

二次积分迭代法的钢筋混凝土框架非线性全过程分析

吴春颖 康清梁

(河海大学土木工程学院 , 江苏 南京 210098)

摘要 : 在分析了钢筋混凝土框架受弯构件、压弯构件显示非线性特征的主要原因的基础上 , 提出了对钢筋混凝土框架进行非线性全过程分析的二次积分迭代法 . 此法充分考虑了钢筋混凝土材料的非线性特征 , 通过构件截面的应力应变关系、力和力矩的平衡 , 推导出一系列的迭代公式 . 迭代整体可以模拟裂缝开展、钢筋屈服、混凝土压碎、塑性铰产生、内力重分布等全部过程 . 将模拟模型引入框架的非线性分析的单元劲度矩阵 , 编写了框架非线性全过程的分析程序 , 对两层两跨受集中荷载的框架进行计算比较 , 所得结果与实测吻合较好 .

关键词 : 钢筋混凝土框架 ; 二次积分迭代法 ; 钢筋屈服 ; 塑性铰 ; 内力重分布 ; 单元劲度矩阵

中图分类号 : TU31 文献标识码 : A 文章编号 : 1000-198X(2002)04-0092-04

在钢筋混凝土结构中 , 钢筋与混凝土共同作用承担外力 . 混凝土的应力应变呈非线性 , 钢筋的应力应变在屈服强度内基本呈弹性 . 实际钢筋混凝土框架中 , 抗弯刚度和抗压刚度随着内力不同而不断改变 (a) 由于混凝土抗拉强度远小于抗压强度 , 受弯构件和大偏心受压柱受拉区易产生裂缝 . 在裂缝截面 , 受拉区混凝土退出工作 , 构件的抗弯刚度不断降低 , 引起了框架整体的内力重分布 (b) 小偏心受压柱的抗压刚度随着轴向压应变的增加而有所降低 . 所以 , 框架全过程的非线性分析与线弹性分析在内力分布、结构整体位移等一系列结果上有显著的差异 . 抗震结构设计应该采用非线性全过程分析的结果进行层间位移的验算、配筋 , 才更符合实际、更可靠 . 为此 , 本文设计了适合计算机运行的二次积分迭代法 , 将它运用到抗震框架设计程序中 .

1 二次积分迭代法的基本假定

(a) 截面应变符合平截面假定 . (b) 在正截面强度计算时 , 忽略截面混凝土的抗拉强度 . (c) 混凝土材料的本构关系可以是现有本构关系的各种模型 . (d) 把杆件的弹塑性对刚度的影响集中于梁-柱节点附近 . 因为梁柱节点处的刚度对内力分配的影响最大 , 又易产生塑性铰^[1] .

2 二次积分迭代法的理论公式

根据以上假定 , 可以求出钢筋混凝土构件任意截面在轴力 N 及弯矩 $M = Ne_0$ 的共同作用下的应力与应变 , 由平截面假定 , 可得截面曲率 (参见图 1) :

$$\phi = \frac{\epsilon_c}{x_0} = \frac{\epsilon_c + \epsilon_s}{h_0} \quad (1)$$

式中 : x_0 ——混凝土受压区高度 ; h_0 ——截面有效高度 ; ϵ_c ——受压区混凝土最大压应变 , 小于混凝土极限压应变 ϵ_{cu} ; ϵ_s ——受拉区钢筋的拉应变 .

截面任意位置 i 的应变 ϵ_{ci} 为 i 点距中和轴的距离 y_i 与 ϕ 的乘积 , 即

$$\epsilon_{ci} = \phi y_i = \epsilon_c y_i / x_0 \quad (2)$$

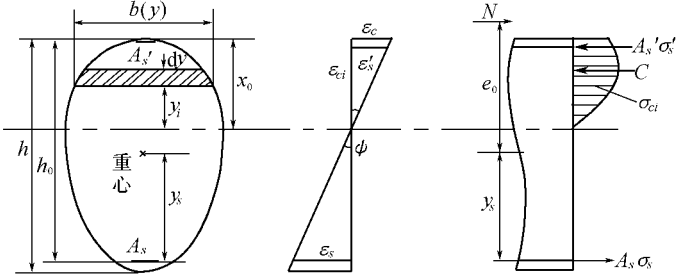


图 1 构件截面应力应变

Fig.1 Stress and strain on member section

按已知材料的应力-应变曲线,可得*i*处混凝土的应力 $\sigma_{ci} = \sigma_c(\epsilon_{ci})$ (见图 1)。同样可得

$$\sigma_s = \sigma_s(\epsilon_s) \qquad \sigma'_s = \sigma'_s(\epsilon'_s)$$

式中: σ_s ——受拉区钢筋的拉应力; σ'_s ——受压区钢筋的压应力; ϵ'_s ——受压区钢筋的压应变。

根据截面静力平衡方程

$$\sum N = 0 \qquad N = \int_0^{x_0} b(y) \sigma_c(\epsilon_{ci}) dy + A'_s \sigma'_s - A_s \sigma_s \tag{3}$$

