

Lattice Boltzmann 方法理论和应用的新进展

王兴勇¹, 索丽生¹, 刘德有¹, 程永光²

(1. 河海大学水利水电工程学院, 江苏 南京 210098; 2. 武汉大学水利水电学院, 湖北 武汉 430072)

摘要: 与传统的计算流体动力学方法(如 FDM, FEM 等)相比, Lattice Boltzmann 方法(LBM)具有算法简单、精度高、压力可以直接求解、能够模拟具有复杂边界条件的问题以及适合于并行计算等优点。边界条件处理和提高模拟流场 Re 的新方法, 促进了 LBM 理论的发展和完善, 并且在二维和三维的水力学、多相流、热传导以及对流、扩散问题的模拟中获得了广泛的应用。

关键词: Lattice Boltzmann 方法; 流场计算; 边界处理; 计算流体动力学

中图分类号: O351.2 文献标识码: A 文章编号: 1000-198X(2002)06-0061-06

Lattice Boltzmann 方法(LBM)是 20 世纪 80 年代中期发展起来的一种流场计算方法。它来源于 Lattice gas automata(LGA)继承了 LGA 的主要优点而改正了其不足之处, 使得 LBM 具有牢固的理论基础和广泛的应用领域。传统计算流体动力学(CFD)的理论建立在连续介质模型之上, 而 LBM 的理论基础是分子运动论和统计力学。LBM 从微观的粒子尺度出发, 建立离散的速度模型, 在满足质量、动量和能量守恒的条件下, 得出粒子分布函数, 然后对粒子分布函数进行统计计算, 得到压力、流速等宏观变量。它的主要思想就是以简单规则的微观粒子运动代替复杂多变的宏观现象。LBM 演进过程主要分两个步骤: (a) 迁移, 粒子从一个节点在一个时步内, 以恒定的速度运动到相邻节点; (b) 碰撞, 在一个节点上从相邻节点运动来的粒子发生碰撞, 根据质量、动量和能量守恒规则改变粒子的速度, 然后各个粒子又以改变后的速度迁移。这两个步骤交替循环, 直到流场达到收敛。流场计算时, 时间步长 $\delta_t = 1$, 时间 $t = 0, 1, 2, \dots, T$, 空间剖分成均匀网格。LBM 用 $f_\alpha(x, t)$ 表示节点 (x, t) 处的粒子数, 根据其物理本质得到演进方程:

$$f_\alpha(x + e_\alpha \delta_t, t + \delta_t) = f_\alpha(x, t) + \Omega_\alpha(f_\alpha(x, t)) \quad \alpha = 0, 1, \dots, b \quad (1)$$

式中: α ——粒子运动的第 α 个方向; e_α —— α 方向上的粒子运动速度; f_α —— α 方向上的粒子分布函数; b ——粒子运动方向的总数; Ω_α —— α 方向上的碰撞过程。在节点 (x, t) 上根据质量和动量守恒规则, 有

$$\rho = \sum_\alpha f_\alpha \quad \rho \mathbf{u} = \sum_\alpha f_\alpha e_\alpha \quad (2)$$

式中: ρ, \mathbf{u} ——宏观的密度和流速。式(2)即为宏观变量和微观变量之间相互转换的关系式。

整个流场保持长波、低频的限制条件, 引入 Chapman-Enskog 多尺度展开^[1]:

$$\frac{\partial}{\partial t} = \epsilon \frac{\partial}{\partial t_1} + \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial t_2} \quad \frac{\partial}{\partial x} = \epsilon \frac{\partial}{\partial x_1} \quad (3)$$

式中: t_1 ——对流时间尺度; t_2 ——扩散时间尺度, $t_1 \gg t_2$; x_1 ——空间尺度; ϵ ——Knudsen 数(表示粒子平均自由路径与宏观流动中特征长度的比率, 是一个微量)。粒子分布函数也相应地展开为

$$f_\alpha = f_\alpha^{eq} + \epsilon f_\alpha^{(1)} + \epsilon^2 f_\alpha^{(2)} + \dots \quad (4)$$

