

可视化分析非线性强迫振动的混沌现象

黄胜伟¹, 郑天柱², 王德信¹

(1. 河海大学土木工程学院, 江苏 南京 210098; 2. 河海大学水文水资源及环境学院, 江苏 南京 210098)

摘要: 分析可视化建模的方法和特点, 应用可视化语言编制非线性强迫振动方程运动轨迹的分析软件, 使该类方程在相空间的轨线图、Poincarè 截面图、振动时程曲线图和幅频图动态地显示出来. 通过计算机仿真分析, 可以动态地观察到运动轨迹出现混沌现象, 便于全面分析混沌运动特征.

关键词: 可视化; 混沌; 计算机仿真; Duffing 方程

中图分类号: O322 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1980(2002)03-0042-05

可视化是理解复杂现象和大规模数据的重要工具, 在自然科学领域得到了广泛应用. 自 1986 年可视化概念提出以来, 引起了国际上的高度重视, 发达国家竞相研究可视化理论、方法, 开发可视化工具与环境, 并将可视化研究成果广泛应用于气象预报、航天航空、医学图像处理等科学与工程领域^[1].

可视化是一种计算技术, 它将符号转换成几何, 使研究者能观察到他们的研究工作. 它变不可见为可见, 丰富了科学发现的途径, 给予人们意想不到的启示. 在众多的学科领域使科学家的研究发生了根本的改变.

混沌是一种非周期的动力学过程. 看似无序, 杂乱无章, 但却隐藏着丰富的内涵, 如奇异吸引子、分歧等. 因此, 可以说混沌中蕴含着有序, 而决不仅仅是一种无从控制的随机过程. 混沌系统内部具有复杂性、随机性、无序性、初值敏感性、时间序列的不规则性和有奇怪吸引子^[2,3]. 混沌是某些非线性方程所特有的一种解, 即它是某些非线性系统所特有的一种运动形态. 这种复杂的运动形态很难用手工方法来描述, 利用可视化技术对于难以用解析方法分析的非线性系统进行分析研究, 具有其它方法不可比拟的优越性^[4].

1 可视化方法

1.1 可视化流程

科学计算可视化就是把数值计算或实验获得的大量数据按照其规律进行组合, 用图像的方式展现数据所表现的内容及相互关系. 要实现科学计算的可视化, 第一步是将获取的抽象数据用图元(点、线、面等)表示, 它们构成了可视化模型. 其次是实现可视化的绘制, 即对图元进行参数化(几何造型、视点、投影类型的参数控制等)、属性化(颜色、纹理、透明性等)^[4].

按用户和数据交换方式的不同, 可视化策略可分为如下三种: (a) 事后跟踪(Post-processing), 即可视化过程在数据计算完成之后才开始. (b) 跟踪(Tracing), 随着计算的推进可以做一些可视化工作, 它要求显示中间结果, 并容许监控程序在达到目的或出现异常时终止计算过程, 因而具有一定的交互性. (c) 驾驭(Steering), 驾驭是充分交互的, 计算与数据的可视化同时进行, 并且可以根据当前计算状态对计算过程实时交互控制.

可视化的一般过程为: 计算数据的采集、组织、交互、压缩; 几何图元的提取和可视模型构造; 图形的绘制与显示.

1.2 可视化建模特点

根据可视化基本概念框架, 应用图形建模—可视化仿真—全过程分析的一体化方法论模式, 建模思想基于模块化拼装技术, 即根据非线性动力系统的组成对其进行分解, 抽象出它们的基本运算单元及其组合关系, 确定各种基本运算单元的输入、输出的特性^[5].

利用可视化语言开发了系统的图形可视化环境, 其图形化建模特点为: (a) 采用了模块化方法拼装生成. 整个系统分为一个主模块, 五个子系统模块. 它们分别完成主界面设计、数据输入、仿真分析、图形绘制、

图形编辑、系统维护与退出。(b) 基于可视化语言(VB)设计,采用事件驱动,可直接利用 Windows 内部程序接口(API)函数,编程控件触发事件所引起的相应动作,可以快速、高效地开发仿真软件。(c) 具有较强的图形可视化交互仿真能力,界面友好,可方便地进行非线性动力方程的可视化计算及其运动轨迹的全过程动态分析。(d) 子系统(模块)重用技术允许用户开发的模块或文档可以重用。

2 物理实验图形与计算机仿真图形对比

2.1 系统的数学模型

Duffing 方程是非线性强迫振动系统出现混沌运动的一类重要情形。Duffing 方程从提出到现在已经 70 多年了,研究人员通过大量的实验,研究了它的混沌运动特性。由于物理实验条件的限制,许多研究单位和学校难以进行这类实验。因此,利用计算机对于难以用解析方法分析的非线性系统进行仿真实验,是一种比较好的分析方法。

