

人造地震动反应谱的计算

张 健¹,全先成²,高玉峰³,刘汉龙³

(1. 河海大学水利水电工程学院,江苏 南京 210098;2. 江苏沙河抽水蓄能发电有限公司,江苏 南京 213300;
3. 河海大学土木工程学院,江苏 南京 210098)

摘要 通过人造地震动拟合过程中地震动反应谱不同计算方法所得计算结果的比较,分析了常用计算方法——线性积分方法的优缺点,该方法虽可大大缩短计算时间,但在高频带上的误差是无法接受的,同时指出,卷积计算方法虽然耗费大量机时,但由于它仅涉及数据本身,与数据是否连续、可导无关,只有采用该方法计算高频带处的反应谱值方可得到正确结果,如单纯加大采样率或采用非线性内插的积分方法虽然会使计算精度有所提高,但不是解决问题的根本方法,如从计算时间角度考虑,在计算人造地震动的反应谱值时,可分频带计算,即高频带处采用卷积方法,中、低频带处采用线性积分方法。

关键词 人造地震动;反应谱;计算方法

中图分类号:P315.8 文献标识码:A 文章编号:1000-198X(2002)05-0091-04

随着计算机科学的飞速发展以及计算技术水平的不断提高,人们已不再满足结构抗震反应分析的反应谱,而要求考虑全部的地震动过程.对于重要结构,如核电站、海洋平台及超高层建筑的抗震设计,都在规范中规定用加速度时程曲线进行动力分析.由于强震记录数量有限,不能满足多方面的要求,所以地震动的人工模拟得到了人们的重视^[1].产生出的人工模拟地震动时程曲线除了要求具有与特定场地的烈度相应的峰值加速度与持续时间外,还须满足通过该模拟地震动时程曲线计算的反应谱值与地震危险性分析给出的目标谱值在一系列特征控制点上的最大相对误差小于 5%.由此要求不难看出,人工模拟地震动时程曲线反应谱本身的计算误差必须小于 5%.因此,本文在分析几种人造地震动反应谱计算方法优缺点的基础上建议了一种较为实用的计算方法,并给出了计算实例,证明了这种方法的可行性.

1 地震动反应谱定义

地基上有质量 m 、弹簧系数 k 、阻尼系数 c 的振动体系,如地基发生 y 方向的运动,则质量 m 产生 x 方向的相对位移,其关系满足

$$m \frac{d^2}{dt^2}(y + x) + c \frac{dx}{dt} + kx = 0 \tag{1}$$

式(1)也可写成

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2h\omega_0 \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 y = \frac{d^2 y}{dt^2} \tag{2}$$

式中: h ——阻尼比, $h = \frac{c}{2m\omega_0}$; ω_0 ——结构固有圆频率, $\omega_0 = \sqrt{k/m}$.

在有限时程地震加速度作用下,式(1)至少可以得到一个 x 的最大绝对值,该值由 h 与 ω_0 确定.给定 h 与 ω_0 ,就确定了该振动体系的相对位移.令

$$S_V = |\dot{x}(\omega_0, h)|_{\max} \quad S_D = |x(h, \omega_0)|_{\max} \quad S_A = |\ddot{x}(h, \omega_0) + \ddot{y}(t)|_{\max}$$

S_V, S_D, S_A 分别为最大相对速度、最大相对位移、最大绝对加速度反应谱,也就是 Housner 提出的地震动反应

谱,将多条地震记录取得的地震反应谱曲线平均后就得到平均反应谱曲线.

2 计算方法

反应谱计算是工程抗震及地震安全性评价的核心工作.由于场地安全性评价要求用人造地震动技术合成的基岩地震动的反应谱与场地危险性分析给出的目标谱在一系列控制点上的最大相对误差小于5%,因此,反应谱的计算误差控制尤显重要.在地震动加速度的作用下,式(1)表示的单质点系的位移反应、速度反应与加速度反应可通过脉冲响应函数表示成

$$x(t)=\int_0^t\ddot{y}(\tau)\zeta(t-\tau)d\tau$$

(3)

$$\dot{x}(t)=\int_0^t\ddot{y}(\tau)\dot{\zeta}(t-\tau)d\tau$$

(4)

$$\ddot{x}(t)+\ddot{y}(t)=\int_0^t\ddot{y}(\tau)\ddot{\zeta}(t-\tau)d\tau$$

(5)

$$\zeta(t)=-\frac{1}{\omega_d}e^{-h\omega_0t}\sin\omega_d t$$

(6)

$$\dot{\zeta}(t)=-e^{-h\omega_0t}\left[\cos\omega_d t-\frac{h}{\sqrt{1-h^2}}\sin\omega_d t\right]$$