式中: f_α^{eq} ——平衡分布函数; $f_\alpha^{(1)}, f_\alpha^{(2)}, \dots$ ——非平衡部分。将碰撞项 Ω_α 在 f_α^{eq} 处用 Taylor 级数展开, 并代入 f_α 的多尺度式(4), 同时假设粒子以单一的速率松弛到平衡状态, 得到 BGK 碰撞式^[2]:

$$\Omega_\alpha(f) = -\frac{1}{\tau} (f_\alpha - f_\alpha^{eq}) \quad (5)$$

式中: τ ——松弛系数。将式(5)代入式(1)则得到常用的 LBGK 方程:

$$f_{\alpha}(x + e_{\alpha}\delta_t, t + \delta_t) = f_{\alpha}(x, t) - \frac{1}{\tau}(f_{\alpha}(x, t) - f_{\alpha}^{eq}(x, t)) \quad (6)$$

从式(6)可知,当 f_{α}^{eq} 已知时,才能进一步演进 LBGK 方程,使整个流场趋于平衡状态.一般情况下 LBM 的网格是物理对称的^[3],包含平衡分布函数中权重组合的对称和参数的选择,因此不同的网格剖分有着不同的平衡分布函数. LBM 建立模型的核心问题就是根据不同的网格确定对应的平衡分布函数^[4].到目前为止已建立的 LBM 模型有:D1Q3,D2Q9,D2Q7,D2Q13,D3Q15,D3Q18,D3Q27等(D 指维数, Q 指粒子运动方向的总数).图1为二维中常用的 D2Q9 模型相应的平衡分布函数:

$$f_{\alpha}^{eq}(x, t) = \rho w_{\alpha} [1 + 3(e_{\alpha} \cdot u) + \frac{9}{2}(e_{\alpha} \cdot u)^2 - \frac{3}{2}u^2] \quad (7)$$

式中:当 $\alpha = 0$ 时 $w_{\alpha} = 4/9$; $\alpha = 1, 2, 3, 4$ 时 $w_{\alpha} = 1/9$; $\alpha = 5, 6, 7, 8$ 时 $w_{\alpha} = 1/36$.图2为三维中常用的 D3Q15 模型,平衡分布函数与式(7)相同,但当 $\alpha = 0$ 时 $w_{\alpha} = 2/9$; $\alpha = 1, 2, \dots, 6$ 时 $w_{\alpha} = 1/9$; $\alpha = 7, 8, \dots, 14$ 时 $w_{\alpha} = 1/72$.

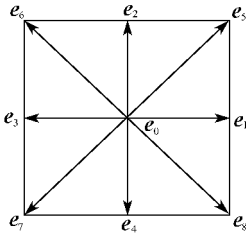


图1 D2Q9 模型
Fig.1 D2Q9 model

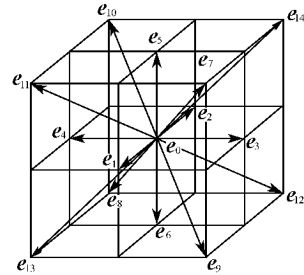


图2 D3Q15 模型
Fig.2 D3Q15 model

与传统的 CFD 方法(如 FDM, FEM 等)相比, LBM 主要有以下优点:(a)算法简单,用简单的线性运算加上一个松弛过程,即式(6)就能模拟各种复杂的非线性宏观现象;(b)能够处理任何复杂的边界条件,特别是多连通边界和多孔介质边界,而这些往往是传统计算方法中网格变换的难点;(c)根据 LBM 中的状态方程,压力可以直接求解,而传统的计算方法必须花较大的精力去求解 Poisson 方程或类似的方程才能得到压力;(d)编程容易,不需要购买大型的商业软件,计算的前后处理也非常简便;(e)由于 LBM 的松弛迭代是可同步进行的局域运算,各个节点的信息在多个处理器之间的通信也极易优化,所以 LBM 非常适合于并行计算;(f)微观和宏观方程之间的转换相对容易,因为 LBM 只有少量的离散速度和运动方向,而传统的输运理论中 Maxwell-Boltzmann 分布的相空间是完全的函数空间.另一方面, LBM 也存在一些不足之处,如模拟流场的 Re 还不是很高,边界处理有待加强等,还需要人们不断地探索和完善.