Duffing 方程是非线性动力系统强迫振动的典型方程,在周期扰动力作用下其方程^[6]为

$$\ddot{x} + \mu \dot{x} - \alpha x + \beta x^3 = F \cos \omega t \tag{1}$$

式中: μ ——阻尼系数; F ——激励力; ω ——振动频率; α 、 β ——线性项、非线性项系数。调整方程参数,可得到各类振动微分方程。本文仅讨论当 $\alpha = \beta = 1.0$ 时,渐软斥力类型的 Duffing 方程:

$$\ddot{x} + \mu \dot{x} - x + x^3 = F \cos \omega t \tag{2}$$

方程(2)含有三个参量,其中 $\mu > 0$,这是非线性振动中出现混沌解的一种重要类型。

2.2 仿真图与实验图的比较

文献[7]用物理实验的方法研究了式(2)的混沌振动。取 $\mu = 0.25$, $F = 0.4$, $\omega = 1$,得出了 x 时间历程曲线图和 Poincarè 映射截面图,见图 1。用本文开发的计算机仿真系统进行可视化分析后,得出的 x 时间历程曲线图和 Poincarè 映射截面图,见图 2。将图 1 和图 2 比较可以看出,计算机仿真结果与物理实验结果基本是吻合的。

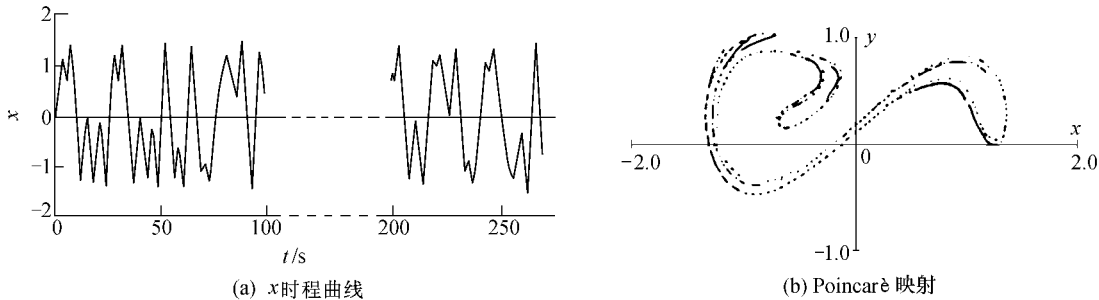


图 1 物理实验图形
Fig.1 Graph from physical experiment

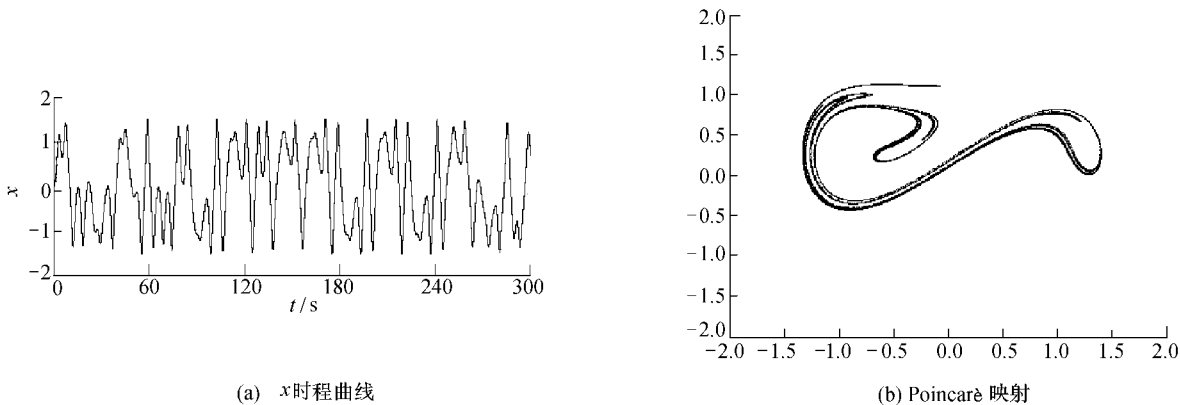


图 2 计算机仿真图形
Fig.2 Graph from computer simulation

3 用可视化方法分析混沌现象

3.1 混沌现象的可视化分析

