

非饱和土的有效应力原理与弹塑性模型研究

王志玲 朱 伟 彭 劼 袁俊平

(河海大学土木工程学院,江苏 南京 210098)

摘要:从孔隙水的保存状态出发,利用向后雄二的吸力效果理论,将饱和土的弹塑性模型推广到非饱和土,推广方法概念清楚,适用性广,新引入的试验参数少且能由三轴试验测定,是否可行还能通过三轴试验加以检验,具有较大的实用性。

关键词:非饱和土;吸力;有效应力;内部应力

中图分类号:TU43 文献标识码:A 文章编号:1000-198X(2002)02-0022-04

众所周知,饱和土是二相体,非饱和土是三相体。非饱和土由于吸力的存在,其力学性质要比饱和土复杂得多,故饱和土的有关理论不能直接应用于非饱和土。向后雄二^[1]根据非饱和土中孔隙水的保存形式提出,吸力有两种不同作用效果:(a)使有效应力增加;(b)使屈服应力及与塑性变形相反的土骨架刚性增大。这为利用饱和土的研究成果建立非饱和土的有关理论提供了一条有效途径。笔者据此将剑桥模型推广到非饱和土,并对推广方法的有效性进行了试验验证。

1 非饱和土的有效应力原理

在非饱和土中,孔隙水有 3 种存在形式:(a)吸附在土粒表面的结合水,因所占的含水量一般不变,可视为土粒的一部分;(b)包围在土粒接触点周围形成弯液面的自由水(以下称毛细水),因在孔隙内非连续存在,所以仅影响两土粒间的作用力;(c)充满孔隙的自由水(以下称重力水),因在孔隙内连续存在,所以与土骨架和孔隙中的气一起分担作用于土体界面上的垂直全应力。为探明非饱和土的有效应力原理,考察图 1 所示的假想单粒非饱和土块模型(单元第 2 列两侧全为空气,土粒接触点周围均有毛细水,第 4 列两侧充满了重力水,土粒接触点周围均没有毛细水,第 1、3 列在空气的一侧,土粒接触点周围有毛细水)。定义

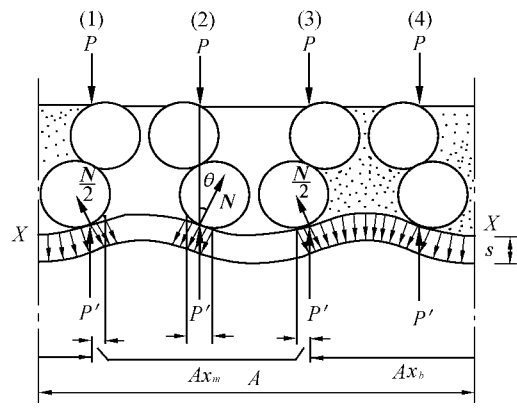


图 1 假想的非饱和土块模型

Fig.1 Hypothetical clod model of unsaturated soil

$$p = \frac{\sum P}{A} = p_T - u_a \tag{1}$$

式中:A——土块模型的面积;p_T——作用于土界面上的垂直全应力;u_a——孔隙气压力。

取波形断面 X—X,由于 u_a≠u_w(u_w为孔隙水压力),所以在毛细水和重力水作用的面积上有吸力 s = u_a - u_w作用,另外在 X—X 断面上还有 P'和 N,但 N 是为平衡空气与毛细水的压力差产生的。根据图 1 中各力的平衡关系可得

$$\frac{\sum P' + \sum N'}{A} = p + x_b s + x_m s \tag{2}$$

式中:N' = Ncosθ;A_{x_b},A_{x_m}——重力水和毛细水 X—X 断面上所占面积在水平上的投影。由于∑N' =

$A x_m s = 0$,所以

$$\frac{\sum P'}{A} = p' = p + x_b s \quad (3)$$

式(2)表示抵抗土体变形的应力,式(3)表示引起土体压缩的应力.两式有时需要分开使用.设 $p_b = x_b s$, $p_m = x_m s$, $p_s = (x_b + x_m)s = xs$. 根据上述分析可知, p_b 和 p_m 分别为向后雄二提出的吸力作用效果对应的定量值. p_m 只影响土体的塑性变形而不影响土体的弹性变形(p_b , p_m , p_s 分别称为有效应力、内部应力、吸力应力).