1 LBM 边界处理的新方法

在流场计算中,式(2)表明密度 ρ 和流速 u 等宏观变量,只有在粒子分布函数已全部解出的条件下才能得出.但在流场的边界上,节点的某些分布函数不能像内部节点那样可以直接求解,因而必须引入边界条件的处理方法.此外,内部节点上的数值精度为二阶,这就要求边界处理方法的精度也应在二阶以上,以避免边界上的数值误差扩散到整个流场,而这些数值误差往往是 LBM 整体误差的主要来源^[5].

反弹法(bounce-back)是最早的边界处理方法.它最大的优点是思想简单、编程容易,能够模拟任何复杂的边界,但是反弹法只有一阶精度.Kandhai 等^[5]用反弹法模拟倾斜圆管 Poiseuille 流,数值解与精确解相比误差达到 50%,说明反弹法在高精度的计算中是不可取的.

Noble 等^[6]提出了一种水动力学边界条件法.这种方法可以处理各种动力边界,精度为二阶,但是它能够求解的分布函数只有 $D + 1$ 个(D 为维数),超过这个限值则难以求解,说明了它存在的局限性.Maier 等^[7]提出改进后的反弹法,即先用反弹法初步计算粒子的分布函数,然后根据网格用不同的系数加以修正,这样使得边界点上的质量和动量完全守恒.这种方法利用了反弹法处理的简便性,能够处理各种动力边界和几何边界,精度也可达到二阶,但是修正系数的通用性还需要进一步的检验.

程永光^[4]提出一种通用的边界处理方法,假设未知的分布函数与平衡分布函数有相近的形式:

$$f_{\alpha} = \omega_{\alpha} \rho [1 + 3e_{\alpha} \cdot (u_w + s)] \quad \alpha = w \rightarrow b \quad (8)$$

式中: $\bar{\rho}$ ——假定的密度; u_w ——边界的速度; s ——假定的相对于边界的滑移速度, $w \rightarrow b$ 表示由边界外部指向边界的方向,即未知分布函数的方向. 它的优点在于可以求解任意多个未知的分布函数,通用性比较好,克服了其它方法只能求解有限个未知分布函数的不足. 但在处理曲线边界时,这种方法并不能完全贴近边界,还需要进行特别的处理. Filippova 等^[8]提出一种适用于任何曲线边界的处理方法,利用靠近边壁点已知的分布函数进行线性插值,求解边界点上未知的分布函数,边界上的速度也通过线性插值求解. 这种方法擅长的是曲线边界的处理,但处理过程复杂,需要计算的量较多.

尽管人们提出了这么多的边界处理方法,但 LBM 的边界处理问题并没有得到彻底地解决. 分析以上方法的不足,可知边界处理的新方法必须着重解决两个问题,即通用性和曲线边界的有效处理. 如果将程永光提出的通用边界处理方法和 Filippova 等提出的曲线边界处理方法有机地结合起来,充分发挥两种方法的优点,将可能成为处理复杂边界条件的一种有效方法.

