

边坡稳定的模糊随机可靠性分析

杨建贵¹, 蔡 新², 张永乐³

(1. 南京市长江河道管理处, 江苏 南京 210083 2. 南京水利科学研究所, 江苏 南京 210029;
3. 江苏省建筑设计研究院, 江苏 南京 210029)

摘要 将模糊随机可靠度理论应用于边坡的稳定分析, 建立了基于几何法计算广义可靠指标的数学模型. 根据模型的特点, 引入加速遗传算法寻找最小可靠指标, 导出了计算边坡稳定的模糊随机可靠度算法. 通过对单层简单边坡稳定的模糊随机可靠性分析, 得到考虑岩土参数的不确定性因素对广义可靠指标影响的一般规律, 说明该模型具有较高的计算精度和工程实用性.

关键词 边坡 模糊随机可靠度 稳定 遗传算法

中图分类号 :TU47 ;TU311.2

文献标识码 :A

文章编号 :1000-1980(2002)01-0058-05

岩土地基土性的不确定性首先在于岩土性质本身在空间和时间域上的可变性. 若以一定范围的土体而言, 土性的空间均值也存在着不确定性. 另外由于在室内或现场试验存在着试验误差、土性参数测试中的条件与实际情况有出入而引起的误差都会导致土性参数的不确定性. 而此类不确定性同时包含随机性因素和模糊性因素. 随着结构可靠性的研究发展, 基于随机性分析的边坡稳定性分析应运而生^[1]. 安全系数 F_s 通常是考虑岩土参数均值情况下得出的, 而可靠指标不仅考虑岩土参数的均值, 还考虑岩土参数的变异性, 从实际意义上来说更合理. 另外, 随着模糊理论的发展, 出现了边坡稳定性评价的模糊分析方法^[2]. 本文同时考虑岩土体的模糊性和随机性两种不确定性因素, 并探讨模糊性因素和随机性因素对边坡稳定的影响.

1 边坡稳定模糊随机可靠性分析原理

1.1 边坡稳定的随机可靠性分析

边坡稳定分析常常采用圆弧滑动的瑞典条分法和毕肖普简化法^[3], 安全系数表示为 $F_s = \frac{R}{S}$, 其中 R 为抗滑力矩, S 为滑动力矩. 因此边坡稳定可靠性分析的极限状态方程可以采用两种形式^[4]: $Z = F_s - 1 = 0$ 或 $Z = R - S = 0$. 可靠指标 β 的表达式为

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_{F_s} - 1}{\sigma_{F_s}} \quad (1)$$

或

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2 + 2\text{COV}(R, S)}} \quad (2)$$

式中: μ_Z —— Z 的均值; σ_Z, σ_{F_s} —— Z 和 F_s 的均方差; σ_R ——抗滑力矩 R 的均方差; σ_S ——滑动力矩 S 的均方差; $\text{COV}(R, S)$ ——抗滑力矩 R 和滑动力矩 S 之间的协方差.

一般来说, 用式(1)计算可靠指标, 常常采用蒙特卡洛 (Monte-Carlo, 简称 M-C) 模拟法, 通过对随机变量的模拟进行确定性分析得出系列 F_s , 然后进行统计计算可以求得 β . 在进行边坡可靠性分析时, 可取岩土参数的特征值 (如 γ, c, φ 等) 作为随机变量.

1.2 几何法求随机可靠指标^[5]

几何法求可靠指标的原理立足于可靠指标 β 的几何意义, 采用优化方法, 直接寻找标准正态空间内原

点到失效边界的最短距离,以求得可靠指标 β 值.几何法的特点是避免了极限状态方程线性化带来的误差,精度较高.因此基于几何法求结构可靠指标 β 是在标准坐标系中从原点到失效界面最短距离的定义,可靠指标可以写成

$$\begin{cases} \beta = \min \sqrt{\mathbf{U}^T \mathbf{U}} \\ g(\mathbf{U}) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{U}$ ——独立的标准正态随机向量,由边坡稳定分析中的随机变量据一定规则转化而成; $g(\mathbf{U})$ ——由边坡稳定极限状态方程 $G(X)$ 转化得到.

