

承压水漏斗水位预报的动态模型

张子贤 ,卢宝林

(河北工程技术高等专科学校 ,河北 沧州 061001)

摘要 :从水均衡原理出发 ,建立了时变参数的承压水漏斗水位预报的动态模型 ,采用多层递阶方法求解模型 .实例表明 ,文中模型预报效果较好 .该模型能反映漏斗中心水位的动态特性 ,且不要求均衡区承压含水层为各项同性的均匀透水介质 ,既适用于预报 ,也可用于漏斗区水资源的规划设计和管理等 .模型具有广泛的推广应用价值 .

关键词 :承压水漏斗 ;水位预报 ;水均衡原理 ;时变参数 ;动态模型

中图分类号 :P641.2 文献标识码 :A 文章编号 :1000-198X(2002)04-0115-04

我国北方地表水资源匮乏 ,许多地区不得不靠超量开采承压地下水来维持工农业生产的发展 .由于超量开采 ,地下水位迅速下降 ,出现了大量的地下水漏斗区 .地下水位的下降和漏斗区的形成 ,不仅造成机井报废 ,而且引发了地面下沉等一系列环境问题 .因此 ,揭示漏斗区地下水位与其影响因素之间的关系 ,为做好漏斗区水资源规划和管理 ,进行合理开采 ,实现水资源的可持续开发利用以及维护和改善生态环境提供科学的依据 ,将具有重要的理论和现实意义 .

关于地下水位动态预报 ,目前常用的方法有回归分析法和地下水动力学法等 .回归分析法由于预报对象与其影响因素之间为定常系数 ,不能很好的反映非线性的地下水动态规律 ;地下水动力学法要求具备大量的水文地质资料 ,且不能确切反映历年开采量的变化过程 .本文从水均衡原理出发 ,建立了承压水漏斗中心水位与其影响因素之间的时变参数的动态模型 ,采用多层递阶方法求解 .实例表明 ,效果较好 .

1 基于水均衡原理的漏斗中心水位预报的动态模型

在承压水开采期间 ,承压水水位在空间的分布形成漏斗状 ,如图 1 所示 .

对于平原地区的承压水漏斗区 ,无垂向降水入渗补给 .

将承压水漏斗区域作为均衡区 ,由于漏斗的动态变化 ,均衡区的范围是随时间变化的 .若时段取 1 年 ,可以得到均衡区第 t 年的水均衡方程为^[1]

$$q_1(t) + q_2(t) - Q(t) = \mu \Delta \bar{H}(t) F \tag{1}$$

式中 : $q_1(t)$ ——第 t 年侧向补给量 m^3 ; $q_2(t)$ ——第 t 年含水层的越流量(有越流补给时为正 ,有越流流出时为负) m^3 ; $Q(t)$ ——第 t 年开采量 m^3 ; μ ——均衡区承压含水层弹性释水系数(对于含水层非均质时 , μ 为各种透水介质的弹性释水系数的综合值) ;无因次 ; $\Delta \bar{H}(t)$ ——第 t 年均衡区内水头平均下降值 m ; F ——第 t 年均衡区的平均面积 m^2 .

由于均衡区为动态的 ,故式(1)中 F 随时间是变化的 , μ 值随时间也可能发生变化 .

设 $h(t)$ 和 $h(t+1)$ 分别为第 t 年年初、年末的漏斗中心水位 (m) ,则漏斗中心水头下降值为 $h(t+1) - h(t)$,并设

$$\Delta \bar{H}(t) = k' [h(t+1) - h(t)] \tag{2}$$

式中 k' 为第 t 年均衡区漏斗中心水头下降值与均衡区水头平均下降值 $\Delta \bar{H}(t)$ 的差异系数 ,该系数也是随时

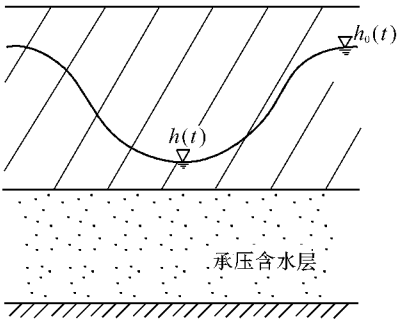


图 1 承压水漏斗示意图
Fig.1 Sketch of confined water cone

间变化的.