若式(2)中各系数分别取： $\mu=0.1, F=1.6, \omega=0.5$ 则可得出如图3所示的一系列仿真图形。

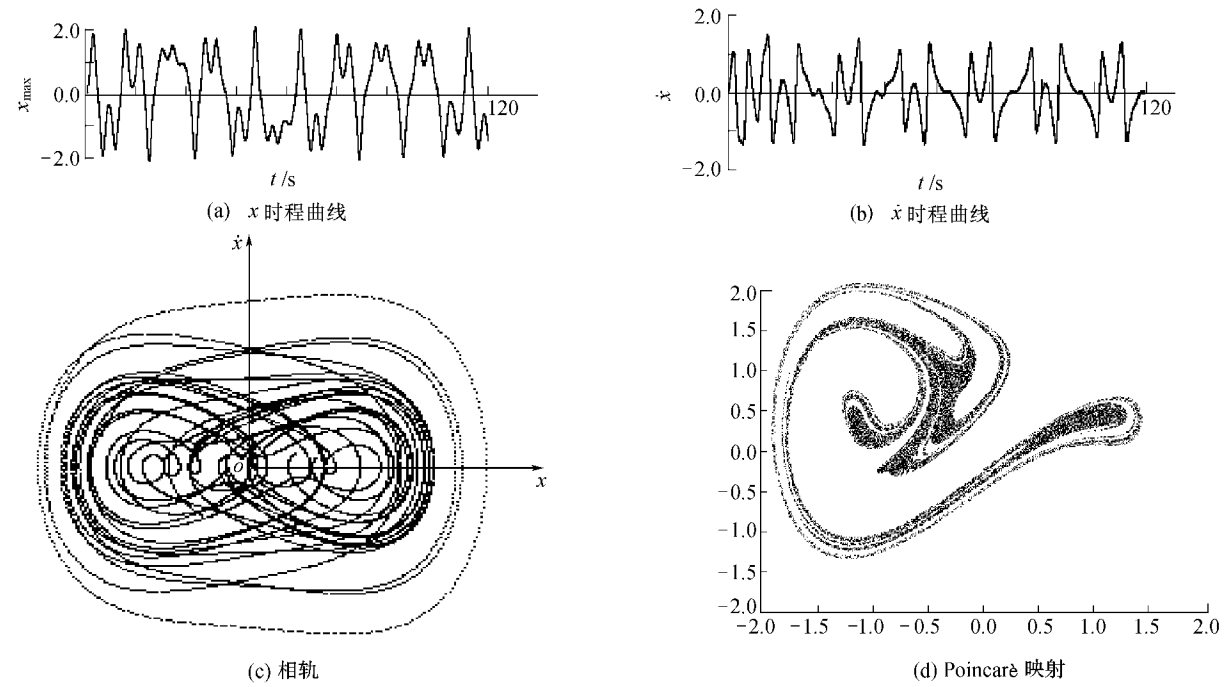


图3 Duffing 方程仿真实验

Fig.3 Simulation test of Duffing equation

由图3(a)和(b)可知,其时程曲线不仅各循环之间没有相同的样式,而且也不存在经过若干循环后重现全面样式的情况,而且反复无常地轮流在两个平衡位置附近作不规则的振动.在图3(c)相轨图中轨线不断地自相交割,轨线的形状和交割的情况也不断地发生变化.从图3(a)(b)和(c)不易找出规律性.对于这种情况常常可以借助于 Poincaré 映射图来观察,图3(d)为与图3(a)(b)具有同样的参数值时,通过 Poincaré 映射所得奇怪吸引子的图像,它对应的运动为混沌运动.

3.2 振幅跳跃现象的可视化分析

从方程(2)来看,有三个独立的参量:阻尼 μ 、激励力幅值 F 、激励频率 ω .要将这三个参量任意取值,并计算出各种组合的情况,几乎是不可能的.因此在计算机仿真分析时,需确定某一参数,然后分析另两个参数的变化对该方程解的影响.又由于 x 的值是随时间 t 的变化而变化,因此本文试图分析 x 的最大值 $x_{\max}$ (即振幅)随参数的变化规律.当出现振幅跳跃现象时,说明参数的微小变化,会引起振幅的明显变化,其变化是杂乱无章的,这一现象完全符合对初值条件敏感的混沌现象条件.由此可以判断当参数取值在这一范围时,会产生混沌运动.

若式(2)中系数分别取： $\mu=0.1, \omega=0.5$,分析激励力 F 的变化对振幅 $x_{\max}$ 的峰值影响见图4.为了减少初值对振幅的影响,取 $x_{\max}$ 为 $t=60\text{ s}$ 后的正负最大值的绝对值.