(7)

$$\ddot{\zeta}(t)=\omega_d e^{-h\omega_0t}\left[\left(1-\frac{h}{1-h^2}\right)\sin\omega_d t+\frac{2h}{\sqrt{1-h^2}}\cos\omega_d t\right]$$

(8)

其中 ω_d 为阻尼固有圆频率, $\omega_d=\omega_0\sqrt{1-h^2}$.式(6)~(8)分别表示给定输入地震动加速度时,单质点体系的位移、速度、加速度脉冲响应函数,它们均是因果性函数.当地震动加速度的时间过程给定时,单质点系的反应计算可采用直接积分方法(线性积分方法)、傅立叶变换方法以及卷积方法.

直接积分方法就是直接按照数值积分方法解微分方程而得到地震动反应的数值解,卷积方法就是按照式(3)~(8)进行离散数值积分.由于脉冲响应函数是因果性函数,函数值不能循环使用,必须做大量的乘法计算,需要花费大量时间.傅立叶变换方法就是借助FFT(快速傅立叶变换)方法,通过积分变换求解微分方程.

3 3种反应谱计算方法比较

在反应谱计算中,普遍使用的是直接积分方法.该方法与傅立叶变换方法、卷积计算方法相比,最大的优点是计算时间可大幅度地减少,见表1.由表1不难看出,直接积分方法的计算速度远快于后2种方法,计算时间呈数量级减小.因此,从实用性出发,直接积分方法应该是反应谱计算的首选方法^[2].

文献[3]对直接积分方法的计算精度提出了质疑.该文指出,直接积分方法实际上是一种线性积分方法,需要对地震动加速度求导数,即假设在 Δt 时程中,地震动加速度按照线性变化,而在该时程内地震动加速度的变化情况实际是未知的;如按线性假设,反应谱的计算误差可达20%以上,只有在奈奎斯特截止频率(数据所含的最高频率)10倍以上处得到的反应谱数值才是可靠的,必须通过加大采样密度才能得到反应谱高频处拟合的正确结果.对于地震动这样一个复杂的非平稳过程,其奈奎斯特截止频率实际上是未知的,它的存在与否实际上与人们研究问题所采用的假设有很大关系.故本文认为采样密度的加大并不一定能得到反应谱高频处拟合的正确结果,而按线性内插进行直接积分的方法来计算反应谱值必然导致反应谱值在奈奎斯特截止频率附近处产生很大的误差.文献[3]又认为,可采用二次抛物线假设或其他非线性假设来提高计算精度.但由于各组数据本身特征的差异,导致不同的假设可能只适用于某一组数据,对另一组数据则需换另一种假设,这样必然使方法的可靠性与通用性不强.傅立叶变换方法虽然在进行微积分计算时不涉及对函数的求导运算,但它需要的数据量是2的整数幂次,不足则需补零,以消除傅立叶变换的环状效应,但补零数量尚无定论.另外由于奈奎斯特截止频率不变,补零势必引起频带的扭曲,且傅立叶变换本身的泄漏效应

表1 反应谱值计算所需时间比较
Table 1 Comparison of time-consumption
in response spectrum computation

计算方法	直接积分方法	傅立叶变换方法	卷积方法
计算时间/s	0.039	3.281	9.428

注:输入数据为埃尔森特罗地震数据,共800个,固有周期为0.3s,阻尼比为0.05.

也会带来计算误差,故傅立叶变换方法与线性内插的直接积分方法虽可大大地节约计算时间,但难以满足反应谱在高频带计算精度的要求.卷积方法虽然在计算时间上无法与前 2 种方法相提并论,但它仅涉及人造地震动计算数据本身,与计算数据所反映的物理过程无关,无需考虑该物理过程是否可导或连续,是直接针对采样得到的离散数据进行的积分.由此可见,只有卷积方法才是一种最客观的计算方法,它在一定尺度上反映了采样数据的真实特征,所得到的计算结果与采样步长的时间尺度密切相关,科学地体现了“计算精确度”的含义.