$$\sum M = 0 \qquad M = N(e_0 + y_s) = \int_0^{x_0} b(y) \sigma_c(\epsilon_{ci}) (h_0 - x_0 + y_i) dy + A'_s \sigma'_s (h_0 - a'_s) \tag{4}$$

得一定*N*、*M*下载面的曲率 ψ 。

对于梁,可以忽略轴力的影响^[2],根据材料力学公式得抗弯刚度*B*;对于柱,根据平截面假定,将柱截面的应变分解成以下两种应变(图 2),抗压刚度为 $\alpha(\bar{\epsilon}_c)$,抗弯刚度与梁算法一致。

$$B = M/\psi \qquad C = N/\bar{\epsilon}_c \tag{5}$$

刚度迭代公式

$$K(\delta_{i-1})\delta_i = R \qquad i = 1, 2, \dots, n \tag{6}$$

式中: $K(\delta_0)$ 为弹性刚度矩阵, $K(\delta_{i-1})$ (*i*≠1)是对应于 δ_{i-1} 的非线性刚度矩阵,迭代至 δ_{i-1} 收敛。

3 二次积分迭代法的迭代流程

构件在受弯和大偏心受压时 $x_0 < h_0$,设定 ϵ_c 和 x_0 的初始值;在小偏心受压时, x_0 可能较大,可设定 ϵ_c 和 ϵ_s 的初始值,加快运行速度,图 3 展示具体步骤。

4 非线性全过程分析的迭代流程

先用弹性理论、抗震理论计算出框架结构内力,配置钢筋,再用二次积分迭代法寻找控制截面的曲率 ψ 和刚度的精确值,然后将构件的非线性刚度代入单元劲度矩阵,计算内力和配筋,如此循环,直至节点位移收敛,具体步骤如图 4。