经过仿真分析,同时由图4可知,激励力 F 从很小的值渐变增大,开始时振幅随 F 的增大而逐渐增大; $F=0.11$ 时 x 的最大值是连续变化的,其解是稳定的. F 值大于 0.22 以后发生跳跃; F 值大于 1.38~1.86,振幅 x 的峰值随 F 的增大基本不变; F 值大于 1.86 时 x 的峰值发生跳跃,其后发生非常明显的混沌振动.

进一步分析 F 微小变化时 x 时程曲线图的影响,同样取 $\mu=0.1, \omega=0.5$,其变化如图5所示.从图5可知,当激励力 F 小于 0.227 时, x 时程曲线图处于运动衰减状态;当 F 值在 0.227~0.2275 中时, F 值的微小变化,对 x 时程曲线影响较大.此时,其运动状态表现为对参数敏感性这一典型的混沌特性.

3.3 混沌现象的初值敏感性可视化分析

在混沌动力系统中,有时两个几乎一致的状态经过充分长时间后会变得毫不一致,恰如从长序列中随机

选取的两个状态那样.这种系统被称作敏感地依赖于初始条件.

“初始条件”是一个实验或计算开始时的条件,也可以是研究者兴趣所在的任何一时刻开始的条件.对初始条件的敏感依赖性并不仅仅意味着两个状态之间的差异随时间简单地增大.例如,在一些系统中,初始一个单位的差异会发展成一百个单位;而在另一些系统中,初始百分之一个单位的差异则仅能发展到一个单位.前面那种系统被视为是混沌的,而后面那种则并不认为能构成混沌.尽管它们具有部分混沌性质.下面是方程(2)出现混沌现象的初值敏感性的计算机仿真实例.

式(2)中各系数分别为: $\mu=0.25$, $F=0.4$, $\omega=1.0$ 时,不同的初值对 x 时程曲线的影响如图 6 所示.从图 6 可知,当 x 的初值不变时,若对 $\dot{x}$ 的初值进行微小变化,则对 x 时程曲线影响较大.同样,从图 7 可知,当 $\dot{x}$ 的初值不变时,若对 x 的初值进行微小变化,则对 x 时程曲线影响也较大.这就验证了混沌的又一显著特性即初值敏感性.