4 算例分析

本文采用一条人造地震动时程线(图 1)进行反应谱的计算.这条人造地震动时程线是根据对某场地危险性分析得到的反应谱上的 38 个特征控制点进行谱拟合而得到的.采用 2 048 个数据,采样步长为 0.01 s,谱拟合精度(反应谱采用卷积方法计算)均已控制在 2% 以内.限于篇幅,数据与相关图表没有列出.由于人造地震动的反应谱拟合主要针对绝对加速度反应谱而言,故以下算例都是关于绝对加速度反应谱的计算,分别采用了线性积分的方法与卷积计算的方法,并认为后者是精确的,然后对其结果进行对比分析.从表 2 的对比结果可以看出:采用线性积分的方法对于人造地震动反应谱的计算,在短周期(小于或等于 0.15 s)内,即奈奎斯特截止周期的 6~7 倍附近,反应谱的计算误差还大于 1%.显然,如要求反应谱拟合误差小于 2%,采用线性积分的方法在对具有短固有周期的结构来说是相当的不精确,而且计算误差与采样数据本身关系密切,误差的变化有时是跳跃的,体现在表 2 中黑体字数据出现的地方不固定.表 3 将人造地震动进行了 5 次隔点重采样,虽然计算精度有所提高,但在高频处误差仍让人无法接受.可见,单纯增加采样率,并不是提高计算精度的根本方法.采用线性积分方法在时间上的节省是相当明显的.采用卷积方法计算 38 个控制点的反应谱值在奔 II 450 的计算机上需要 120 s 左右的时间,但采用线性积分方法计算,则体现不了时间的变化,回车与计算结果几乎同时出现.

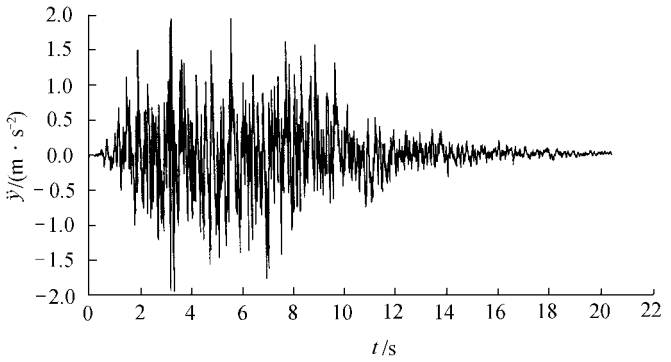


图 1 人造地震动时程线

Fig.1 Time history of artificially generated earthquake motion

表 2 人造地震动反应谱值对比计算

Table 2 Computed data of response spectrum

固有周期/s	反应谱值 (卷积计算)	反应谱值 (线性积分)	相对误差
2.000 000 × 10 ⁻²	1.185 871	7.022 699	4.921 975 × 10 ⁰
4.000 000 × 10 ⁻²	1.555 261	1.813 519	1.660 544 × 10 ⁻¹
4.551 111 × 10 ⁻²	1.551 367	1.475 694	4.877 834 × 10 ⁻²
5.120 000 × 10 ⁻²	1.683 411	1.659 692	1.414 328 × 10 ⁻²
5.851 429 × 10 ⁻²	1.745 691	1.798 768	3.040 464 × 10 ⁻²
6.826 667 × 10 ⁻²	1.759 381	1.642 205	6.660 073 × 10 ⁻²
8.000 000 × 10 ⁻²	2.021 674	2.099 686	3.858 782 × 10 ⁻²
1.024 000 × 10 ⁻¹	2.249 629	2.187 577	2.758 322 × 10 ⁻²
1.077 895 × 10 ⁻¹	2.236 461	2.194 545	1.874 206 × 10 ⁻²
1.137 778 × 10 ⁻¹	2.239 605	2.163 937	3.378 625 × 10 ⁻²
1.204 706 × 10 ⁻¹	2.221 738	2.259 135	1.683 228 × 10 ⁻²
1.280 000 × 10 ⁻¹	2.247 325	2.187 192	2.675 758 × 10 ⁻²
1.365 333 × 10 ⁻¹	2.294 497	2.251 081	1.892 180 × 10 ⁻²
1.462 857 × 10 ⁻¹	2.250 195	2.264 143	6.198 558 × 10 ⁻³
1.600 000 × 10 ⁻¹	2.247 821	2.228 066	8.788 566 × 10 ⁻³

注:固有周期大于 0.16 s 后的计算误差均小于 1%,限于篇幅,没有列出.