对于具有相关性的随机变量 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, 首先将相关随机变量通过空间转换为不相关变量,得到不相关随机变量 Y ,

$$Y = A^T X$$

将独立变量 Y 转化为标准正态变量 U ,

$$U = \frac{Y - U_Y}{\sigma_Y} = T A^T X - B$$

再利用式(3)求解 β . 上式中, A 为由协方差矩阵特征向量组成的正交转换矩阵, T 为 Y 的标准差组成的矩阵, B 为 Y 的均值组成的向量.

1.3 边坡稳定的模糊随机可靠性分析模型

结构的安全性受到大量不确定性因素的影响,这种不确定性主要包括设计参数等的随机性和模糊性.边坡稳定分析中存在的模糊性包括随机变量的模糊性和极限状态的模糊性,故函数模糊化处理主要体现在两方面,一是对基本随机变量的模糊化处理,二是对极限状态($Z=0$)的模糊化处理.

1.3.1 基本随机变量的模糊化处理^[6]

引入模糊状态约束变量 $\alpha \in [0, 1]$ 可以得到随机变量均值的模糊数为

$$\bigcup_{\alpha \in [0, 1]} \alpha \left[\frac{a+b}{2} + c(\alpha-1), \frac{a+b}{2} + c(1-\alpha) \right] \quad (4)$$

式中: (a, b) ——随机变量均值的取值范围; c 的取值反映随机变量均值的模糊边界范围,根据工程实际确定,一般取 $c = 10\% \times \frac{a+b}{2}$; 当 $\alpha = 1$ 时模糊区间成为一点,表示传统的可靠性分析中的极限状态情况.

1.3.2 极限状态的模糊化处理

与基本随机变量的模糊化处理类似,极限状态的模糊性可表达为

$$\tilde{Z} = \tilde{R} - \tilde{S} = \tilde{b} \quad (5)$$

式中: $\tilde{R}, \tilde{S}$ ——边坡的抗滑力矩和滑动力矩的模糊量; $\tilde{b}$ ——零点附近的三角模糊数,

$$\tilde{b} = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} \alpha [(\alpha-1)d, (1-\alpha)d] \quad (6)$$

式中: $\alpha \in (0, 1]$ ——极限状态值 $\tilde{b}$ 的约束水平; d ——极限状态的最大容许值.

因此极限状态方程可表示为

$$\tilde{Z}_\alpha = \tilde{R}_\alpha - \tilde{S}_\alpha = \tilde{b}_\alpha \quad (7)$$

式中: $\tilde{Z}_\alpha = [Z_\alpha^-, Z_\alpha^+]$, $\tilde{R}_\alpha = [R_\alpha^-, R_\alpha^+]$, $\tilde{S}_\alpha = [S_\alpha^-, S_\alpha^+]$, $\tilde{b}_\alpha = [b_\alpha^-, b_\alpha^+]$ 为闭区间数,其中 $\tilde{Z}_\alpha^-, \tilde{R}_\alpha^-, \tilde{S}_\alpha^-, \tilde{b}_\alpha^-$ 为闭区间数的下限, $\tilde{Z}_\alpha^+, \tilde{R}_\alpha^+, \tilde{S}_\alpha^+, \tilde{b}_\alpha^+$ 为闭区间数的上限,且不同的 $\alpha \in [0, 1]$, 它们的取值范围不相同.按照区间运算规则,式(7)可等价表示成

$$Z_\alpha^- = R_\alpha^- - S_\alpha^+ = b_\alpha^- \quad (8)$$

$$Z_\alpha^+ = R_\alpha^+ - S_\alpha^- = b_\alpha^+ \quad (9)$$

对应于每一个 $\alpha \in [0, 1]$, $R_\alpha^-, R_\alpha^+, S_\alpha^-, S_\alpha^+, b_\alpha^-, b_\alpha^+$ 的均值为确定值,由式(3)计算 β 值,式(8)和(9)计算边坡稳定模糊随机可靠指标的下限和上限.应指出的是,当考虑随机变量的模糊性时,只需在计算边坡稳定可靠指标的程序基础上加入处理模糊性的功能模块,将模糊量变为非模糊量即可.