2 非均匀网格和提高 Re 的新途径

LBM 的计算效率一直是人们关注的问题之一. LBM 与传统的 FDM、FEM、谱方法相比,在计算精度方面,能够达到二阶以上计算精度,但在计算效率方面, LBM 却不甚理想. 从 LBM 的演进方程式(6)可知,分布函数的求解过程是一个不断松弛迭代的过程,其中的松弛系数 τ ,由于稳定性的原因,必须大于 0.5. 为了模拟具有较高 Re 的流场, τ 往往处于松弛系数稳定性允许范围(0.2)的边缘,因而需要迭代的次数多,运算量大,导致收敛速度慢. He 等^[9]用 $64 \times 64 \times 256$ 网格计算三维 Rayleigh-Taylor 不稳定问题,在 16 个处理器且每个处理器为 256M 内存的并行机——ASCI Blue Mountain 上计算,所用时间为 8CPU 小时;如果网格为 $128 \times 128 \times 512$ 在 32 个处理器的并行机上计算,所需时间为 80CPU 小时. 由上可以看出,对于复杂的流场,网格剖分越细,需要迭代的次数越多,即使拥有功率强大的计算工具,每次计算所花费的时间也不可小视. 因此,提高计算效率是推动 LBM 实用化的一个重要发展方向.

为了提高 LBM 的计算效率,更清晰地表明压力和流速变化敏感的区域, He 等^[10]提出一种基于插值的非均匀网格算法. 计算分为 3 步:碰撞、迁移和插值. 第 1、2 步与均匀网格的计算一样,第 3 步中要求插值公式必须具有二阶以上精度,以满足 LBM 整体精度的要求. 这种方法处理简便,在相同的网格剖分时,能有效地减少计算时间,提高计算效率. 另外, Filippova 等^[8]构造了一种局部网格加密算法,在局部区域用细网格,其它区域用粗网格,在两种网格的交界面上进行相互转换:

$$f_{\alpha}^{\text{post, coarse}} = f_{\alpha}^{\text{eq, fine}} + (f_{\alpha}^{\text{post, fine}} - f_{\alpha}^{\text{eq, fine}}) \frac{(1 - \omega_c) \omega_f n}{\omega_c (1 - \omega_f)} \quad (9)$$

$$\tilde{f}_{\alpha}^{\text{post, fine}} = \tilde{f}_{\alpha}^{\text{eq, coarse}} + (\tilde{f}_{\alpha}^{\text{post, coarse}} - \tilde{f}_{\alpha}^{\text{eq, coarse}}) \frac{\omega_c (1 - \omega_f)}{(1 - \omega_c) \omega_f n} \quad (10)$$

式中: n ——粗网格与细网格空间步长之比; ω_c, ω_f ——粗网格和细网格上的松弛系数; \tilde{f}_{α} ——时间和空间上的临时插值,并且必须具有二阶以上精度,保证分布函数的连续性和一致性.

在实际流场特别是紊流计算中, Re 往往很大. 要将 LBM 实用化,模拟流场 Re 的提高是一项非常关键的课题. 在低 Re 流场的模拟中, LBM 计算得到的结果是令人信服的,但在高 Re 流场的模拟中,最高的流场 Re 仅为 10000^[11]. 近来,一些学者在探索提高流场 Re 的途径方面,取得了一些新的进展. He 等^[12]分析了 Re 不能太高的原因: LBM 模拟宏观 N-S 方程时,其中一项误差为 $O(M^2)$, M 为 Mach 数,为了降低误差要求 Mach 数较小,较小的 Mach 数导致了较低的 Re . 于是他们引入局部雷诺数 Re^* :

$$Re^* = c_s \delta_x / \nu \quad Re = UL / \nu = MN_L Re^* \quad (11)$$

式中: U ——特征流速; $N_L = L / \delta_x$, L ——特征长度; $M = U / c_s$, 将 $c_s = 1/\sqrt{3}$, $\nu = (2\tau - 1)/6$ 代入式(11),得 $Re = MN_L 2\sqrt{3} (2\tau - 1)$. 由此可知,提高流场的 Re 有两条途径: (a) $\tau \rightarrow 1/2$; (b) 加密网格,增大 N_L . 由于 τ 太接近 $1/2$ 时 LBM 容易失稳,因此用非均匀网格算法实现第二种途径成为提高流场 Re 的有效方法. 设 dX, dY 为非均匀网格的空间步长, δ_x, δ_y 为标准正方形网格的步长, $r_x = dX / \delta_x$, $r_y = dY / \delta_y$, 于是导出 $Re^* = r c_s \delta / \nu$, 式中 r 为 r_x 或 r_y , δ 为 δ_x 或 δ_y . 与式(11)相比, Re^* 提高了 r 倍, Re 也相应地提高了 r 倍. 程永光^①提出了两

① 程永光. 格子 Boltzmann 方法实用化及其在水利工程中应用的研究 [博士出站报告]. 南京: 河海大学, 2000.

