

深圳卫生填埋淤堵排放的灰色预测模型

张爱军 朱珍德 程 艳

(河海大学岩土工程研究所 ,江苏 南京 210098)

摘要 :灰色预测中的核心 GM(1 , 1)模型将无规律的原始数据生成有规律的数据序列后进行预测 . 本文对 GM(1 , 1)模型加以改进 ,将灰色预测 GM(1 , 1)模型与跳变灰过程理论结合 ,建立了淤堵试验渗透系数的跳变预测模型 .跳变预测模型具有灰色系统只需少量数据即可建模的优点 ,又有跳变灰过程可处理异常值的特点 .采用某填埋场淤堵试验资料 ,经验证表明 ,该方法精度较高 ,将灰色模型引入填埋场衬垫系统渗透系数预测切实可行 .

关键词 :GM(1 , 1)模型 ;灰色预测 ;渗透系数

中图分类号 :X799.3 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-1980(2002)03-0106-04

灰色系统理论是我国学者邓聚龙教授于 1982 年在国际上首先提出来的 ,在短短的 19 年里已经渗透到农业、经济、运输、气象和土木工程等诸多领域 ,具有广泛的应用前景^[1] .所谓灰色系统 ,指该系统中既含已知信息又含未知信息的系统^[2] .灰色预测中的 GM(1 , 1)模型是灰色理论的核心 ,其本质就是用指数曲线逼近已知信息 ,由此对未确知信息进行预测 ,具有较高的精度 .目前 ,卫生填埋是我国乃至世界上大多数国家普遍采用的垃圾处理方法之一 .我国各大城市都已建成或在建或将建垃圾填埋场 .已建成的填埋场为城市环境改善、人民生活质量的提高起了巨大作用 .但是 ,许多已建成的填埋场仍存在不尽人意的地方 ,如垃圾滤液污染水源、土壤与空气 ,传播疾病 .其主要原因是经土工织物处理衬垫系统的渗透性 ,由于受主客观的影响存在着不确定性 ,渗透系数 k 随时间变化复杂 ,很难全面、准确地确定 ,是属于灰色系统范畴 .国内外对此研究较少 ,尚无统一的规范 .本文根据某填埋场室内淤堵试验资料 ,将整个衬垫系统作为一个灰色系统来进行探讨 .

1 跳变 GM(1 , 1)模型

1.1 GM(1 , 1)模型的机理及适用范围

GM(1 , 1)建模过程如下^[3] 对原始数据序列

$$x^{(0)} = (x^{(0)}_1, x^{(0)}_2, x^{(0)}_3, \dots, x^{(0)}_n)$$

作一次累加生成^[4]

$$x^{(1)} = (x^{(1)}_1, x^{(1)}_2, x^{(1)}_3, \dots, x^{(1)}_n)$$

其中

$$x^{(1)}_k = \sum_{i=1}^k x^{(0)}_i \quad k = 1, 2, 3, \dots, n$$

对 $x^{(1)}$ 建立线性动态微分方程

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b$$

令

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(x^{(1)}_2 + x^{(1)}_1) & 1 \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}_3 + x^{(1)}_2) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}_n + x^{(1)}_{n-1}) & 1 \end{bmatrix}$$

记参数列为

$$\hat{a} = [a, b]^T$$

收稿日期 2001-04-17

作者简介 张爱军(1977—)男 ,山东东营人 ,硕士 ,主要从事岩土工程研究 .

$$Y_n = [x_{(2)}^{(0)} \ x_{(3)}^{(0)} \ x_{(4)}^{(0)} \ \cdots \ x_{(n-1)}^{(0)} \ x_{(n)}^{(0)}]^T$$
$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y_n$$

由 LSE 得
白化后 ,微分方程的解为

$$\hat{x}_{(k+1)}^{(1)} = (x_{(1)}^{(0)} - \frac{b}{a})e^{-ak} + \frac{b}{a}$$

最后 ,作一次累减生成得到预测值

$$\hat{x}_{(k+1)}^{(0)} = -a(x_{(1)}^{(0)} - \frac{b}{a})e^{-ak}$$

由文献 [5],可以得出 ,GM(1,1)模型的数据序列变幅不能太大 ,最好呈波状或缓增长型.但工程实际中 ,原始数据序列变化形式具有多样性 ,这就限制了 GM(1,1)模型的应用.对类似图 1 中原始数据的序列 ,我们提出新的预测模型.