表 3 人造地震动五次重采样的反应谱对比计算

Table 3 Computed response spectrum
after 5 times' repeated-sampling

固有周期/s	反应谱值 (卷积计算)	反应谱值 (线性积分)	相对误差
2.000 000 × 10 ⁻²	1.185 871	7.972 095	5.722 565 × 10 ⁰
4.000 000 × 10 ⁻²	1.555 261	1.655 751	6.461 293 × 10 ⁻²
4.551 111 × 10 ⁻²	1.551 367	1.520 751	1.973 488 × 10 ⁻²
5.120 000 × 10 ⁻²	1.683 411	1.650 383	1.961 969 × 10 ⁻²
5.851 429 × 10 ⁻²	1.745 691	1.883 060	7.869 035 × 10 ⁻²
6.826 667 × 10 ⁻²	1.759 381	1.756 143	1.840 467 × 10 ⁻³
8.000 000 × 10 ⁻²	2.021 674	2.054 360	1.616 779 × 10 ⁻²
1.024 000 × 10 ⁻¹	2.249 629	2.226 737	1.017 590 × 10 ⁻²
1.077 895 × 10 ⁻¹	2.236 461	2.212 370	1.077 193 × 10 ⁻²
1.137 778 × 10 ⁻¹	2.239 605	2.233 088	2.909 858 × 10 ⁻³
1.204 706 × 10 ⁻¹	2.221 738	2.251 645	1.346 108 × 10 ⁻²
1.280 000 × 10 ⁻¹	2.247 325	2.224 802	1.002 210 × 10 ⁻²
1.365 333 × 10 ⁻¹	2.294 497	2.275 102	8.452 882 × 10 ⁻³

注:固有周期大于 0.136 s 后的计算误差均小于 1%,限于篇幅,没有列出.

5 结 论

- a. 目前在反应谱计算中最常采用的方法——线性积分方法,虽然可以极大地缩短计算时间,但在高频带上的误差是无法接受的.
- b. 卷积方法虽然耗费大量机时,但其仅涉及数据本身,与数据是否连续、可导无关,对于高频带处反应谱值的计算可得到精确结果;单纯加大采样率或采用非线性内插的积分方法虽然会使反应谱在中、低频率处的计算精度有所提高,但不是解决问题的根本方法.
- c. 如果从计算时间来考虑,在计算人造地震动的反应谱值时,应分频带处采用不同的计算方法,高频带处采用卷积方法,中、低频带采用线性积分方法.

参考文献:

- [1] 胡聿贤,何训. 考虑相位谱的人造地震动反应谱拟合[A]. 见:廖振鹏主编.地震小区划理论与实践[C].北京:地震出版社,1989. 93~106.
- [2] 大崎顺彦著.地震动谱分析入门[M]. 谢礼立译.北京:地震出版社,1980. 200~250.
- [3] 蔡长青,沈建文. 采样率不足引起的反应谱计算误差[J]. 地震工程与工程振动,1998,18(3):131~137.

Calculation of artificially generated earthquake motion response spectrum

ZHANG Jian¹, QUAN Xian-cheng², GAO Yu-feng³, LIU Han-long³

- (1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China;
2. Jiangsu Shahe Pumped-Storage Power Generating Co., Ltd., Nanjing 213300, China;
3. College of Civil Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China)

Abstract: A discussion is made on the calculated results of earthquake motion response spectrum by different calculation methods. The defect of the linear integral method, commonly used due to its high-speed calculation, is pointed out: the error cannot be accepted for the high frequency band. The convolution method is time-consuming, however, since it is only related to the data itself, not to the continuum and derivation of data, it seems to be a feasible method to calculate the response spectrum of high frequency. Besides, an analysis shows that enhancing the sampling rate or adopting the nonlinear integral method can only improve the accuracy for middle and low frequency bands, but can not solve the problem ultimately. In consideration of the above factors, it is concluded that the convolution method can be adopted for high frequency band, and the linear integral method for middle and low frequency bands.

Key words: artificially generated earthquake motion; response spectrum; calculation method