2 基于加速遗传算法寻找最小可靠指标

2.1 遗传算法的特点

遗传算法(Genetic Algorithm,简称 GA)是模拟自然界中的进化过程或演变过程的算法,它把适者生存原则和结构化及随机化的信息交换结合在一起,形成了具有某些人类智能的特征,这恰恰能较好地克服结构可靠指标传统计算方法的不足之处,因为:(a)遗传算法基本上不受函数约束条件诸如连续性、导数存在、极值等限制;(b)遗传算法从种群开始搜索,且可平行地‘爬’出许多‘山峰’,这样便使陷入局部最优解的可能性大幅度减小;(c)遗传算法不是盲目地随机搜索,而是使用交换、变异、繁殖等随机化的遗传操作进行具有导向性的随机化搜索,不仅使搜索的潜在解的范围扩大,同时还能有效地利用历史信息,推测出有希望改进特征的解.

2.2 加速遗传算法

本文采用金菊良^[7]首先提出的加速遗传算法(Accelerating Genetic Algorithm,简称 AGA).AGA 利用简单遗传算法(简称 SGA)运行过程中搜索到的优秀个体逐步调整优化变量的搜索区间,形成一种改进的遗传算法,称为加速遗传算法.AGA 算法步骤为:

- 变量初始变化空间的离散和编码;
- 初始父代群体的随机生成;
- 父代个体适应度的评价;
- 父代个体的概率选择;
- 父代个体的杂交;
- 子代个体的变异;
- 进化迭代,a~g 步构成简单遗传算法;
- 加速循环,用第一次和第二次进化迭代产生的优秀个体的变化空间作为变量新的初始变化区间,算法进入步 a,重新运行 SGA 算法,如此加速循环,优秀个体的变化区间将逐步调整和收缩,与最优点的距离越来越近,直到最优个体的优化函数值小于某一设定值或算法运行达到预定加速次数,结束整个算法.

2.3 AGA 寻找最小可靠指标

边坡模糊随机可靠性问题由模糊模块处理程序转化为边坡的随机可靠指标问题.根据加速遗传算法原理,按照传统可靠性理论,采用加速遗传算法寻找基于几何法求边坡可靠指标的优化模型为

$$\beta = \min(\sqrt{U^T U} + \xi | g(U) |) \tag{10}$$

式中以土性参数作为随机变量 X,通过当量正态化等步骤将 X 转化为标准正态分布随机变量 U;ξ 为罚因子;g(U)由边坡极限状态方程转化得到.

3 算 例

某单层边坡高 10m,坡度为 1:2,如图 1 所示.考虑土性参数的模糊性和随机性,假设土体容重、粘聚力和内摩擦角均服从模糊正态分布,即 $\tilde{m} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \alpha [U + c(\alpha - 1), U + c(1 - \alpha)]$,其中 U 为土性参数的均值,c 取均值的 10%.设模糊随机极限状态值为三角模糊数,即 $\tilde{b} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \alpha [0.1 \times (\alpha - 1), 0.1 \times (1 - \alpha)]$.具体计算参数见表 1、表 2.

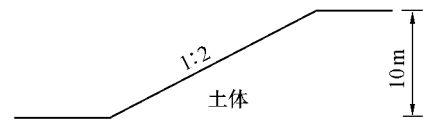


图 1 单层土坡示意图
Fig.1 A single layer slope

表 1 单层边坡土体参数

Table 1 Soil parameters of single layer slope

统计量	容重	粘聚力	内摩擦角
均 值	19.7 kN·m ⁻³	6.0 kPa	20°
点变异系数	0.026	0.453	0.426
空间变异系数	0.005 8	0.101	0.095

表 2 土体参数相关系数

Table 2 Correlation coefficients of soil parameters

参数	容重	粘聚力	内摩擦角
容重	1.0	0.4	0.4
粘聚力	0.4	1.0	-0.3
内摩擦角	0.4	-0.3	1.0

边坡稳定分析的基本方法为瑞典法,采用 AGA 寻找最小可靠指标,考虑土性参数的随机性,取交换概率 $P_c = 0.9$,变异概率 $P_m = 0.1$,种群规模 *pop-size* 为 500,取优秀个体的数目 n 为 50,加速遗传代数取 20. 以最大加速遗传代数 MAXGEN = 25 作为 AGA 收敛标准.