1.2 跳变 GM(1,1)模型

对原始数据建立 GM(1,1)模型 :

$$\hat{x}_{(k+1)}^{(0)} = -a(x_{(1)}^{(0)} - \frac{b}{a})e^{-ak}$$

则预测值 $x^{(0)}$ 与实测值存在残差 ,即

$$\epsilon(i) = x_i^{(0)} - \hat{x}_i^{(0)} \quad i = 1 \ 2 \ \cdots \ n$$

那么 ,可否利用残差答案是肯定的.按灰色系统理论的思想 , $\epsilon(i)$ 中的 $\hat{x}_i^{(0)}$ 是灰色的 ,因而含有有用信息.充分利用残差我们可以进一步深化对研究对象的认识 ,提高我们对研究对象的描述能力.

记正跳变 ($\epsilon > 0$)生成数据序列

$$\hat{\epsilon}_+^{(0)} = \{\epsilon_+^{(0)}(1) \ \epsilon_+^{(0)}(2) \ \cdots \ \epsilon_+^{(0)}(n)\}$$

对 $\hat{\epsilon}_+^{(0)}$ 建立 GM(1,1)模型 ,其响应形式为

$$\hat{\epsilon}_+^{(1)}(k+1) = (\epsilon_+^{(0)}(1) - \frac{b'}{a'})e^{-a'k} + \frac{b'}{a'}$$

作一次累减的正跳变预测值

$$\hat{\epsilon}_+^{(0)}(k+1) = \hat{\epsilon}_+^{(1)}(k+1) - \hat{\epsilon}_+^{(1)}(k)$$

可预测下一次的正跳变值.

将 $\hat{\epsilon}_+^{(0)}$ 映射成时序集 $T_+^{(0)} = \{t_+^{(0)}(1) \ t_+^{(0)}(2) \ \cdots \ t_+^{(0)}(n)\}$

对 $T_+^{(0)}$ 建立 GM(1,1)模型 ,其响应形式为

$$\hat{T}_+^{(1)}(k+1) = (T_+^{(0)}(1) - \frac{b'}{a'})e^{-a'k} + \frac{b'}{a'}$$

作一次累减得到下一次的正跳变时序

$$\hat{T}_+^{(0)}(k+1) = \hat{T}_+^{(1)}(k+1) - \hat{T}_+^{(1)}(k)$$

同理 ,对负跳变 $\hat{\epsilon}_-^{(0)}$ 按上述方法预测下一次的负跳变值及负跳变时序.将跳变值叠加到 $\hat{x}_i^{(0)}$ 就得跳变模型预测值

$$\tilde{x}_{k+1}^{(0)} = \begin{cases} \hat{x}_{k+1}^{(0)} + \hat{\epsilon}_+^{(0)}(k+1) & k+1 \in T_+ \\ \hat{x}_{k+1}^{(0)} + \hat{\epsilon}_-^{(0)}(k+1) & k+1 \in T_- \end{cases}$$

1.3 模型精度检验

进行灰色预测 ,模型精度高低是决定模型是否可靠的重要依据 ,也直接影响着预测值的精度.目前 ,一般采用残差大小、后验差、关联度三种方式验证.