将式(2)代入式(1)并令 $\mu' = \mu k'$ (μ' 也是随时间变化的)得

$$q_1(t) + q_2(t) - Q(t) = \mu' [h(t+1) - h(t)]F \tag{3}$$

根据达西定律,侧向入流补给量为

$$q_1(t) = k \frac{h_0(t) - [h(t+1) + h(t)]/2}{L} A \Delta t \tag{4}$$

式中: k ——承压含水层的渗透系数, m/d ; $h_0(t)$ ——漏斗区边缘第 t 年年平均水位, m ; L ——第 t 年漏斗边缘至漏斗中心水平距离, m ; A ——第 t 年侧向补给渗流剖面面积, m^2 ; Δt ——计算时段, d . 由于均衡区的动态变化, L 和 A 均随时间变化, k 值也可能随时间发生变化.

将式(4)进一步简化为

$$q_1(t) = \beta [2h_0(t) - h(t+1) - h(t)] \tag{5}$$

式中 $\beta = kA\Delta t/(2L)$, 可见 β 为与水文地质参数和漏斗区域大小等有关的时变参数.

将式(5)代入式(3)并整理得

$$h(t+1) = \frac{\mu'F - \beta}{\mu'F + \beta} h(t) - \frac{1}{\mu'F + \beta} Q(t) + \frac{2\beta}{\mu'F + \beta} h_0(t) + \frac{1}{\mu'F + \beta} q_2(t) \tag{6}$$

前已叙及, 由于均衡区的动态变化, μ' , β , F 将随时间发生变化, 故式(6)中右边 $h(t)$, $Q(t)$, $h_0(t)$, $q_2(t)$ 的系数均是动态的, 为时变参数, 分别记为 $a_1(t+1) = (\mu'F - \beta)/(\mu'F + \beta)$, $a_2(t+1) = -1/(\mu'F + \beta)$, $a_3(t+1) = 2\beta/(\mu'F + \beta)$, $a_4(t+1) = 1/(\mu'F + \beta)$, 并考虑随机因素的影响, 式(6)进一步可写成

$$h(t+1) = a_1(t+1)h(t) + a_2(t+1)Q(t) + a_3(t+1)h_0(t) + a_4(t+1)q_2(t) + \epsilon(t+1) \tag{7}$$

其中 $\epsilon(t+1)$ 为随机噪声. 式(7)是基于水均衡原理的漏斗中心水位预报模型, 显然, 模型中的时变参数体现了模型的动态特性.

2 时变参数的估计与水位预报方法

式(7)所表达的数学模型可用多层递阶方法^[2]求解. 其基本思想是把具有时变参数的动态系统的状态预报(即预报对象)分成两部分, 首先是对时变参数的预报, 然后对系统状态预报. 具体方法如下:

$$\begin{aligned} \text{令 } \varphi^T(t+1) &= [h(t), Q(t), h_0(t), q_2(t)], \theta^T(t+1) = [a_1(t+1), a_2(t+1), a_3(t+1), a_4(t+1)] \\ h(t+1) &= \varphi^T(t+1)\theta(t+1) + \epsilon(t+1) \end{aligned} \tag{8}$$

若用 $\hat{\theta}(t+1)$ 表示 $\theta(t+1)$ 在 $t+1$ 时刻的估值, 文献[2]建立时变参数的跟踪公式如下:

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + \frac{\varphi(t+1)}{\|\varphi(t+1)\|^2} [h(t+1) - \varphi^T(t+1)\hat{\theta}(t)] \tag{9}$$

给定参数的初值 $\hat{\theta}(0)$, 由观测数据, 则可得到参数估值序列 $\{\hat{\theta}(t)\}$, 即

$$\hat{\theta}(1), \hat{\theta}(2), \dots, \hat{\theta}(n)$$

n 为所用观测数据组数.

