一步分析可以看出, 虽然某一时刻对流输运过程 $\frac{\partial}{\partial x_j} (u'_i u'_j)$ 具有单程性, 但在 Reynolds 平均的时段内, 根据各向同性紊流遍态历经假设, 其时均值 $\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u'_i u'_j})$ 已具有明显的双程性, 就对时均场的影响而言, 可近似地把它看作是一种扩散源, 类比于分子作用的扩散源 $\nu (\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i})$, 可假设 $-\rho \overline{u'_i u'_j} = \rho \nu_t (\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i})$. 这与 Boussinesq 在 1887 年提出的基于紊动粘性概念上的雷诺应力假设是完全一致的, Boussinesq 假设的合理性由此得到了进一步的证实.

1.2 紊动粘性系数的物理含义

通过上面分析可以看出, 紊动粘性的假设是针对流体处于紊动状态时脉动场的对流输运对整个时均场的影响而提出的, 因此紊动粘性系数是联系紊流脉动场和时均场的一个重要的物理参数. 同时我们也应该注意到, 所谓的紊动应力实质上是流体作紊流运动时惯性力的随机统计结果, 由此引出的紊动粘性系数并不是流体的物质常数, 它与流体所处的运动状态有着密切的联系, 因此它应该是空间坐标和时间坐标的函数:

$$\nu_t = \nu_t(x_i, t) \quad (7)$$

将 Boussinesq 假设代入方程(2), 紊动粘性项可以分成两项:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} [\nu_t (\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i})] = \nu_t \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial \nu_t}{\partial x_j} (\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}) \quad (8)$$

其中第一项与分子粘性项形式是相同的, 它反映了紊动粘性系数 ν_t 的大小对时均流场扩散过程和耗散过程的影响. 第二项则反映了紊动粘性系数 ν_t 分布不均匀对时均流场的对流过程的影响, 在流速梯度较大的区域必须充分考虑到这一点.

2 平面紊动粘性系数对潮流数值计算结果的影响

在平面二维潮流数值模拟中, 除了常规的潮位和平均流速的数值模拟外, 对于一些特定海域, 还需要定性地给出由于复杂边界或地形所引起的回流现象的描述. 本文通过一个假想的数值算例, 仅就平面紊动粘性系数对潮位、平均流速以及回流强度和影响范围进行了初步的探讨.

2.1 数值算例简介

在等水深的半封闭海湾中设置一宽度可忽略不计的正交丁坝, 如图 1 所示, 潮波由 AF 断面传入, 开边界条件为: $\eta|_{AF} = \sin(2\pi t/T)$, η 为潮位, t 为时间, 周期 $T = 12$ h. 其它参数分别为: 水深 $H = 10$ m, 网格步长为 1 km, 时间步长取 60 s, 柯氏力系数 $f = 0$.

2.2 平面紊动粘性系数对潮位、平均流速的影响

在数值计算过程中,当 A_H 取值过大或过小时,均出现了数值发散现象,但是当 A_H 满足计算稳定性要求时,其量值的变化对潮位、平均流速的计算值的影响很小.表 1 列举了 $t=3\text{ h}$ 时 A_H 分别取 1 000,2 000,3 000 时 G 点处的潮位和平均流速的计算值.

表 1 $t=3\text{ h}$ 时 G 点的潮位和平均流速值

Table 1 The tidal level and mean velocity at point G at $t=3\text{ h}$

A_H	潮位/m	流速/($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)
1 000	1.310	0.511
2 000	1.309	0.522
3 000	1.306	0.517

由表 1 可以看出,当 A_H 从 1 000 增大到 3 000 后,潮位只变化了 0.3%,而流速的变化幅度最大也不超过 2.2%.这正是在大范围的工程实例计算中可以对平面紊动粘性系数不予过多地考虑的原因之所在.