种增大流场 Re 的新方法. 第一种为加大网格尺度法, 即常规的 LB 方程中 Courant 数等于 1 ($\delta x / \delta t = 1$), 处于稳定性的边缘, 于是采用 $\delta x > \delta t$ 的计算方法, 加大网格尺度 δx , 增强在高 Re 下的稳定性. 在模拟圆柱绕流问题中, Re 达到 50 000 时(迄今为止最高的 Re), 计算结果仍能清楚地反映漩涡周期摆动的现象. 第二种方法为粘性抵消法, 以 $v + v_c$ 为粘性系数代入式(6), v_c 为附加粘性, 然后增加源项, 消去附加粘性, 相应的 LBGK 方程为:

$$f_a(x + e_a \delta t, t + \delta t) - f_a(x, t) = -\frac{1}{\tau} [f_a(x, t) - f_a^{eq}(x, t)] + \delta t \cdot g_a(x, t) \quad (12)$$

g_a 满足条件: $\sum g_a = 0$, $\sum e_{ai} g_a = B_i$, $\sum e_{ai} e_{aj} g_a = 0$. 作者模拟了 Poiseuille 流动、驱动方腔流和后台阶流动, 证明 Re 有明显的提高, 其中驱动方腔流的 Re 可达到 16 000, 而以前驱动方腔流的最高 Re 为 7 500^[13]. 尽管新的方法一定程度上提高了模拟流场的 Re , 但还不能满足实际工程的需要, 因此如何进一步提高模拟流场的 Re 仍然是亟待解决的问题之一.

3 LBM 应用的新进展

3.1 水力学问题的模拟

Filippova 等^[8]用局部网格加密的方法计算圆柱绕流, 当 $Re = 100$ 时 Strouhal 数为 0.297, 处于其它文献得出的 0.295 ~ 0.305 之间. 程永光^[4]用非均匀网格算法计算圆柱绕流, 得到不同时刻的流线图, 反映了柱后对称漩涡从产生到长大的过程, 展现了 β 现象的出现, 与实验观察的现象非常一致. Hou 等^[13]用 256×256 网格模拟二维方腔流, Re 从 1.0 到 10 000, 流函数、压力和主涡的中心位置与其它方法的结果相比, 误差小于 1%, 但 $Re > 7 500$ 时, LBM 容易失稳. 程永光^①用粘性消去法计算了 $Re = 16 000$ 时的方腔流, 得到左上角和左右两下角的二阶涡, 以及两下角二阶涡之下的三阶涡, 其结果与理论分析相吻合. 此外, 他还提出了一维、二维明渠非恒定流模型和二维水力过渡过程模型, 并计算了实际工程中二维圆形溃坝波的传播和二维弯道水锤, 特别是对二维钢筋混凝土蜗壳水锤的计算, 得到了清晰的压力变化过程和流速分布图形, 具有重要的工程应用价值. Inamuro 等^[14]模拟了边界条件非常复杂的三维介质绕流问题, 显示了 LBM 在边界处理方面的强大优势. Succi 等^[15]模拟了紊流的 k 方程和 ϵ 方程, Hou 等^[16]和 Eggels^[17]还将大涡模拟和 LBM 结合起来, 建立联合模型, 将 LBM 对紊流的模拟推进了一步.

对于水力学问题的模拟, LBM 仍然受到 Re 的限制, 因此如何提高模拟流场的 Re , 进一步推动 LBM 对紊流的模拟, 将是 LBM 以后发展的重要方向.