分析参数序列 $\{\hat{\theta}(t)\}$ 的演变规律, 根据其变化特点, 通过适当的数学手段, 则可建立满足参数预报的模型, 并据此来预报参数值 $\hat{\theta}^*(n+1)$, $\hat{\theta}^*(n+2)$ 等等, 进而便可确定向前一步的预报公式为

$$\hat{h}(n+1) = \varphi^T(n+1)\hat{\theta}^*(n+1) \tag{10}$$

由 $\hat{h}(n+1)$ 代替 $h(n+1)$, 可得向前两步的预报值等等.

3 实 例

沧州市位于河北省东南部平原地区, 地势平坦. 承压地下水的开采主要以第Ⅲ含水组为主. 由于多年超量开采, 已形成地下水漏斗. 该含水组漏斗区无垂向降雨入渗补给, 越流量 $q_2(t)$ 甚微, 可以忽略不计. 漏斗中心最低水位出现在每年6月底、7月初. 1976~1998年漏斗中心年最低水位及年开采量见表1、表2^[3]. 利

表 1 漏斗中心年最低水位及时变参数估值

Table 1 Annual minimum stage at cone center and time-dependent parameter					
序号	年份	水位/m	年开采量/10 ⁶ m ³	$\hat{a}_1(t)$	$\hat{a}_2(t)$
0	1976	- 43.09	1.5498		
1	1977	- 49.28	2.913 8	0.904 41	- 0.028 53
2	1978	- 50.47	8.151 4	0.814 48	- 0.023 21
3	1979	- 57.43	12.483 6	0.927 82	- 0.041 51
4	1980	- 62.39	15.627 4	0.899 93	- 0.035 45
5	1981	- 66.76	19.090 5	0.896 83	- 0.034 68
6	1982	- 62.82	17.009 6	0.786 35	- 0.003 08
7	1983	- 66.22	24.470 1	0.882 82	- 0.029 20
8	1984	- 67.50	20.492 7	0.857 05	- 0.019 68
9	1985	- 67.93	20.962 6	0.849 06	- 0.017 26
10	1986	- 67.23	27.541 7	0.834 64	- 0.012 80
11	1987	- 70.06	43.322 2	0.877 05	- 0.030 18
12	1988	- 68.84	32.312 3	0.833 91	- 0.003 50
13	1989	- 70.71	36.705 5	0.868 74	- 0.019 85
14	1990	- 74.36	40.628 8	0.890 33	- 0.031 06
15	1991	- 77.04	23.615 4	0.883 17	- 0.027 15
16	1992	- 79.46	36.484 4	0.889 28	- 0.029 02
17	1993	- 83.81	51.835 1	0.908 24	- 0.037 73
18	1994	- 85.03	60.290 0	0.879 68	- 0.020 06

表 2 时变参数与水位预报值和水位预报误差

Table 2 Forecast results of time-dependent parameter , stage , and error of stage							
序号	年份	实测水位/m	年开采量/10 ⁶ m ³	$\hat{a}_1^*(t)$	$\hat{a}_2^*(t)$	预报水位/m	误差/m
19	1995	- 82.47	57.208 0	0.870 82	- 0.026 53	- 85.91	- 3.44
20	1996	- 82.69	59.233 0	0.868 05	- 0.024 00	- 83.23	- 0.54
21	1997	- 84.72	60.675 0	0.870 90	- 0.024 93	- 83.76	0.96
22	1998	- 84.75	60.814 5	0.871 20	- 0.024 57	- 85.56	- 0.81