2.3 平面紊动粘性系数对丁坝回流模拟的影响

随着潮波周期性地传入,受正交丁坝挑流作用的影响,在其背流侧将出现明显的回流现象.为了便于讨论,本文特别引入了一个无因次量 $R_\omega=\frac{\omega D}{U}$,其中 ω 为水体质点的旋转角速度, D 为丁坝长度, U 为水体质点的水平速度.图 2 为 $t=9\text{ h}$ 时丁坝附近水域 R_ω 的等值线与平面流态的对比.从图中可以看出,图 2(a)丁坝头部左侧出现 R_ω 的正值集中区域正好对应着图 2(b)中由于丁坝的挑流作用所形成的一个逆时针方向的回流,其它时刻亦有类似的现象.因此 R_ω 可以近似地描述出任一点的回流强度和影响范围.

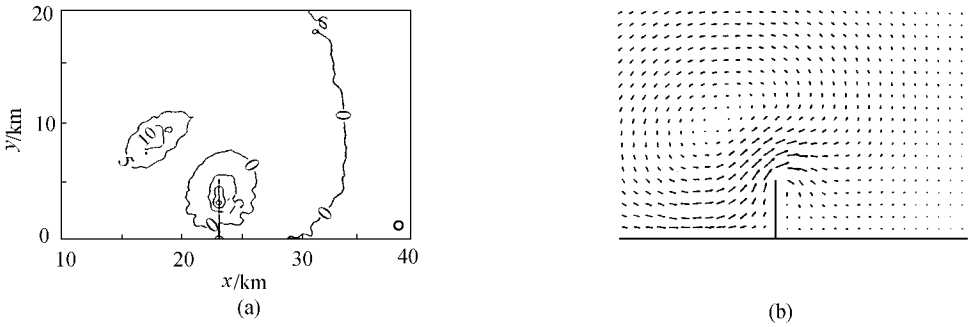


图 2 $t=9\text{ h}$ 时的等值线与平面流态的对比

Fig.2 Comparison of R_ω -contour and flow pattern at $t=9\text{ h}$

图 3 为紊动粘性系数分别取 1 000,2 000,3 000, $t=9\text{ h}$ 时 R_ω 的等值线.从图中可以看出,随着紊动粘性系数的增加,丁坝背流侧的回流强度明显增大,回流的影响范围也相应增大.

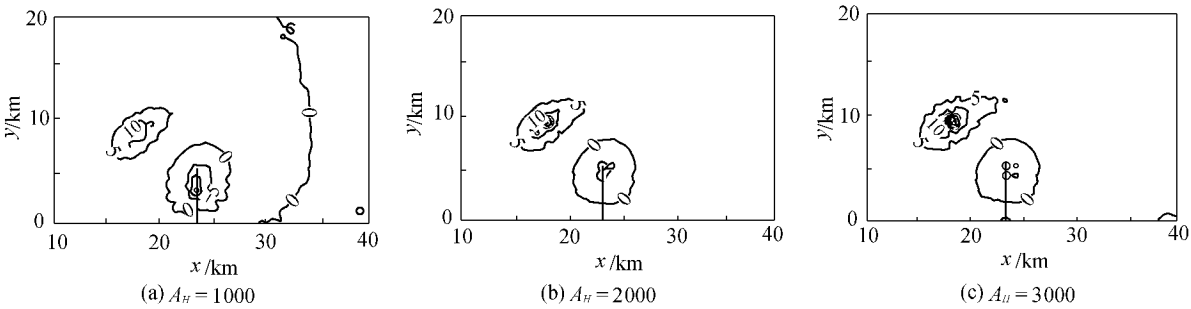


图 3 A_H 取不同数值时的 R_ω 等值线

Fig.3 R_ω -contours for different A_H

3 垂向紊动粘性系数对潮流数值计算结果的影响

本文选用了风生流^[9]和环岛水流^[10]两个理论算例,分别就垂向紊动粘性系数的大小和不同的结构型式对数值计算结果的影响进行专门讨论.

3.1 垂向紊动粘性系数值大小对数值计算结果的影响

在风生流的算例中,当矩形水池表面作用一恒定均匀风应力时,能量源源不断地从外界输入.水体一方面通过紊动粘性的扩散作用将其中的一部分能量转换为动能,另一方面则通过紊动粘性的耗散作用将其余的能量转换为热能,最后达到能量平衡.