3.2 多相流和多种流的模拟

Grunau 等^[18]首先推导出 LBM 多相流模型, 以 $f_a^{(r)}$ 和 $f_a^{(b)}$ 表示两种流体的分布函数, 在混合层内 $f_a(x, t) = f_a^{(r)} + f_a^{(b)}$, 碰撞项 $\Omega_a^k = (\Omega_a^k)^r + (\Omega_a^k)^b$, $(\Omega_a^k)^r$ 称为碰撞操作数 (collision operator), $(\Omega_a^k)^b$ 称为附加碰撞操作数 (additional collision operator), 密度 $\rho = \rho_r + \rho_b$. 另外在液体的交界面还要考虑表面张力的影响: $F(x) = \sum e_a (\rho_r(x + e_a) - \rho_b(x + e_a))$. Shan & Chen^[19]利用宏观上流体的相互作用, 修改了与表面张力相关的碰撞操作, 这种 Shan-Chen 模型的一个重要进步就是流体的相分离或组成的分离是自动的. Swift 等^[20]研究了毛细波的振荡问题, 所得到的离散关系与理论解一致. He 等^[9]模拟了三维 Rayleigh-Taylor 不稳定问题, 形象而生动地描述了两种液体的交融过程. 他们得到二维模拟中不能发现的鞍面点, 并且密度大的液体下降形成尖峰, 在鞍面点反向上升, 形成对称的锚状, 密度小的液体上升形成玫瑰花形, 花瓣向四周扩散, 每个断面都成规则的对称性, 直到完全的交融.

3.3 颗粒悬浮问题的模拟

Ladd^[21]首先开展 LBM 模拟颗粒悬浮问题的研究, 他认为运动颗粒的边界是非滑移的边界, 颗粒的运动速度为

$$u_b = u + \Omega_b \times (r_b - R) \quad (13)$$

式中: u ——平移速度; Ω_b ——旋转速度; R ——颗粒的中心; r_b ——边界节点. f_a 为流场节点上的分布函数,

① 程永光. 格子 Boltzmann 方法实用化及其在水利工程中应用的研究 [博士出站报告]. 南京: 河海大学, 2000.

而颗粒边界上的分布函数为 $f'_\alpha(x) = f_\alpha(x) \pm B(e_\alpha \cdot u_b)$, 其中 B 为系数, 根据网格模型和质量守恒规则而定, 当颗粒向流体运动时, 用“+”号, 当颗粒背离流体运动时, 用“-”号. Aidun & Li^[22]在 $f'_\alpha(x)$ 上增加了源项, 使得颗粒内部质量也守恒, 增强了 Ladd 提出模型的理论, 有效地减少了边界误差, 提高了数值精度. Qi^[23]用这种模型模拟了 40 个矩形颗粒的悬浮问题, 表明颗粒的运动主要受惯性的影响, 颗粒之间发生漂移、聚集和分散的现象, 当形成倒“T”形时, 达到最稳定的状态. 这些结果与实验观测所得的结果非常吻合.

3.4 热传导和对流-扩散问题的模拟

Qian^[24]推导出 $D3Q21$ 和 $D3Q25$ 的 LBM 热力学 (TLBM) 模型, McNamara 等^[25]分析了 TLBM 模型的两大不足之处: 速度集合向量少、温度变化小和存在不稳定性. Bartoloni 等^[26]提出将温度作为标量, 另外增加一个独立的分布函数求解温度就可部分地消除上述两个不足. Sharf^[27]和 He 等^[28]用这种方法成功地求解了 2D 和 3D 的 Rayleigh-Bénard 热传导问题. Alvarez-Ramirez 等^[29]计算了各向同性介质的扩散系数, 以及氧化物经过多孔燃料燃烧的模拟, 其结果与 Monte-Carlo 方法计算所得的结果相一致.

除了上述主要应用领域外, LBM 在模拟磁流体力学以及一些没有宏观控制方程的问题中也获得了较好的结果^[30]. 另外, LBM 对非牛顿流体、弹性流体和粘塑性流体的模拟也在进一步研究之中.