令残差 $\epsilon(i) = x_i^{(0)} - \hat{x}_i^{(0)} \quad i = 1 \ 2 \ \cdots \ n$

相对误差 $\rho(i) = \epsilon(i)/x_i^{(0)} \times 100$

残差均值 $\bar{\epsilon} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\epsilon(i)|$

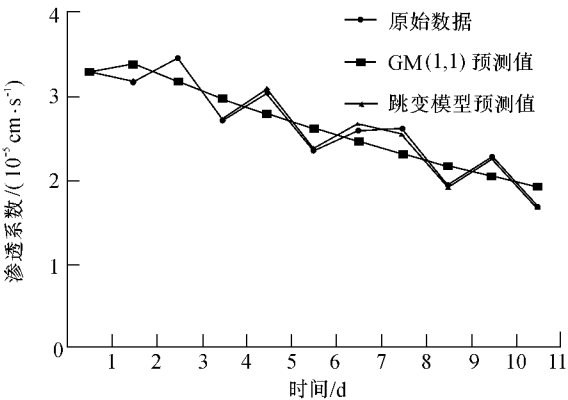


图 1 实际值与拟合值比较

Fig.1 Comparison between fitting value and real value

残差方差

$$R_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\epsilon(i) - \bar{\epsilon})^2$$

建模数据均值

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^{(0)}$$

数据方差

$$R_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x(i) - \bar{x})^2$$

后验比值

$$C = R_1/R_2$$

小误差概率

$$T = T\{|\epsilon(i) - \bar{\epsilon}| < 0.674R_2\}$$

C, T 可按表1划分精度等级.若 C, T 均在允许范围之内,即可按式(1)进行预测,否则再次进行残差修正,直到满足所需的精度为止.

2 工程示例

某城市欲建垃圾填埋场,为避免垃圾对地下水资源造成二次污染,采用土工织物反滤层结构进行防渗处理.欲知处理效果及最终渗透系数,进行室内模拟实验.实验装置由底座、加压室及顶盖三部分构成.底座、顶盖与压力室的法兰盘上均有O型密封橡皮圈,土工织物放在底座与压力室之间的法兰盘上,在土工布下面设有带多孔的厚为3 mm的钢板.测压管在高水头条件下与压力表相接,在低水头情况下与带标尺的玻璃管相接.该仪器内径为150 mm,而土工布一般取 $\varnothing 170$ mm.该仪器封闭良好,试验时压力通过水头压来实现.

从渗透系数 k 随时间变化可以看出, k 是时间 t 的递减函数,如图1所示.室内试验共进行了14 d,对前11 d的 $k^{(0)}$ 建立GM(1,1)模型,后3 d留作预测检验.对原始数据序列 $x_i^{(0)}(i=1, 2, \dots, n)$ 建立GM(1,1)模型,得到时间响应函数式:

令

$$\hat{x}_{i+1}^{(1)} = 3.296 \times 10^{-5} e^{-0.0638t}$$
$$\hat{x}_{i+1}^{(0)} = \hat{x}_{i+1}^{(1)} - \hat{x}_i^{(1)}$$

由此可求得趋势拟合值

$$\hat{x}_i^{(0)}(i=1, 2, \dots, n), \text{一次残差}$$

$$\epsilon(i) = x_i^{(0)} - \hat{x}_i^{(0)} \quad i=1, 2, \dots, n$$

及相对残差

$$\delta(i) = \epsilon(i)/x_i^{(0)} \times 100$$

将所得结果列于表2.根据跳变GM(1,1)模型求得拟合值见表2.

表2 灰色跳变模型预测计算

Table 2 Calculation with grey jumping model

时 序	实际值	GM(1,1)模型		跳变模型	
	$(10^{-5} \text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	一次拟合值 $(10^{-5} \text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	相对残差/%	二次拟合值 $(10^{-5} \text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	相对残差/%
1	3.926	3.296	0.00	3.296	0.00
2	3.172	3.369	-6.21	3.172	0.01
3	3.452	3.161	8.43	3.452	0.00
4	2.715	2.966	-9.24	2.699	0.59
5	3.080	2.782	9.68	3.033	1.54
6	2.322	2.610	-12.40	2.350	-1.20
7	2.579	2.449	5.04	2.657	-3.01
8	2.592	2.298	11.34	2.524	2.64
9	1.907	2.156	-13.06	1.903	0.24
10	2.227	2.022	9.21	2.236	-0.40
11	1.656	1.897	-14.55	1.666	-0.60

