

水资源系统不确定性决策机会约束模型法

方红远,邓玉梅

(河海大学水文水资源及环境学院,江苏 南京 210098)

摘要 针对多属性不确定性决策问题,提出了可用于研究方案排序的机会约束模型法.该方法既可恰当处理多属性区间值的不同随机分布假设,又可考虑决策者对综合评价值的期望水平,避免了对复杂的综合评价值随机分布的简单化处理.对于复杂的多随机变量机会约束模型,使用基于随机模拟的遗传算法可以有效地获得问题的解,且最终方案排序合理.

关键词 水资源系统 多属性决策 随机分布 机会约束模型

中图分类号 TV213.022 文献标识码 A 文章编号 1000-1980(2002)01-0088-05

1 多属性不确定性决策问题

设 R 为实数域,则闭区间 $[q^L, q^U]$ 表示的是区间集值或区间数,可用 $\tilde{q}$ 表示,其中 $q^L, q^U \in R, q^L \leq q^U$. 如果记有 m 个决策方案的集合为 $S = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$, 而有 n 个属性或指标的集合为 $Q = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_n\}$, 并假设这些属性是加性独立的,相应这些属性的权重构成的向量记为 $w = \{\tilde{w}_1, \tilde{w}_2, \dots, \tilde{w}_n\}$, 则多属性不确定性决策问题可表述为 根据不确定性集合 Q 及其相应的权重向量 w , 对方案集 S 中的各方案作出恰当评价, 并进行合理排序.

多属性不确定性决策模型中,各方案的所有属性值均以区间数表示,即 $\tilde{q}_{ij} = [q_{ij}^L, q_{ij}^U]$, q_{ij}^U 和 q_{ij}^L 分别表示第 i 个方案第 j 属性值的上、下限. 同样,各属性的权重也以区间数表示,即 $\tilde{w}_j = [w_j^L, w_j^U]$, 且 $w_j^L, w_j^U \geq 0$, $\sum_{j=1}^n w_j^L \leq 1, \sum_{j=1}^n w_j^U \geq 1$.

2 决策方法及其评价

很显然,多属性不确定性决策模型更多地注重了实际决策过程中客观存在的决策信息的复杂性和不确定性,它反映了人们越来越重视决策过程的合理和信息的完备.在具有不确定性区间集值的多属性决策模式提出后,这种决策问题的研究已引起了一些关注.文献[1~3]相继提出了误差传播分析法、层次分析法和线性规划法.文献[4]在用线性规划法求出各方案的综合评价区间后,根据随机均匀分布假设及概率分析方法提出了可能度概念及相应的决策方案排序法.

线性规划方法针对多属性不确定性决策问题,依据加权法则和线性规划模型,给出决策方案的综合评价价值所在的区间.首先对由区间数表达的原始决策矩阵 q 进行规范化,设规范化后的矩阵为 R ,它仍然是带有区间数的矩阵.原始决策矩阵规范化方法采用“比重法”:当属性 Q_j 为效益型时, $r_{ij}^L = q_{ij}^L / \sum_{i=1}^m q_{ij}^U, r_{ij}^U = q_{ij}^U / \sum_{i=1}^m q_{ij}^U$; 当属性 Q_j 为成本型时, $r_{ij}^L = (1/q_{ij}^U) / (\sum_{i=1}^m 1/q_{ij}^L), r_{ij}^U = (1/q_{ij}^L) / (\sum_{i=1}^m 1/q_{ij}^U)$. 经过规范化后决策矩阵 $R = \{\tilde{r}_{ij}\}_{m \times n}$, 而 $\tilde{r}_{ij} = [r_{ij}^L, r_{ij}^U]$.

根据规范化矩阵 R 和各属性权重区间 $\tilde{w}_j = [w_j^L, w_j^U]$, 文献[3]给出了求解决策方案 S_i 的综合评价区间两个线性规划模型: $\min_{w_j \in W} d_i^{(L)} = \sum_{j=1}^n r_{ij}^L w_j$ 和 $\max_{w_j \in W} d_i^{(U)} = \sum_{j=1}^n r_{ij}^U w_j$, 其中可行域 $W = \{w_j \mid w_j^L \leq w_j \leq w_j^U, \sum_{j=1}^n w_j = 1, w_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n\}$.