4 结 论

本文详细地介绍了 LBM 理论和应用的新进展, 其中包括 LBM 的基本理论, 边界条件处理和提高模拟流场 Re 的新方法等. 在研究 LBM 的物理本质时, 分子运动和统计力学特性是 LBM 最根本的出发点. 由于 LB 方程具有双曲型方程的特征, 所以离散方程时, LBM 可以看作是一种特殊的显式差分方程. 由于理论简单, 编程容易, 特别是运算操作上的局域性, 使得 LBM 在并行计算上具有很高的效率和精度. 边界处理的简便和 Re 的有限提高促进了 LBM 理论的发展和完善. LBM 具有广泛的应用, 并逐渐成为一种有效的流场模拟手段. 比如传统方法难以计算的多孔介质问题, LBM 却能从容处理. 在模拟颗粒悬浮问题中, LBM 能够模拟的颗粒数可达 32 000 个^[29], 而对于传统方法, 这是难以实现的.

另一方面, LBM 仍然有一些问题没有彻底地解决, 比如完善的紊流模型、模拟流场 Re 的进一步提高等, 还需要不断的研究和完善. 作为一种崭新的计算方法, LBM 还需要大量的论证和实践, 挖掘其潜力, 开拓新的应用领域. 但有目共睹的是, LBM 已经向实际工程问题的模拟迈出了一大步, 所获得的成功让我们对它的发展壮大和应用前景充满了信心.

参考文献:

- [1] Frisch U, d'Humières D. Lattice gas hydrodynamics in two and three dimensions[J]. *Complex Syst*, 1987(1): 649~707.
- [2] Bhatnagar P L, Gross E P, Krook M. A model for collision processes in gases, I: Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems[J]. *Phys Rev*, 1954, 94: 511~525.
- [3] Cao N, Chen S. Physical symmetry and lattice symmetry in the lattice Boltzmann method[J]. *Phys Rev*, 1997, E 55: 21~24.
- [4] 程永光. Lattice Boltzmann 方法及其在流场分析中应用的研究[D]. 武汉: 武汉水利电力大学, 1998.
- [5] Kandhai D, Koponen A, Hoekstra A. Implementation aspects of 3D lattice-BGK: boundary, accuracy and a new fast relaxation method[J]. *J Comput Phys*, 1999, 150: 482~501.
- [6] Noble D R, Georgiadis J G, Buckius R O. Comparison of accuracy and performance for lattice Boltzmann and finite difference simulation of steady viscous flow[J]. *Int J Numer Meth Fluids*, 1996, 23: 1~18.
- [7] Maier R S, Bernard R S, Grunau D W. Boundary conditions for the lattice Boltzmann method[J]. *Phys Fluids*, 1996, 8: 1788~1801.
- [8] Filippova O, Hänel D. Grid refinement for lattice-BGK model[J]. *J Comput Phys*, 1998, 147: 219~228.
- [9] He X, Zhang R. On the three-dimensional Rayleigh-Taylor instability[J]. *Phys Fluids*, 1999, 11: 1143~1152.
- [10] He X, Luo L, Dembo M. Some progress in lattice Boltzmann Method, Part I: nonuniform mesh grids[J]. *J Comput Phys*, 1996, 129: 357~363.
- [11] Martinez D O, Chen S. Lattice Boltzmann magnetohydrodynamics[J]. *Phys Plasmas*, 1994, 1(8): 1850~1867.
- [12] He X, Luo L, Dembo M. Some progress in the lattice Boltzmann method, Part II: Reynolds number enhancement in simulations[J]. *Physica A*, 1997, 239: 276~285.