虽然式(2)表示作用于土块模型面积上的平均应力,但非饱和土的抗剪强度往往不受式(2)控制而受式(3)控制.因为实际的非饱和土,很多土粒接触点没有毛细水,土体往往会先从这些点开始破坏,进而使破坏区逐渐扩大.但试验得出的抗剪强度一般是受式(3)控制的,因为渐近性破坏不可能在较短的时间内发生.以往根据失稳边坡反算出的抗剪强度往往介于试验得出的强度峰与残余强度之间,其主要原因就在于此.

2 p_b 和 p_m 的确定方法

为定量求出 p_b 和 p_m , 轻部大藏^[2]提出了“最干燥水分曲线”的概念及推求方法.所谓最干燥水分曲线,即为不含重力水的水分特征曲线,它可由实测的脱水和吸水曲线求得.将饱和的试样装入非饱和土试验用的三轴仪器内,逐级施加空气压力,测定排水量和体积变化可得脱水曲线,再逐级减少空气压力测定吸水量和体积变化可得吸水曲线.脱水时空气开始进入孔隙所对应的吸力叫空气入侵值 s_a ,吸水时水突然急剧进入孔隙所对应的吸力叫水入侵值 s_w (它们可分别根据实测的脱水和吸水曲线确定).从理论上讲,最干燥水分曲线基本可用吸力从无穷大开始的实测吸水曲线来表示,但试验时吸力只能增加到陶土板的进气值,所以需要外延脱水曲线和吸水曲线得到其渐近线(脱水曲线的渐近线为 $S_r = S_{ro}$, S_{ro} 可认为是结合水所占的含水量).当吸力小于空气入侵值时,毛细水变为重力水的机会增加,最干燥水分曲线由实测脱水曲线向下偏离,可用实测吸水曲线在空气入侵值处的切线表示.有了最干燥水分曲线,可求得饱和度为 S_r (吸力为 s)的试样 p_b 和 p_m 分别为

$$p_b = x_b s = \frac{S_{rb}}{100 - S_{ro}} s = \frac{(100 - S_{ro})(S_r - S_{rd})}{(100 - S_{ro})(100 - S_{rd})} s = \frac{S_r - S_{rd}}{100 - S_{rd}} s \quad (4)$$

$$p_m = x_m s = \frac{S_{rm}}{100 - S_{ro}} s = \frac{(100 - S_r)(S_{rd} - S_{ro})}{(100 - S_{ro})(100 - S_{rd})} s \quad (5)$$

$$p_s = p_b + p_m = \frac{S_r - S_{ro}}{100 - S_{ro}} s \quad (6)$$

式中: S_{rd} —— s 对应在最干燥水分线上的纵坐标; S_{rb} , S_{rm} ——重力水和毛细水所占饱和度($S_{ro} + S_{rm} + S_{rb} = S_r$).

3 非饱和土的弹塑性模型

饱和土在弹塑性状态下孔隙比 e 与平均有效应力 p' 的关系可表示为

$$e = e_1 - C_c \lg \frac{p'}{p_1'} \quad (7)$$

式中: C_c ——压缩指数; e_1 ——对应于任意基准的平均有效应力 p_1' 的孔隙比.

对(7)式两边微分得

$$-\frac{dp'}{de} = \frac{2.303}{C_c} p' \quad (8)$$

式(8)表示,饱和土的硬度($-\frac{dp'}{de}$)与有效应力成比例.在非饱和土中,使土体压缩的应力 p' 为 $p + p_b$,抵抗土体变形的应力为 $p' + p_m$,故

$$-\frac{\partial p'}{\partial e} = \frac{2.303}{C_c} (p' + p_m) \quad (9)$$

由于非饱和土浸水后其孔隙比与作用应力的关系不依赖于浸水前的应力历史,所以可假定非饱和土的塑性

体积应变在 $p' - p_m$ 应力面上不依赖于应力路径,式(9)可以改写为

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{dp'} = \frac{\lambda - k}{1 + e_0} \frac{1}{p' + p_m} \quad (10)$$

式中 $d\varepsilon_v^p$ ——塑性体积应变增量; λ, k ——以自然对数表示的压缩指数和膨胀指数.