3.1 广义可靠性分析成果

- a. 考虑空间变异系数且不考虑土性参数的互相关性,分别用几何法和 M-C 法计算得到的模糊随机可靠指标见图 2. 其中几何法计算可靠指标时,采用 AGA 算法寻找最小可靠指标.
- b. 考虑空间变异系数且不考虑土性参数的互相关性,安全系数随水平截集值变化见图 3.
- c. 不考虑土性参数的相关性和只考虑土性参数的互相关性得到模糊随机可靠指标见图 4(a). 其中可靠指标的计算采用几何法,用 AGA 算法寻找最小可靠指标.
- d. 只考虑自相关性和同时考虑互相关和自相关性计算得到的模糊随机可靠指标见图 4(b). 其中可靠指标的计算采用几何法,用 AGA 算法寻找最小可靠指标.

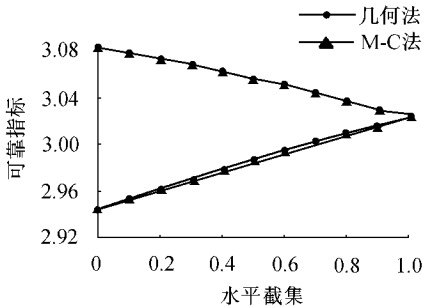


图 2 几何法和 M-C 法比较

Fig.2 Comparison of geometry method and M-C method

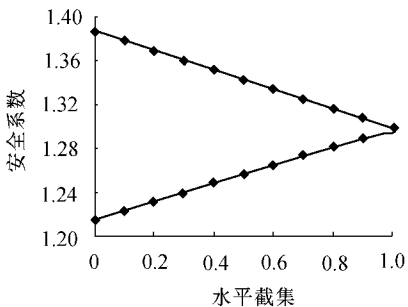
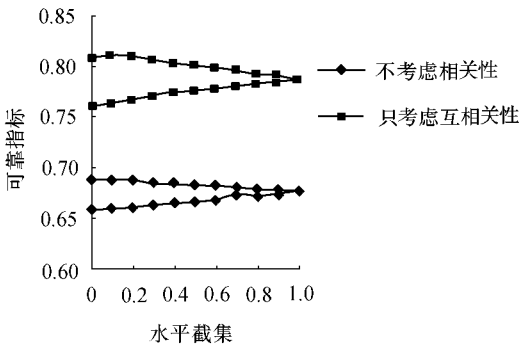
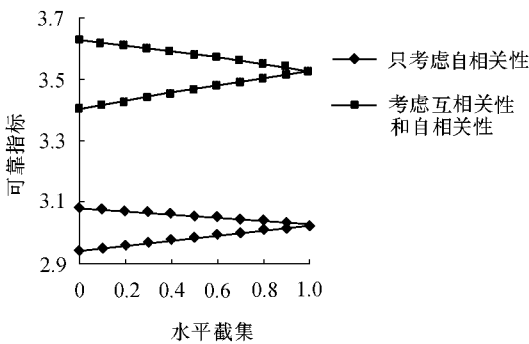


图 3 安全系数

Fig.3 Safety factor



(a) 不考虑土性参数的相关性和只考虑土性参数的互相关性



(b) 只考虑土性参数的自相关性和同时考虑土性参数的互相关性和自相关性

图 4 相关性与可靠指标的关系

Fig.4 Relation between correlativity and reliability index

3.2 成果分析

由图 1 可以看出,在不考虑土性参数的互相关性时,无论是否考虑参数的自相关性计算得到可靠指标与 M-C 法得到的可靠指标相差很小,平均为 0.2% (稍偏安全),这种差别实际应用中可以忽略. 由于 M-C 法为一种相对精确的方法,可见用 AGA 法寻找边坡稳定的最小可靠指标具有较高的精度. 可靠指标与安全系数随水平截集的变化规律一致(图 2、图 3),与二者均为反映边坡稳定这一本质特征相吻合.