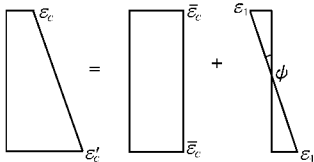


图 2 柱截面应变分解
Fig.2 Resolution of strain on column section

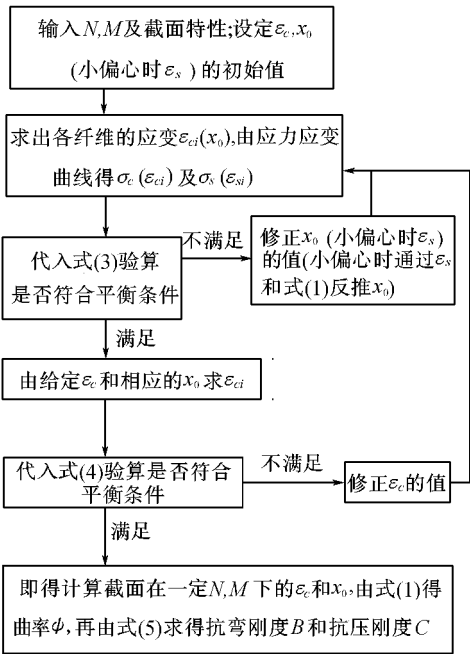


图 3 二次积分迭代法的流程

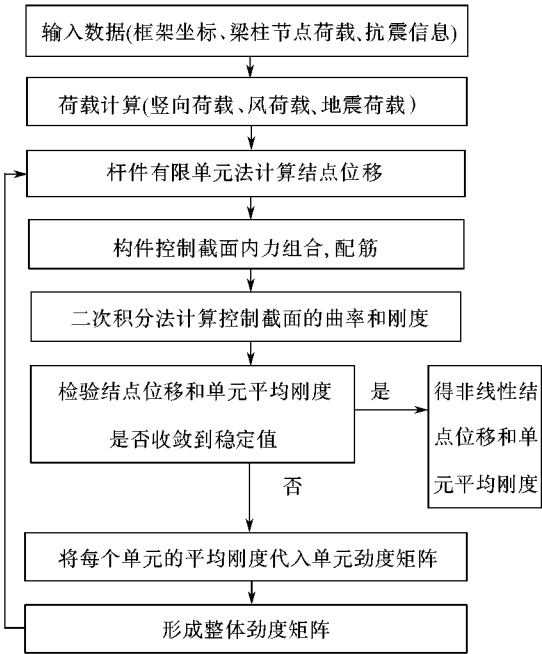


图 4 非线性全过程分析的流程

Fig.3 Flow chart for double-integral iteration method

Fig.4 Flow chart for nonlinear full-range analysis

5 二次积分迭代法的优点

二次积分迭代法进行非线性分析的优点在于 (a)准确.此方法根据截面上纵向钢筋、混凝土应力应变关系及截面上的内力平衡条件,模拟混凝土受拉区开裂,直至构件破坏的过程,可获得不同构件(梁和柱)在不同 M,N 及配筋下的曲率(ψ)和刚度(抗压刚度 C 、抗弯刚度 B).比传统的 $M-N-\psi$ 三折线更准确.(b)适合程序设计.用此法编制的程序可以方便地接入大部分弹性设计的程序中,进行非线性设计.(c)适用性广,方便地用于各种形状的构件截面,如 T 形、I 形、花篮形、甚至是钢-混凝土组合构件.

二次积分迭代法计算机迭代次数相对高,对程序运行速度有一定影响,但随着硬件的不断升级,这样的影响会随之减少.

6 计算结果与试验对比

本文引用一个两跨两层的框架(图 5)受力分析的试验^[3],将所述二次积分迭代法的计算结果与试验结果作对比.此框架的梁柱截面信息见表 1,混凝土等级为 C30,纵向钢筋为 II 级,箍筋为 I 级.采用理想弹塑性本构关系.

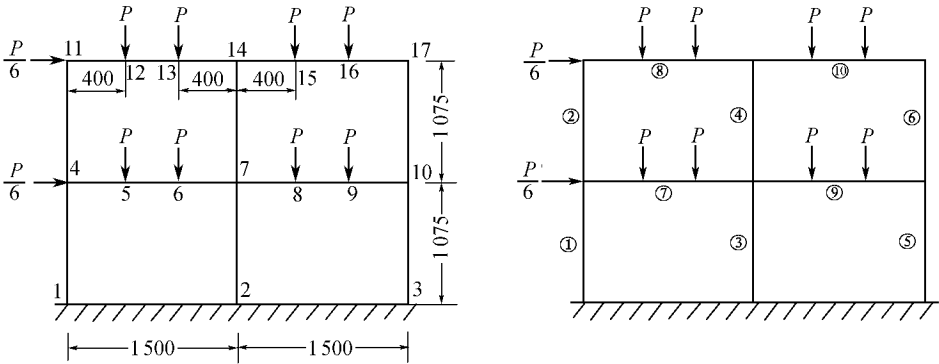


图 5 两层两跨框架节点单元信息(单位: mm)

Fig.5 Joint element information of a two-storey and two-span R.C. frame

非线性抗弯刚度系数 $\alpha = \frac{\text{非线性抗弯刚度}}{\text{弹性抗弯刚度}}$

非线性抗压刚度系数 $\beta = \frac{\text{非线性抗弯刚度}}{\text{弹性抗弯刚度}}$

表 1 梁柱截面信息

Table 1 Section information of beams and columns						
结构	截面宽度 b /mm	截面高度 h /mm	受拉筋	受压筋	箍筋	间距 /mm
梁	100	150	2 $\varnothing$ 10	2 $\varnothing$ 10	$\varnothing$ 6	150
柱	120	150	2 $\varnothing$ 12	2 $\varnothing$ 12	$\varnothing$ 6	120

从图 6 中的两幅水平位移比较图可以看出,弹性分析的结果与试验结果差距较大.试验结果通常是弹性位移的 1.5~3 倍.二次积分迭代法的非线性位移分析结果与试验结果吻合较好.同时,取梁跨中左三分点处、右支座附近的截面弯矩进行分析.从弯矩对比图(图 7)可以看出,二次积分迭代法的非线性内力分析结果比弹性分析结果更接近实测值.