- [13] Hou S , Zou Q . Simulation of cavity flow by the lattice Boltzmann method [J] . J Comput Phys , 1995 , 118 : 329 ~ 347 .
- [14] Inamuro T , Yoshino M , Ogino F . Lattice Boltzmann simulation of flows in a three-dimensional porous structure [J] . Int J Numer Meth Fluids , 1999 , 29 : 737 ~ 748 .
- [15] Succi S , Amati G , Benzi R . Challenges in lattice Boltzmann computing [J] . J Stat Phys , 1995 , 81 : 5 ~ 16 .
- [16] Hou S , Sterling J . A lattice Boltzmann subgrid model for high Reynolds number flows [J] . Fields Inst Comm , 1996 , 6 : 151 ~ 166 .
- [17] Eggels J G M . Direct and large-eddy simulation of turbulent fluid flow using the lattice-Boltzmann scheme [J] . Int J Heat Fluid Flow , 1996 , 17 : 307 ~ 323 .
- [18] Grunau D , Chen S , Eggert K . A lattice Boltzmann model for multiphase fluid flows [J] . Phys Fluids , 1993 , A 5 : 2557 ~ 2562 .
- [19] Shan X , Chen H . Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components [J] . Phys Rev , 1993 , E 47 : 1815 ~ 1819 .
- [20] Swift M R , Osborn W R , Yeomans J M . Lattice Boltzmann simulation of nonideal fluids [J] . Phys Rev , 1995 , E 54 : 5041 ~ 5052 .
- [21] Ladd A J C . Sedimentation of homogeneous suspensions of non-Brownian spheres [J] . Phys Fluids , 1997 , 9 : 491 ~ 499 .
- [22] Aidun C K , Lu Y N . Lattice Boltzmann simulation of solid particles suspended in fluid [J] . J Stat Phys , 1995 , 81 : 49 ~ 61 .
- [23] Qi D . Lattice-Boltzmann simulation of fluidization of rectangular particles [J] . Int J Multiphase Flow , 2000 , 26 : 421 ~ 433 .
- [24] Qian Y H . Simulating thermohydrodynamics with lattice BGK models [J] . J Sci Comp , 1993 , 8 : 231 ~ 241 .
- [25] McNamara G R , Garcia A L , Alder B J . Stabilization of thermal lattice Boltzmann models [J] . J Stat Phys , 1995 , 81 : 395 ~ 408 .
- [26] Bartoloni A , Battista C . LBE simulations of Rayleigh-Bernard convection on the APE100 parallel processor [J] . Int J Mod Phys , 1993 , C4 : 993 ~ 1006 .
- [27] Shan X . Simulation of Rayleigh-Bénard convection using a lattice Boltzmann method [J] . Phys Rev , 1997 , E 55 : 2780 ~ 2788 .
- [28] He X , Chen S , Doolen G D . A novel thermal model for the lattice Boltzmann method in incompressible limit [J] . J Comput Phys , 1998 , 146 : 282 ~ 300 .
- [29] Alvarez-Ramirez J , Nieves-Mendoza S , Gonzalez-Trejo J . Calculation of the effective diffusivity of heterogeneous media using the lattice Boltzmann method [J] . Phys Rev , 1996 , E 53 : 2298 ~ 2303 .
- [30] Chen S , Doolen G D . Lattice Boltzmann method for fluid flows [J] . Annu Rev Fluid Mech , 1998 , 30 : 329 ~ 364 .

Advances in theory of Lattice Boltzmann Method and its application

WANG Xing-yong¹ , SUO Li-sheng¹ , LIU De-you¹ , CHENG Yong-guang²

(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering , Hohai Univ. , Nanjing 210098 , China ;
2. College of Water Resources and Hydropower , Wuhan Univ. , Wuhan 430072 , China)

Abstract : Compared with the conventional methods in computational fluid dynamics , such as the FDM and FEM , the Lattice Boltzmann Method (LBM) has the following advantages : the algorithm is simple and accurate , the pressure can be solved directly , and the method can be used to solve problems with complex boundaries and especially fits to parallel computation. New ways developed to deal with the boundary conditions and enhance the Reynolds number in the simulation promote the development of the LBM. The LBM has been widely applied to the simulation of problems in hydrodynamics , multiphase flows , heat transfer , and convection-diffusion in two or three dimensions.

Key words : Lattice Boltzmann Method ; flow-field computation ; treatment of boundary ; computational fluid dynamics