假设根据上述两线性规划模型求出的最优解分别记为 $w_i^{(L)} = (w_{i1}^{(L)}, w_{i2}^{(L)}, \dots, w_{in}^{(L)})^T$ 和 $w_i^{(U)} = (w_{i1}^{(U)}, w_{i2}^{(U)}, \dots, w_{in}^{(U)})^T$, 则方案的综合评价区间 $\tilde{d}_i = [d_i^L, d_i^U]$, 其中 $d_i^L = \sum_{j=1}^n r_{ij}^L w_{ij}^{(L)}$, $d_i^U = \sum_{j=1}^n r_{ij}^U w_{ij}^{(U)}$, $i = 1, 2, \dots, m$.

由此可见, 要得到 m 个方案的综合评价, 需要求解 $2m$ 个线性规划问题. 这种区间数表达的综合评价, 可能涵盖了决策矩阵 R 以及权向量所包含的决策信息, 但用它来进行方案排序仍然是有困难的. 为此, 文献[4]假设这些综合评价区间均为随机区间, 并认为决策方案的综合评价是客观存在的定值, 它包含在这个区间内, 且区间上每个点覆盖评价是等可能的. 在此假设下, 根据两个随机变量大小比较的概率计算方法导出区间 $\tilde{a}$ 的势优于区间 $\tilde{b}$ 的势 (记为 $\tilde{a} > \tilde{b}$) 的可能度 $P_{\tilde{a} > \tilde{b}}$ 的计算式. 根据计算式, 对所有的区间数 $\tilde{d}_1, \tilde{d}_2, \dots, \tilde{d}_m$, 建立两两比较的可能度矩阵. 再由可能度矩阵提供的信息, 对方案进行排序. 笔者认为, 将综合评价当作随机变量不失为一种有实用价值的方法, 但它属于何种分布是值得研究的. 另外, 文献[4]所提出的可能度实际上是两个随机变量比较大小的概率, 而一般来说, 比较随机变量的大小只要比较其期望值即可 (即若随机变量 $\tilde{a}$ 大于随机变量 $\tilde{b}$ 的概率超过 0.5, 则 $\tilde{a}$ 的均值大于 $\tilde{b}$ 的均值).

3 机会约束模型法

3.1 模型结构

机会约束模型可以处理约束条件中含有随机变量, 且在随机变量实现之前必须作出决策的情况. 考虑到所作决策在不利情况发生时可能不满足约束条件, 因而这种模型允许所作决策在一定程度上不满足约束条件, 但该决策应使约束条件成立的概率不小于某一预先给定的置信水平 α [5,6].

一般地, 在构建多属性决策模型时, 对决策矩阵中的各属性值, 往往给出一个定值要比给出一个区间集值难得多. 对于一个实际的决策系统, 一个具体决策方案实施后, 由于受到各种不确定性因素的影响, 系统后果经常是变化的, 并无定值. 在收集和分析了已有信息的基础上, 结合有效的计算方法和预测手段, 可以给出各属性值所在范围. 鉴于实际系统是受许多不确定性因素影响的, 也为了实用的目的, 可以认为各属性于其所在范围内是随机取值的. 文献[1]认为, 估计或检测的不精确所造成的属性值误差呈正态分布. 但一般来说, 各属性值的具体分布是可以依据掌握的信息作出恰当分布假设的.

设第 j 属性随机变量 $\tilde{r}_{ij}$ 的概率分布函数为 $\Phi_{\tilde{r}_{ij}}(r_{ij})$, 随机目标函数 $d_i(w, \tilde{r}_{ij})$ 的概率分布为 $\Phi_{d_i(w, \tilde{r}_{ij})}(d_i)$, 且目标函数值 (即综合评价) 取各属性加权和的形式, 则针对多属性不确定性决策问题而建立的机会约束模型如下:

$$\begin{aligned} & \max \quad \bar{d}_i \\ & \text{s.t.} \quad \begin{cases} Pr \{r_{i1}w_1 + r_{i2}w_2 + \dots + r_{in}w_n \geq \bar{d}_i\} \geq 1 - \alpha \\ Pr \{w_j^L \leq w_j \leq w_j^U, j = 1, 2, \dots, n\} \geq \beta \\ \sum_{j=1}^n w_j = 1 \end{cases} \end{aligned} \tag{1}$$