当不考虑土性参数的自相关性和互相关性,即把土性参数(γ, c, φ)作为独立的随机变量,由点方差计算得到的模糊随机可靠指标偏小,如图 4. 而考虑土性参数的自相关性,用随机场理论得空间均值和方差,得到的模糊随机可靠指标与安全系数所表达的边坡安全性较为一致,说明边坡稳定可靠度取决于边坡土层的土性参数的空间平均特性,只有考虑参数的空间变异性,才有可能得到与实际安全程度相符的可靠指标.

此外,当仅考虑土性参数的互相关时,与不考虑土性参数的自相关、互相关相比,可靠指标的值平均提高

16.68%,同时考虑土性参数的自相关、互相关与仅考虑土性参数自相关相比,可靠指标值平均提高 16.61%,说明土性参数的互相关性对可靠指标的影响不容忽视.

4 结 束 语

- a. 考虑土性参数的相关性(互相关和自相关性)对边坡稳定的广义可靠指标的影响较大.
- b. 同时考虑边坡稳定分析中存在的模糊性和随机性因素,能够克服单纯考虑其中一种不确定性因素的不足,并能够准确地反映工程的实际情况.因此正确处理不确定性信息必将为提高边坡工程的设计质量和水平、降低工程造价、提高安全可靠性起重大作用.
- c. 本文算例为单层边坡稳定的模糊随机可靠性分析,根据本文理论,同样可以对多层边坡稳定进行模糊随机可靠性分析.
- d. 用 M-C 法进行边坡稳定可靠性分析占机容量大,耗用机时长,而采用基于几何法求可靠指标,加速遗传算法寻找最小可靠指标能够有效地克服 M-C 法的缺点,并兼有其优点.加速遗传算法是一种适应性很强的优化方法,可以成为边坡乃至岩土、结构可靠度分析解决优化问题的一种有力工具.

参考文献:

- [1] 祝玉学.边坡可靠性分析[M].北京:冶金工业出版社,1993.1~2.
- [2] 李彰明.模糊分析在边坡稳定性评价中的应用[J].岩石力学与工程学报,1997,16(5):490~495.
- [3] 钱家欢,殷宗泽.土工原理与计算[M].北京:中国水利水电出版社,1996.78~81.
- [4] 吴世伟.结构可靠度分析[M].北京:人民交通出版社,1989.75~78.
- [5] 吕泰仁,吴世伟.用几何法求构件的可靠指标[J].河海大学学报,1988,16(5):86~93.
- [6] 谭东耀,王光远.结构随机模糊优化的广义可靠度法[J].哈尔滨建筑工程学院学报,1989,22(2):15~26.
- [7] 金菊良.遗传算法及其在水问题中的应用[D].南京:河海大学,1998.

Fuzzy-Random Reliability Analysis for Slope Stability

YANG Jian-gui¹, CAI Xin², ZHANG Yong-le³

(1. Bureau of Nanjing Yangtze Waterway Management, Nanjing 210083, China ;

2. Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210029, China ;

3. Jiangsu Research Institute of Architectural Design, Nanjing 210029, China)

Abstract : A geometry-based mathematical model is established for the calculation of reliability index by use of the fuzzy-random reliability theory for slope stability analysis. In combination with the accelerating genetic algorithm, the minimum reliability index is calculated, and a method for calculation of the fuzzy-random reliability is derived. Based on the fuzzy-random reliability analysis of the stability of a single-layer slope, a general regularity considering the influence of undetermined factors of rock parameters on the reliability index is obtained. The results show that the model is of high precision and engineering practicability.

Key words : slope ; fuzzy-random reliability ; stability ; genetic algorithm