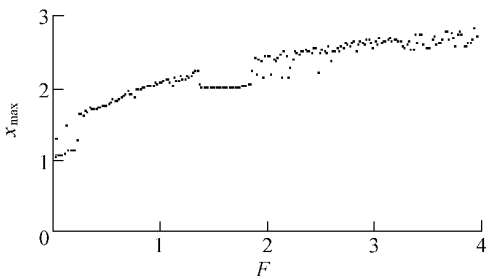


图 4 激励力 F 与 $x_{\max}$ 关系
Fig.4 Exciting force F vs. $x_{\max}$

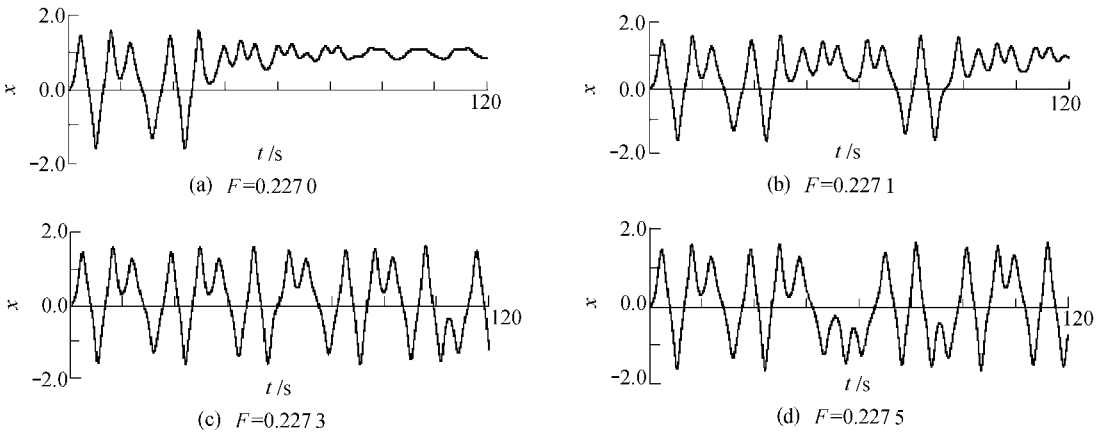


图 5 F 的微小变化时 x 时程曲线
Fig.5 x time-amplitude curves under small variation of F

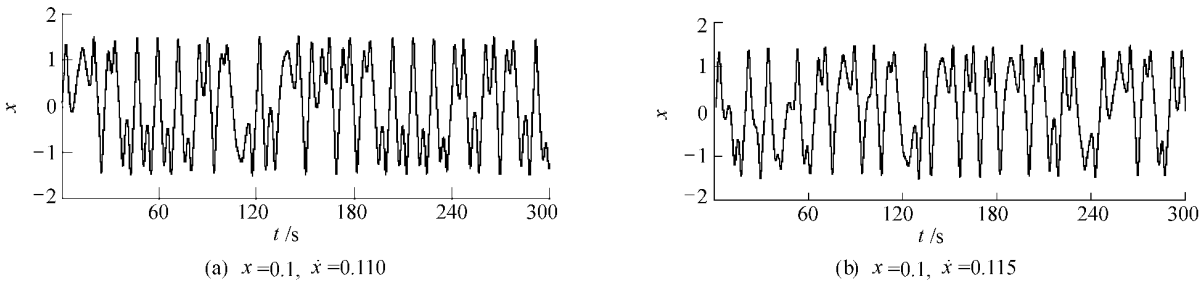


图 6 $\dot{x}$ 的微小变化时 x 时程曲线对比

Fig.6 Comparison of x time-amplitude curves under small variation of $\dot{x}$

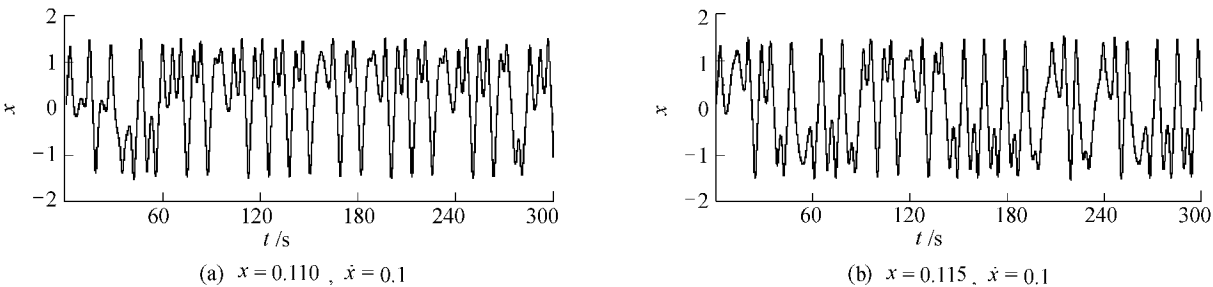


图 7 x 的微小变化时 x 时程曲线对比

Fig.7 Comparison of x time-amplitude curves under small variation of x

4 结 束 语

在可视化图形环境下,研究非线性 Duffing 方程的混沌特性,克服了单纯理论分析过于抽象的不足,以及对系统进行动态参数综合分析和计算过程不直观的困难,方便了分析非线性振动方程的运动规律.因此,对复杂的非线性混沌动力学系统的图形可视化分析研究具有较大的实用价值.

参考文献:

- [1] Braham R. Math and visualization[J]. IEEE Spectrum, 1995(11): 28~32.
- [2] Holms P J. A nonlinear oscillator with a strange attractor[M]. London: Philos Trans R Soc, 1979. 292~298.
- [3] Devaney R L, Keene L. Chaos and fractals: the mathematics behind the computer graphics[J]. Proc Symposia in Applied Mathematics, 1989, 39: 5~10.
- [4] 黄胜伟, 郑天柱. 混沌动力系统特性的仿真研究[J]. 交通与计算机, 2001, 19(2): 32~35.
- [5] 黄胜伟, 王德信. 结构动力响应的计算机仿真研究[J]. 河海大学学报, 2001, 29(6): 25~27.
- [6] 刘延柱, 陈文良. 振动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1998. 298~326.
- [7] 褚亦清, 李翠英. 非线性振动分析[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1996. 242~282.

Visualization-Based Analysis of Dynamic Property of Chaos in Nonlinear Forced Vibration

HUANG Sheng-wei¹, ZHENG Tian-zhu², WANG De-xin¹

(1. College of Civil Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China;
2. College of Water Resources and Environment, Hohai Univ., Nanjing 210098, China)

Abstract: A software is developed in a visualized computer language for analysis of the trajectory of movement of the nonlinear forced vibration equation. With the software, the trajectories of equations of such a type in phase space, the Poincarè image, the time-amplitude curve, and the amplitude-frequency curve can be shown dynamically. Based on computer simulation, the dynamic property of chaos can be generally analyzed.

Key words: visualization; chaos; computer simulation; Duffing equation