上述模型的含义是所求的目标值 $\bar{d}_i$ 应该是目标函数在保证置信水平至少是 $1 - \alpha$, 且随机变量 r_{ij} 满足所要求的机遇约束时所取得的最大值. 式中 $Pr \{ \}$ 表示 $\{ \}$ 中事件成立的概率, $1 - \alpha$ 和 β 分别为事先给定的目标函数和约束条件的置信水平, 其中 α ($0 < \alpha < 1$) 称为期望水平, 它表达了决策者对方案效果所采取的期望态度. α 值越高, 说明决策者越看重方案的竞争力, 此时可称为强竞争力排序; α 值越小, 说明决策者对各方案的效果越采取保守态度, 此时可称为弱竞争力排序. 显然, 在决策中 α 具体取何值, 决策者应对各备选

方案的属性值加以一定的分析,尽可能客观公正地对待各方案预期实现效果,从而选择恰当的期望水平.也就是说,期望水平确定的灵活性决不意味着随意选择,它必须以各备选方案属性值的预测计算及其分布特征的合理假设为基础.有时为了增加决策的信息,也可以选择若干个 α 值对模型求解,以获得对各方案特征的全面把握,增强决策结果的可信度.为了使方案排序有统一的基础,在每一次求解模型时必须采用相同的 α 值. β 为随机变量 r_{ij} (即属性值)满足上、下限约束的置信水平,它的取值可根据上、下限 r_{ij}^L 和 r_{ij}^U 的可靠性确定.如果完全有把握确定 r_{ij}^L 和 r_{ij}^U 的取值,则可令 $\beta = 1.0$,此时相应的随机约束就变为确定性约束. w_j 为属性 j 的权重,是待求的非随机变量.由上所述,对每一方案要求解模型 (1) 一次,而后根据求解结果 $\bar{d}_i$ ($i = 1, 2, \dots, m$) 直接进行方案排序.

3.2 模型求解

对于一些简单的机会约束模型,传统的方法是根据已知的置信水平,把机会约束转化为等价的确定性约束.但对于较复杂的机会约束模型,往往会遇到多个不同分布类型的随机变量的组合,此时要求出这些复杂组合的概率特定值决非易事.因此,要用传统方法求解这类问题是较困难的.借助于计算机,一种基于随机模拟的遗传算法为解决这类问题提供了有效手段^[6].遗传算法(GA)是一种通过模拟自然进化过程搜索最优解的方法,这种方法具有高度鲁棒性,且擅长全局搜索^[6],因而受到人们广泛的关注.基于随机模拟的遗传算法是将随机模拟技术和遗传算法结合起来而产生的一种寻优方法,它是在 GA 常规的初始化过程、选择过程、交叉和变异操作过程中,使用随机模拟技术来检验初始种群和后代种群的可行性,以及计算相应的目标值.

本文使用浮点向量表示解向量结构,即表达 n 维解向量的染色体为 $V = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 其中 $x_j = x_j^L + \epsilon_j (x_j^U - x_j^L)$, $j = 1, 2, \dots, n$,而 x_j^U, x_j^L 是 x_j 的上、下限估计值, ϵ_j 是 $[0, 1]$ 区间上均匀分布的随机数.用于 GA 中的随机模拟是根据选定的随机分布,采用 Monte-Carlo 法进行的.基于随机模拟的遗传算法具体步骤见模型应用部分.

4 模型应用

某水资源系统以农业灌溉用水和工业用水为主,由于人口增长以及国民经济结构调整(自 80 年代中期开始,农业大面积旱改水,工业结构变化较大,且迅速发展),加之本地区水资源量较少,使得水资源短缺问题异常突出.解决水量供需矛盾已成为进一步发展国民经济的先决条件.该地区在进行水资源开发利用规划时,确定下列 4 种措施 11 种方案作为竞选方案:按 3 种方案(S_1, S_2, S_3)提高系统内原有水库的设计标准.在适当开采地下水的条件下按 3 种规模(S_4, S_5, S_6)加大抽引外流域水量.按 3 种规模(S_7, S_8, S_9)加大地下水开采量.按 2 种规模(S_{10}, S_{11})另行修建跨流域引水工程.在方案评价时,选择系统净收益(Q_1)、供水保证率(Q_2)、工程建设投资费用(Q_3)和系统环境影响(Q_4)作为评价指标.系统收益是指各方案的工程供水增加和年内水量合理调配所产生的农业灌溉增产收益,它与供水保证率一样,受当地径流量和外流域水文气象条件影响很大.根据已建立的系统水量调度模拟模型和预测模型,可以计算得到各评价指标的取值范围.评价指标的权重采用经验评分法确定(即由若干专家和各用水部门对各项评价指标的重要性直接给出 $[0, 100]$ 范围的评分值,然后统计确定各权重的变化范围).表 1 为规范化决策矩阵和权向量 w .