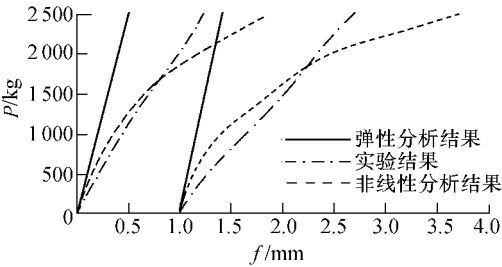


图 6 点 10、17 水平位移曲线

Fig.6 Horizontal displacement curves for points 10 and 17

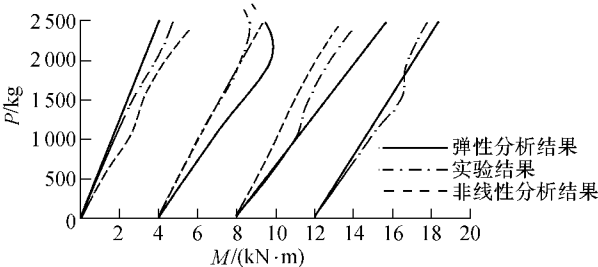


图 7 点 15、17、8、10 $P \sim M$ 曲线

Fig.7 $M \sim P$ curves for points 15, 17, 8, and 10

从表 2 可以看出,弹性与非线性的抗压刚度比较接近.压弯构件中的小偏心构件的抗弯刚度在弹性与非线性分析中的结果相对接近.而受弯构件及压弯构件中的大偏心构件的抗弯刚度线性与非线性的分析结果相差较大.这一结果符合钢筋混凝土框架的实际情况.另外,从表 2 看出,梁抗弯刚度系数随集中力荷载的增加而降低.在接近破坏荷载时,抗弯刚度下降明显,说明梁端逐渐形成塑性铰.

表 2 非线性刚度系数比较

Table 2 Comparison of nonlinear stiffness ratio										
单元	P = 500 kg		P = 1 000 kg		P = 1 500 kg		P = 2 000 kg		P = 2 500 kg	
	α	β	α	β	α	β	α	β	α	β
Z1	0.6	1.0	0.8	1.0	0.9	1.0	0.9	1.0	0.8	1.0
Z2	0.4	1.0	0.4	1.0	0.4	1.0	0.4	1.0	0.4	1.0
Z3	1.0	1.0	1.1	1.0	1.1	1.0	1.1	0.9	1	0.9
Z4	0.6	1.0	1.0	1.0	1.1	1.0	1.2	1.0	1.1	1.0
Z5	0.6	1.0	0.6	1.1	0.6	1.0	0.6	1.0	0.6	1.0
Z6	0.4	1.0	0.4	1.0	0.4	1.0	0.4	1.0	0.4	1.0
L7	0.3	1.0	0.3	1.0	0.2	1.0	0.06	1.0	0.06	1.0
L8	0.3	1.0	0.3	1.0	0.2	1.0	0.2	1.0	0.08	1.0
L9	0.3	1.0	0.3	1.0	0.2	1.0	0.06	1.0	0.06	1.0
L10	0.3	1.0	0.3	1.0	0.3	1.0	0.08	1.0	0.07	1.0

7 小 结

通过与试验的比较,验证了二次积分迭代法很适用于框架的非线性全过程分析.事实上,此法适用于大部分杆系结构和部分组合结构,并且只需要在已有结构弹性分析程序中加一个模块就可以进行结构非线性分析,灵活且用途广.

参考文献：

[1] 徐伟良,吴德伦.钢筋混凝土框架全过程分析的非线性简化单元及其应用[J].建筑结构学报,1995 (2) :59 ~ 69.
[2] 周氏,康清梁,童保全.现代钢筋混凝土基本理论[M].上海:上海交通大学出版社,1989.119 ~ 228.
[3] 刘南科,周基岳,肖允徽.钢筋混凝土框架非弹性分析及试验研究[J].重庆建筑工程学院学报,1984(3) :19 ~ 55.
[4] 朱伯龙,董振祥.钢筋混凝土非线性分析[M].上海:同济大学出版社,1985.50 ~ 81.
[5] Chen W F. Plasticity in reinforced concret[M]. New York : McGavw-Hill Book Company,1982.124 ~ 188.

Double-integral iteration method for nonlinear full-range analysis of R.C. frames

WU Chun-ying , KANG Qing-liang

(College of Civil Engineeng , Hohai Univ. , Nanjing 210098 , China)

Abstract : Based on the analysis of main factors causing the non-linear characteristics of beams and columns in bending , a double-integral iteration method is proposed for the non-linear full-range analysis of R.C. frames. The non-linear feature of reinforced concrete is fully considered , and a series of iterative formulae are deduced based on the equilibrium of force and bending moment on the section of members. The iteration can imitate the processes of crack development , reinforcement yielding , concrete crushing , plastic-joint formation , and internal force redistribution. The model is introduced into an element stiffness matrix for non-linear analysis of R.C. frames , and a corresponding computer program is developed. A two-storey and two-span R.C. frame subjected to concentrated loads is analyzed by use of the program , and a comparison shows that the calculated and test results are in good agreement.

Key words : R. C. frame ; double-integral iteration method ; reinforcement yielding ; plastic-joint ; internal force redistribution ; element stiffness matrix