

计算温度应力的广义约束矩阵法

姜冬菊 张子明 王德信

(河海大学土木工程学院,江苏 南京 210098)

摘要:在日本学者提出的约束矩阵法的基础上,提出了用来计算碾压混凝土坝温度应力的广义约束矩阵法.该方法可同时进行几种计算方案比较,为复杂成层结构的应力分析提供了一条简便的技术路径,并可计算出允许温度场的分布情况,为温控设计提供依据.

关键词:碾压混凝土坝;广义约束矩阵;单位温度应力

中图分类号: TU311 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-198X(2003)01-0029-04

碾压混凝土坝由于其使用材料和施工方法的特殊性,在温度性态和温度效应方面与常态混凝土坝有所不同,主要表现在水泥用量少、水化热温升低及降温过程较慢、最大温降出现的时间很晚.另外,大量分析计算和实际观测成果都说明,碾压混凝土坝的水泥用量虽然较少,但由于施工上升速度较快,又无坝体人工降温措施,其温度应力仍能达到相当数值.总之,对于碾压混凝土坝,温度场和温度应力的分析计算,关系到大坝的安全,特别是关系到大坝是否开裂.因此,对温度应力进行深入研究,以减小、控制温度裂缝的出现是一个重要的研究课题.

自温控的问题提出后,各国学者纷纷进行这方面的研究,其中日本学者提出的约束矩阵法^[1]以其简便、实用等特点而取得了满意成果.但是该方法只能反映温度沿坝高方向的变化,不能反映温度沿水平方向的变化.事实上,温度沿这两方面均有变化,故本文提出了广义约束矩阵法来进一步完善这一方法.

广义约束矩阵法不仅可以进行一般情况下坝体的温度应力应变计算,反映温度场在坝内的分布情况,而且可以对几种可行的设计方案进行比较,找到最优的设计方案,同时还可以根据已知的允许应力应变值来反算所允许的最大温差场,以此来指导设计方案.

1 计算模型

由于碾压混凝土坝的最大降温出现的时间较晚,至少在大坝施工结束后,可以以建成后的大坝为对象进行温度应力计算.用广义约束矩阵法计算时,取典型大坝横断面,如图 1 所示.将断面沿坝高方向分为 k 层,沿水平方向将每层分为 m 个单元,整个坝体的单元数为 $NE = k \times m$,不考虑有纵缝的情况.

2 计算原理及公式

当第 j 单元($j = 1, 2, \dots, NE$)的温度均匀下降 1°C 时,在 i 个单元产生的水平正应力记为 S_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, NE$),令 $n = NE$,设第 i 个单元的实际均匀变温为 Δt_i ($i = 1, 2, \dots, n$),第 i 个单元的平均水平正应力为 σ_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 则有

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \vdots \\ \sigma_n \end{Bmatrix} = K_p \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta t_1 \\ \Delta t_2 \\ \vdots \\ \Delta t_n \end{Bmatrix} \quad (1)$$

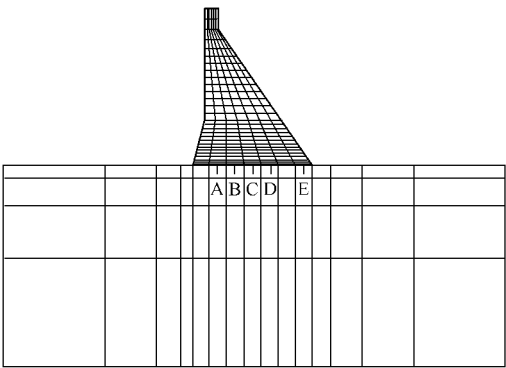


图 1 广义约束矩阵法计算模型
Fig.1 Computation model of generalized constraint matrix method

即

$$\sigma = K_p S \Delta T \quad (2)$$

式中: σ ——坝体应力列阵; K_p ——混凝土徐变引起的应力松弛系数; S ——单位温度约束应力矩阵; ΔT ——坝体变温列阵.