为求 ε_v^p , 把 p_m 作为常数, 积分可得

$$\varepsilon_v^p = \frac{\lambda - k}{1 + e_0} \ln(p' + p_m) + B \quad (11)$$

式中 B 为积分常数, 由试样初始条件确定.

将初始屈服线在 $p' - p_m$ 面上定义为 $p' = p_y'$ (p_y' 为初始屈服应力), 则

$$\varepsilon_v^p = \frac{\lambda - k}{1 + e_0} \ln\left(\frac{p' + p_m}{p_y' + p_m}\right) \quad (12)$$

p_m 是求 ε_v^p 时的应力点对应的内部应力, 与初始屈服应力无关. 以饱和土为对象的剑桥模型假定同一屈服轨迹上的 $\varepsilon_v^p =$ 常数, 向非饱和土推广时, 仍作同样的假定. 非饱和土在轴压缩中能量的平衡关系可表示为

$$p' d\varepsilon_v + q d\gamma = M(p' + p_m) d\gamma + p' d\varepsilon_v^e \quad (13)$$

式中 $p' = p_T - u_a + p_b$; $d\varepsilon_v$ ——体积应变增量; q ——剪应力; $d\gamma$ ——剪应变增量; M ——试样在饱和状态下的抗剪强度线斜率.

将式(13)改写为

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\gamma} = M \frac{p' + p_m}{p'} - \frac{q}{p'} \quad (14)$$

假定土在非饱和状态下也服从相关联的流动法则, 由正交定律求得的屈服方程与加载函数为

$$\frac{q}{M} = -p' \lg \frac{p'}{p_0'} + p_m \left(1 - \frac{p'}{p_0'}\right) \quad (15)$$

式中 p_0' 为等应力状态下 (即 $q = 0$) 的 p' .

塑性体积应变的状态边界面 (SBS) 是由式(12) (p' 为 p_0' 时) 和式(15) 决定的. 由于从式(15) 中不能直接解出 p_0' , 所以不能得出 SBS 的精确表达式, 但利用 $\lg x$ 的展开式可求得 SBS 的近似表达式

$$\varepsilon_v^p = \frac{\lambda - k}{1 + e_0} \left[\lg \frac{p' + p_m}{p_y' + p_m} \right] + \lg \frac{(p' + p_m)^2 + \frac{q}{2M}(p' - p_m)}{(p_y' + p_m)^2 - \frac{q}{2M}(p' + p_m)} \quad (16)$$

其中 $p' = p_y'$, $q = 0$ 时 $\varepsilon_v^p = 0$.

不考虑渐近性破坏时, 临界状态线方程可表示为

$$q = M(p' + p_m) \quad (17)$$

把式(16) 改写为微分并代入式(14), 即可求得剪应变的增量表达式.

4 推广方法的有效性验证

采用上述方法将适合于饱和土的弹塑性理论推广到非饱和土后是否还适用, 可以通过三轴试验来验证. 其方法为: 一方面根据能量平衡方程和三轴试验结果推求吸力应力的反算值, 另一方面根据试样的饱和度和结合水所占的饱和度用式(6) 计算出吸力应力的理论值, 然后将两者进行比较.

试验采用的土料为粘土, 其土粒的相对密度为 2.70, 液限为 43%, 塑性指数为 13.4%, 颗粒组成为粘粒 38%、粉粒 56%、砂粒 6%. 试样的制作方法为: 给土料加水, 成泥浆后放入单向固结容器中, 固结成饱和试块 (固结压力加至 300 kPa), 再切削成试样.

三轴试验分 3 个过程, 即吸力载荷过程、固结过程、轴压缩过程, 全试验过程保持 $u_w = 0$. 为利用三轴试验结果求出吸力应力的反算值, 将式(13) 两边除以 $d\gamma$, 可得

$$(p + p_b) \frac{d\varepsilon_v}{d\gamma} + q = M(p + p_s) + (p + p_b) \frac{d\varepsilon_v^e}{d\gamma} \quad (18)$$

这里 $\frac{d\varepsilon_v^e}{d\gamma} = \frac{k}{1 + e_1} \frac{d(p + p_b)}{d\gamma}$.