当 A_V 取不同的常数值时,水池中的水平流速发生了明显的改变.如图 4 所示,当 A_V 逐渐增大时,水流的垂向掺混作用明显加强,耗散作用所占比例有所增加,水平流速的绝对值相应减小,流速的分层也越不明显.从图中还可以看到,流速沿垂线的转折点保持不变,这反映出 A_V 在量值上的变化不会影响水体的能量平衡.

3.2 垂向紊动粘性系数不同的结构型式对数值计算结果的影响

为了比较不同的垂向紊动粘性系数结构型式对计算结果的影响,本文选择了 6 种不同的结构型式在环岛水流算例中进行对比计算,它们分别是:

常数型式 C_0 :

$$A_V = A_{V0}$$

9

线性型式 L_0 :

$$A_V = A_{V0}(1 + \sigma)$$

10

分段线性型式 L_1 :

$$A_V = \begin{cases} A_{V0} & \sigma \geq -0.5 \\ 2A_{V0}(1 + \sigma) & \sigma < -0.5 \end{cases}$$

11

抛物线型式 S_0 :

$$A_V = -4A_{V0}\sigma(1 + \sigma)$$

12

分段抛物线型式 S_1 :

$$A_V = \begin{cases} A_{V0} & \sigma \geq -0.5 \\ -4A_{V0}(1 + \sigma) & \sigma < -0.5 \end{cases}$$

13

抛物线型式 S_2 :

$$A_V = \frac{16}{9}A_{V0}(\frac{1}{2} - \sigma)(1 + \sigma)$$

14

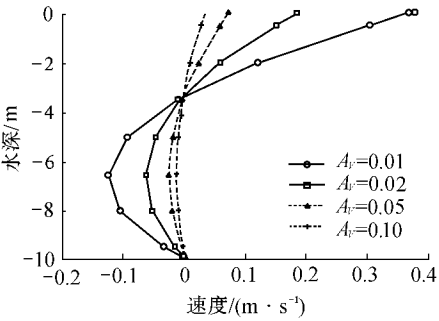


图 4 A_V 取不同常数时流速剖面示意图

Fig.4 Velocity profiles for different A_V constants

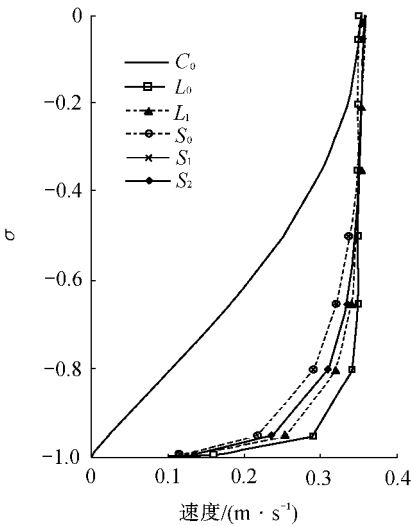


图 5 A_V 取不同结构型式时的流速剖面图

Fig.5 Velocity profiles for different A_V forms

式中: A_{V0} ——常数值; σ ——垂向伸缩坐标, $\sigma = \frac{z - \eta}{H}$.

图 5 为上述 6 种结构型式所对应的流速剖面示意图.从图中可以看出, A_V 的不同结构型式对水平流速的垂向分布影响较大,在临底附近表现尤为明显.表 2 为各种不同结构型式在底部($\sigma = -1$)的 A_V 梯度值:

表 2 不同结构型式在底部的 A_V 的梯度值

Table 2 Gradient values of A_V at bottom of different structure patterns

结构型式	C_0	S_0	S_1	S_2	L_1	L_0
A_V 梯度值	∞^*	$4A_{V0}$	$4A_{V0}$	$2.7A_{V0}$	$2A_{V0}$	A_{V0}

* 这里设底部 A_V 值为 0,此时 A_V 的梯度值为 ∞ .

对照表 2 和图 5 可以看出,随着底部 A_V 梯度值的减小,底部流速的梯度值逐渐增加,水平流速的垂线分布更趋均匀.从图中可以看出,在不考虑风应力的情形下, A_V 采用抛物线结构型式的计算结果明显比采用线性和常数结构型式要合理一些,这与理论分析的结果^[11]也是一致的.