对所建立的跳变模型进行小误差概率 P 和后验差比 C 的检验,检验合格后即可用于预测.本例中 $P=1, C=0.13$,因此模型精度合格,可用于预测,如对第12 d,第13 d,第14 d,预测值分别为1.770,1.873,1.319,相对残差最大只有4.85%,其精度有很大提高,见表3.由此可见GM(1,1)模型误差较大,后验比为0.48.跳变模型与实测值更为接近,说明跳变模型比GM(1,1)更为合适.

表 3 GM(1,1)模型与跳变估算对比

Table 3 Comparison of predicted results by GM(1,1) and jumping model

观测时间	观测值	GM(1,1)模型预测值	相对残差	跳变模型预测值	相对误差
/d	$\wedge(10^{-5}\text{cm}\cdot\text{s}^{-1})$	$\wedge(10^{-5}\text{cm}\cdot\text{s}^{-1})$	/%	$\wedge(10^{-5}\text{cm}\cdot\text{s}^{-1})$	/%
12	1.779	1.780	-0.52	1.770	0.51
13	1.853	1.670	9.87	1.873	-1.08
14	1.258	1.566	-24.48	1.319	-4.85

3 结 束 语

- a. 本文运用灰色预测 GM(1,1)模型与跳变灰过程理论结合 ,建立了淤堵试验渗透系数的跳变预测模型 .跳变预测模型具有灰色系统应用少量数据即可建模 ,又有跳变灰过程可处理异常值的特点 .提出的跳变模型具有自适应、自调节性 ,削弱了人为观测误差的影响 ,且具有较高的精度 .
- b. 灰色数据序列呈现多种发展趋势 .建模时应针对不同的数据类型建立不同灰色 GM(1,1)模型 .
- c. 与实测值比较 ,近期预测值与实测值符合较好 ,但远期相对误差较大 ,这一点在预测中应加以注意 .
- d. 本文对目前国内外较少研究的经土工织物处理的衬垫系统的渗透系数预测方面进行了尝试 ,将灰色模型引入这一领域 ,实践证明该方法精度较高 ,切实可行 .

参考文献：

[1] 邓聚龙 .灰色系统[社会·经济] M]. 武汉 :华中理工大学出版社 ,1982.10 ~ 135.

[2] DENG Ju-long. Control problem of grey system[J]. Systems and Control Letters ,1982 ,(5) 285 ~ 294.

[3] 邓聚龙 .灰色系统理论的 GM 模型[J]. 模糊数学 ,1985 ,(2) 22 ~ 32.

[4] 邓聚龙 .灰色系统理论的生成函数[J]. 模糊数学 ,1985 ,(2) :11 ~ 21.

[5] 宋中民 .灰色 GM(2)模型[J]. 系统工程理论与实践 ,1999(10) :127 ~ 129.

Grey Predicting Model for Deposition and Drainage of Landfills in Shenzhen City

ZHANG Ai-jun , ZHU Zhen-de , CHENG Yan

(Research Institute of Geotechnical Engineering , Hohai Univ. , Nanjing 210098 , China)

Abstract : The GM(1,1) model , which is the core of grey prediction , can discriminate out-of-order data sequences and change them into orderly sequences by AGO . Based on improvement of the grey model and combination with the jumping grey theory , a high precision jumping grey model is developed for prediction of the permeability coefficient . The jumping grey model is suitable for the condition of only a few data , and also suitable for treatment of oscillatory data . With the data from laboratory tests of landfills , the method is proved to be reasonable and feasible .

Key words : GM(1,1) model ; grey prediction ; permeability coefficient