用 1976 ~ 1994 年资料建立模型 ,用 1995 ~ 1998 年资料检验 .由于缺乏漏斗边缘水位资料 ,式(7)中 $a_3(t + 1)$ $h_0(t)$ 近似用固定值 C ,即

$$h(t + 1) = a_1(t + 1)h(t) + a_2(t + 1)Q(t) + C \tag{11}$$

C 值由多元回归计算的回归系数估计 ,多元回归计算结果为

$$h(t + 1) = 0.869\,51h(t) - 0.027\,27Q(t) - 10.264\,67$$

即采用 $C = - 10.26467$,时变参数的初值也采用多元回归系数 $\hat{a}_1(0) = 0.869\,51$, $\hat{a}_2(0) = - 0.027\,27$,利用实测资料计算式(11)中的时变参数估值系列 ,如表 1.

对表 1 时变参数序列进行分析 ,采用自回归模型 ,使用 AIC 准则确定模型的阶数 ,经计算得到 $\hat{a}_1(t)$ 和 $\hat{a}_2(t)$ 的自回归模型分别为

$$\hat{a}_1(t) = - 0.159\,07a_1(t - 1) + 0.074\,79a_1(t - 2) - 0.107\,74a_1(t - 3) + 1.038\,63 \tag{12}$$

$$\hat{a}_2(t) = - 0.018\,42a_2(t - 1) + 0.136\,03a_2(t - 2) - 0.021\,76 \tag{13}$$

由式(12)、式(13)分别得出 $t = 19, 20, 21, 22$ 的参数预报值 ,进而由式(11)作出 1995 ~ 1998 年漏斗中心的水位预报 ,并与实测值比较 ,其结果见表 2.

根据文献[4]有关中长期预报精度评定的规定 ,水位按多年变幅的 10% 作为许可误差 ,本例漏斗中心年最低水位多年变幅为 $- 43.09 - (- 85.03) = 41.94\,\text{m}$,故许可误差为 $4.194\,\text{m}$.表 2 中预报误差均在许可误差之内 ,可见模型预报效果较好.

4 结 语

- a. 地下水位降落漏斗是动态的,本文提出物理概念和统计方法相结合的时变参数模型研究地下水位的动态规律,具有较强的理论基础,实例表明效果较好,可以肯定,具有漏斗边缘水位资料时效果会更好.
- b. 本文模型适用于平原地区承压水漏斗区,既适用于预报,也可用于漏斗区水资源的规划设计和管理等,模型具有广泛的推广应用价值.
- c. 对于非均质的承压含水层,将含水层各种介质的弹性释水系数在模型中用综合的弹性释水系数反映,且不需要回答具体值是多少.因此,模型不要求均衡区承压含水层为各向同性的均质透水介质,这是模型的又一优点.

参考文献:

[1] 全达人.地下水利用[M].第 3 版.北京:中国水利水电出版社,1996.103 ~ 105.
[2] 韩志刚.多层递阶预报方法及其应用[J].自然杂志,1985(1) 39 ~ 42.
[3] 简明,王玉彩.沧州深层地下水降落漏斗动态分析与预测[J].河北工程技术高等专科学校学报,1999(增刊) 24 ~ 26.
[4] SL250—2000 水文情报预报规范[S].

Dynamic model for stage forecasting of confined water cones

ZHANG Zi-xian , LU Bao-lin

(Hebei Engineering and Technical College , Changzhou 061001 , China)

Abstract : A dynamic model of time-dependent parameter is developed for stage forecasting of confined water cones based on the groundwater balance principle , and the multi-layer recurrence method is used for finding the solution . An example shows that forecast result by the model is effective . The model can reflect the dynamic characteristics of the water stage at the cone center , and it does not require artesian aquifers in balance regions to be of homogeneous media . The model can be used for both forecasting and water resources planning & management in cone regions . Therefore , the model can be popularized .

Key words : confined water cone ; stage forecasting ; groundwater balance principle ; time-dependent parameter ; dynamic model