轴压缩过程中体积的最小点饱和度变化很小 $\frac{dp_b}{d\gamma} = 0$ 所以 $\frac{d\varepsilon_v^e}{d\gamma} = \frac{k}{1 + e_1} \frac{dq}{d\gamma}$,故对于 σ_3 一定的三轴压缩试验 $\frac{d\varepsilon_v^e}{d\gamma} = \frac{k}{3(1 + e_1)} \frac{dq}{d\gamma}$,对于 p 一定的三轴压缩试验 $\frac{d\varepsilon_v^e}{d\gamma} = 0$. 将它们代入式 (18) 可得吸力应力的反算值

$$p_s = \frac{q}{M} - p - \left[\frac{k}{3M(1 + e_1)} \frac{dq}{d\gamma} \right] \tag{19}$$

p 一定时, 式 (19) 中[] 项可视为 0.

表 1 为吸力应力反算值与理论值计算结果的比较, 两者基本相符.

表 1 体积最小点的吸力应力反算值与理论值

Table 1 Theoretical value and back calculated value of suction stress at points of minnum volume														
编号	吸力过程结束时			固结压力/kPa	轴压缩过程中保持不变的应力	体积最小点				$S_{ro}/\%$	反算值		理论值	
	s/kPa	e	$S_r/\%$			p/kPa	q/kPa	$\frac{dq}{d\gamma}$	$S_r/\%$		p_s/kPa	x	p_s/kPa	x
I-1	294*	0.885	47.5	294	p	295.1	510.1		47.1	17.2	96.4	0.328	105.8	0.361
I-2	294	0.853	76.4	294	p	295.4	547.1		58.8	18.0	124.6	0.424	146.3	0.498
I-3	294*	0.888	38.8	490	p	499.6	755.4		40.4	17.5	80.2	0.273	81.6	0.278
I-4	294	0.873	74.7	490	p	496.8	846.0		70.4	18.0	152.5	0.519	187.9	0.639
I-5	294	0.915	70.1	196	$\sigma_3 - u_a$	491.1	885.9	11 550	64.7	17.1	175.3	0.596	169.1	0.575
II -1	245	0.931	83.5	245	p	244.6	567.7		80.0	16.7	191.1	0.780	186.2	0.760
II -2	245*	0.869	45.3	441	p	442.8	692.0		46.1	17.8	88.3	0.360	84.4	0.344
II -3	245	0.916	85.8	441	p	441.4	784.0		80.6	17.2	160.3	0.654	187.6	0.766
II -4	245	0.938	83.1	441	p	441.5	772.8		78.3	16.9	151.6	0.619	181.0	0.739

注: 带* 的数值表示吸力增至 490 kPa 后再减少到该值, 由饱和试样的固结不排水剪切试验求得的 $M = 1.303$, $k = 0.0093$.

剑桥模型本来只适用于剪缩性的饱和土, 新加一项体积膨胀项则同样可适用于剪胀性的饱和土及非饱和土.

参考文献：

[1] 向后雄二. 不飽和土の三軸應力條件ごの力學的舉動に對する彈塑性論的解釋[J]. 農業土木學會論文集, 199(12) : 47 ~ 57.

[2] 輕部大藏. 不飽和土の間隙水と土塊力學的舉動の關係につい[J]. 土木學會論文集, 199(3) : 83 ~ 92.

Study on Effective Stress Principle and Elastoplastic Model for Unsaturated Soil

WANG Zhi-ling , ZHU Wei , PENG Jie , YUAN Jun-ping

(College of Civil Engineering , Hohai Univ . , Nanjing 210098 , China)

Abstract : Based on the investigation of pore water states , by use of Kohgo 's suction feature theory , suction is divided into two parts , i. e. the effective stress and the inner stress , and it is found that the inner stress only causes plastic deformation. A model for calculation of the two kinds of stresses by the characteristic curve of water content is introduced , and the elastoplastic model for saturated soil is extended for unsaturated soil. The present method is of clear concept and good suitability , and it needs few test parameters , which can be determined by triaxial tests. The feasibility of the method can be verified by triaxial tests.

Key words : unsaturated soil ; suction ; effective stress ; inner stress