表 1 决策矩阵及权向量 w

Table 1 Decision-making matrix R and weight vector w

方案	系统净收益 Q_1	供水保证率 Q_2	工程投资费用 Q_3	系统环境影响 Q_4
S_1	[0.187,0.206]	[0.238,0.258]	[0.141,0.186]	[0.095,0.107]
S_2	[0.194,0.215]	[0.219,0.266]	[0.145,0.185]	[0.098,0.104]
S_3	[0.173,0.214]	[0.237,0.251]	[0.137,0.178]	[0.076,0.104]
S_4	[0.137,0.195]	[0.248,0.261]	[0.126,0.189]	[0.091,0.101]
S_5	[0.193,0.221]	[0.251,0.269]	[0.143,0.185]	[0.084,0.107]
S_6	[0.195,0.238]	[0.219,0.232]	[0.124,0.170]	[0.078,0.105]
S_7	[0.149,0.191]	[0.203,0.227]	[0.135,0.168]	[0.096,0.112]
S_8	[0.185,0.219]	[0.214,0.241]	[0.122,0.163]	[0.083,0.114]
S_9	[0.190,0.208]	[0.198,0.228]	[0.140,0.186]	[0.081,0.099]
S_{10}	[0.188,0.240]	[0.196,0.230]	[0.119,0.167]	[0.088,0.106]
S_{11}	[0.171,0.202]	[0.200,0.241]	[0.132,0.169]	[0.090,0.104]
权重 w	[0.2638,0.2876]	[0.2695,0.2882]	[0.1749,0.2025]	[0.2158,0.2316]

经模拟统计分析,可以认为指标 Q_1 和 Q_2 呈正态分布 $N(\bar{r}_{ij}, \sigma_{ij})$, $j = 1, 2$; $\bar{r}_{ij}$ 为均值,近似取区间中点值; σ_{ij} 为均方差,经分析其值可根据区间可靠性超过 95% 来确定. 指标 Q_3 和 Q_4 以均匀分布 $u(r_{ij}^L, r_{ij}^U)$ 表达, $j = 3, 4$.

依据模型(1)可建立该水资源系统多属性不确定性决策问题的机会约束模型. 设决策者对各方案的预期后果采取适中态度,故取期望水平 $\alpha = 0.5$. 经检验分析,对指标 Q_1 和 Q_2 , $\beta = 0.95$; 对指标 Q_3 和 Q_4 , $\beta = 1.0$. 使用 GA 算法时,选取种群规模为 40,交叉概率 $P_c = 0.3$,变异概率 $P_m = 0.2$. 评价函数采用 $a(1 - a)^{i-1}$ 形式,其中 $a = 0.05$ [6].

基于随机模拟的遗传算法步骤如下:

步骤 1 选定种群规模、交叉概率、变异概率以及其它有关参数.

步骤 2 解向量以浮点向量表示,则相应于决策向量的染色体为 $V = (x_1, x_2, x_3, x_4)$. 随机产生符合种群规模数的初始染色体,并通过随机模拟技术来检验染色体的可行性(即对任一染色体,生成 N 个随机向量,若有 n 个随机向量使得约束条件满足,且 $n/N \geq \beta$,则表示染色体可行).

步骤 3 交叉和变异操作,并同样使用随机模拟技术来检验其后代的可行性.

步骤 4 运用随机模拟技术计算各染色体的目标值(对任一染色体,生成 N 个随机向量,针对每一个随机向量计算其目标值 $d_i = \sum_{j=1}^n r_{ij} w_j$. 然后将这 N 个目标值由小到大排列,若处于某一序号 n 的目标值,能使 $n/N \geq 1 - \alpha$,则该目标值即为这一染色体对应的目标值 $\bar{d}_i$).

步骤 5 使用基于序的评价函数计算每个染色体的适应度.

步骤 6 通过轮盘赌,选择染色体,获得新的种群.

步骤 7 按给定的代数,重复步骤 3 至步骤 6.

步骤 8 选择最好的染色体作为结果.