4 结 论

- a. 从对流过程和扩散过程的单、双程性质出发,可以给出 Boussinesq 假设的一种合理性解释.紊动粘性系数是联系紊流时均场和脉动场之间的一个重要的物理参数,它对整个流场的对流过程、扩散过程和耗散过程均会产生一定的影响.
- b. 当 A_H 满足计算稳定性要求时,其量值的变化对潮位及平均流速的计算值影响很小.但是随着 A_H 的增加,丁坝背流侧所形成的回流强度明显加强,影响范围也有所增大.
- c. A_V 对水平流速的大小和垂向分布影响较大.当 A_V 逐渐增大时,水流的垂向掺混作用逐渐加强,耗散作用所占比例有所增加,水平流速的绝对值相应减小,流速的分层也越不明显. A_V 的梯度变化对水平流速的垂向分布起着决定性的作用.

参考文献：

[1] 罗家海.河口及海湾地区水平扩散系数确定研究[J].海洋环境科学,1989,8(3) 36~40.

[2] Bowden K F,Fairbairn L,Huges P.The distribution of shearing stresses in a tidal current[J].Geophys J Roy Astron Soc,1979(2) 288~305.

[3] Mellor G L. User 's guide for a three-dimensional, primitive equation, numerical ocean model[Z].Prog in Atmos and Ocean Sci Princeton University,1992.

[4] Oey L Y,Mellor G L,,Hires R I. A three-dimensional simulation of the Hudson Raritan estuary,Part I :Description of the model and model simulations[J].J Phys Oceanogr,1985,(15) 1676~1692.

[5] Nest. Calculating tidal current profiles from vertically integrated models near the critical latitude in the Sarents Sea[J].J Geophys Res,1994,99 :7885~7901.

[6] 刘宇陆.潮汐水流的垂向结构与剩余环流研究[J].水动力研究与进展(A 辑),1995,10(4) 371~380.

[7] 宋志尧.海岸河口三维水流场垂向级数解模型[D].南京 河海大学,1999.

[8] 金忠青.N-S 方程的数值解和紊流模型[M].南京 河海大学出版社,1989.19~21.

[9] Kim T T.The structure of three-dimensional tide-generating currents :experimental verification of a theoretical model[J].Estuarine, Coastal and Shelf Science,1982,14 :27~28.

[10] Lynch D R,Officer C B. Analytic test cases for three-dimensional hydrodynamic models[J]. Inter J for Numer Methods in Fluids,1985,5 :529~543.

[11] 陈永平.海岸河口潮流数值模拟中紊动粘性系数的研究[D].南京 南京水利科学研究院,1999.

A Study on Eddy Viscosity Coefficient in Numerical Tidal Simulation

CHEN Yong-ping¹,LIU Jia-ju²,YU Guo-hua²

(1. College of Traffic and Ocean Engineering , Hohai Univ. , Nanjing 210098, China ;

2. River and Habor Department , Nanjing Hydraulic Research Institute , Nanjing 210029, China)

Abstract On the basis of fluid motion equations, the rationality of the Boussinesq hypothesis is discussed, and the physical meaning of the eddy viscosity coefficient and its function in numerical simulation are described. A semi-enclosed rectangular sea area, with an orthogonal spur dike is designed for the analysis of the effect of horizontal eddy viscosity coefficient(A_H) on 2-D numerical tidal simulation. The calculated results show that A_H has little influence on the tidal level and the average flow velocity ; however, with the increase of A_H , the intensity of return flow near the spur dike and its affecting range increase correspondingly. The calculation of a wind-induced current and an annular current are taken as examples for analysis of the influence of the vertical eddy viscosity coefficient(A_V) on 3-D numerical tidal simulation. The calculated results show that the absolute value of A_V is inversely proportional to that of horizontal velocity, and the vertical gradient value of A_V determines the vertical distribution of horizontal velocity. According to numerical tests and theoretical analysis, the parabolic pattern of distribution of A_V is recommended.

Key words Boussinesq hypothesis ; horizontal eddy viscosity coefficient ; vertical eddy viscosity coefficient ; numerical tidal simulation