由上述步骤求解表 1 所确定的机会约束模型,可以得到 11 个水资源规划方案相应的综合评价值: $\bar{d}_1 = 0.1824, \bar{d}_2 = 0.1808, \bar{d}_3 = 0.1694, \bar{d}_4 = 0.1711, \bar{d}_5 = 0.1879, \bar{d}_6 = 0.1771, \bar{d}_7 = 0.1643, \bar{d}_8 = 0.1635, \bar{d}_9 = 0.1705, \bar{d}_{10} = 0.1732, \bar{d}_{11} = 0.1597$. 由此可见,各方案排序结果为 $S_5, S_1, S_2, S_6, S_{10}, S_4, S_9, S_3, S_7, S_8, S_{11}$, 这表明首选的前三项水资源开发利用实施方案分别是在适当开采地下水的条件下按第二种规模加大抽引外流域水量(S_5),以及按第一、二种方案提高系统内原有水库的设计标准(S_1, S_2). 由于期望水平 $\alpha = 0.5$,故各方案综合评价值近似其分布的中位数. 经计算对比,这时的排序结果与采用文献[8]方法所得到的结果是一致的. 然而,当期望水平改变到某一特定值时,这种排序结果将会发生变化,因为决策者的期望态度影响着方案的排序.

5 结 语

针对多属性不确定性决策问题,本文将属性值作为不同概率分布的随机变量,在此假设的基础上,提出了可用于研究分析方案排序的机会约束模型法. 该方法既可恰当处理各属性区间值的不同随机分布假设,又可考虑决策者对综合评价值的期望水平,避免了对复杂综合评价值随机分布的简单化处理,且模型结构简洁,能有效利用新的计算方法. 但是,决策者的期望水平取何值才能获得较合理的方案序列以及较稳定的排序状态,还需要对考虑属性值随机分布规律的灵敏度分析作进一步研究.

参考文献:

[1] Yoon K. The propagation of errors in multiple-attribute decision analysis : a practical approach[J]. Journal of the Operational Research Society, 1989,40(7) 681 ~ 686.

[2] Sajjad Zahir M. Incorporating the uncertainty of decision judgement in the hierarchy process [J]. European Journal of Operational Research, 1991,53 206 ~ 216.

[3] Bryson N, Mobolurin A. An action learning evaluation procedure for multiple criteria decision making problems[J]. European Journal of Operational Research, 1996,96 379 ~ 386.

- [4] 张全,樊治平,潘德惠.不确定性多属性决策中区间数的一种排序方法[J].系统工程理论与实践,1999,19(5):129~133.
- [5] Charnes A, Cooper W W. Chance-constrained programming[J]. Management Science, 1959,6(1):73~79.
- [6] 刘宝碇,赵瑞清.随机规划与模糊规划[M].北京:清华大学出版社,1998.15~120.

Chance-Constrained Model for Uncertain Decision of Water Resources Systems

FANG Hong-yuan, DENG Yu-mei

(College of Water Resources and Environment, Hohai Univ., Nanjing 210098, China)

Abstract: A chance-constrained model used for determination of numerical orders of schemes is proposed for multiple-attribute uncertain decision problems. Not only can the method deal with various stochastic distribution hypotheses for multiple-attribute range values, but also take decision-maker's expectation of comprehensive assessment into account. Therefore, the method can avoid simplification of treatment of stochastic distributions of complicated comprehensive assessment. For the complicated chance-constrained model with multiple stochastic variables, a genetic algorithm incorporated with stochastic simulation is used to obtain reasonable solutions to problems.

Key words: water resources system; multiple-attribute decision; stochastic distribution; chance-constrained model

《河海大学学报(哲学社会科学版)》征订启事

(CN32-1521/C, ISSN1008-3316, 季刊, 自办发行)

本刊以马列主义、毛泽东思想和邓小平理论为指导,坚持实事求是的思想路线,贯彻“双百”方针,弘扬时代主旋律,理论联系实际,为社会主义物质文明与精神文明建设服务。

本刊为哲学与社会科学类学术期刊,主要刊登哲学、政治学、文学、史学、语言学、法学、社会学、心理学、经济学、管理学、高等教育学等社会科学方面的研究成果、学术论文、综述等学术性文章。本刊可供上述有关专业的研究人员、管理人员和大专院校师生阅读与参考。本刊为中国学术期刊(光盘版)入编期刊与中华期刊网入编期刊。

本刊由河海大学主办,每季末出版,国内外公开发行,每期定价 5 元,每期邮费 1 元,全年订费 24 元。欢迎广大读者直接向编辑部订阅。联系地址:南京市西康路 1 号《河海大学学报(哲学社会科学版)》编辑部,邮政编码 210098。联系电话:(025)3786376。