第 i 个单元的温度约束应变通常定义为

$$\epsilon_i = \sigma_i / E_i \quad (3)$$

约束系数定义为

$$r_{ij} = S_{ij} / \alpha_i E_i \quad (4)$$

式中: α_i, E_i ——第 i 个单元混凝土的线膨胀系数和弹性模量.

由式(2)(3)和(4)可得:

$$\epsilon_i = \frac{\sigma_i}{E_i} = \frac{K_p}{E_i} \sum_{j=1}^n S_{ij} \Delta t_j = K_p \alpha_i \sum_{j=1}^n r_{ij} \Delta t_j \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

可用矩阵表示为

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{Bmatrix} = K_p \begin{bmatrix} \alpha_1 & & & 0 \\ & \alpha_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \alpha_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & r_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta t_1 \\ \Delta t_2 \\ \vdots \\ \Delta t_n \end{Bmatrix} \quad (6)$$

若记

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 & & & 0 \\ & \alpha_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \alpha_n \end{bmatrix} \quad r = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & r_{nn} \end{bmatrix} \quad (7)$$

则式(6)可写为

$$\epsilon = K_p \alpha r \Delta T \quad (8)$$

式中: α ——线膨胀系数矩阵; r ——约束系数矩阵. 再定义单位温度约束应变矩阵 b 如下:

$$b = \alpha r \quad (9)$$

则有

$$\epsilon = K_p b \Delta T = K_p \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta t_1 \\ \Delta t_2 \\ \vdots \\ \Delta t_n \end{Bmatrix} \quad (10)$$

式中 $b_{ij} = \alpha_i r_{ij}$, b_{ij} 的量纲为 $1/^\circ\text{C}$, r_{ij} 为无量纲系数.

若记弹性模量矩阵为

$$E = \begin{bmatrix} E_1 & & & 0 \\ & E_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & E_n \end{bmatrix} \quad (11)$$

则有

$$S = E b = E \alpha r \quad (12)$$

在 3 个矩阵 S , b 和 r 中, 只要知道其中之一, 就可以通过式(12)求得其余两个. 当各单元徐变引起的松弛系数 K_p 不同时, K_p 也可以写成对角矩阵的形式. 当已知坝体的实际温差分布 $[\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_n]^T$ 时, 即可由式(1)或式(6)求得大坝运行后, 坝体内温度降到稳定温度时, 坝体内各单元的水平温度应力分布情况. 因此, 当给出不同的温度场分布时, 可用于多种方案的比较研究. 同样办法可以求出坝体内垂直正应力、剪应力的分布情况. 另外从式(2)中可以看出, 当求出单位温度应力矩阵后, 如果已知坝体各部位的允许应力值时, 可反求出坝体各部位所能承受的最大温差值.

上述约束矩阵与日本学者 20 世纪 80 年代提出的约束矩阵是不同的,笔者称其为广义约束矩阵.这种经过改进的约束矩阵法称为广义约束矩阵法.广义约束矩阵法既反映了应力沿坝高方向的变化规律,又反映了应力沿水平方向的变化规律,它不仅能用来研究防止贯穿性裂缝和深层裂缝,而且能够用来研究防止由于上下游表面环境温度变化与内部约束引起的表面裂缝.和约束矩阵法一样,广义约束矩阵法也没有考虑混凝土升温期产生的压应力,因此是偏于安全的.

3 广义约束矩阵元素的计算

采用 8 结点等参单元^[2],对于某个单元 i ,温度等效结点荷载列阵为

$$\begin{Bmatrix} X_i \\ Y_i \end{Bmatrix} = \iint_A \mathbf{B}_i^T \mathbf{D} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_T t \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y$$

(13)

整个坝体划分为 $n \times m$ 个单元,将每个单元发生单位温变作为一种工况,于是就有 $n \times m$ 个工况.在刚度矩阵形成分解后,分别进行 $n \times m$ 次前代与回代,求出每个单元发生单位降温时的结点位移,再由下式计算每个单元的 4 个积分点上的应力.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \mathbf{D} \mathbf{B} \boldsymbol{\delta} - \mathbf{D} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_T$$

(14)

取 4 个高斯积分点上应力的平均值作为单元的平均应力,根据每个单元的水平正应力或垂直正应力,即可得到坝体的单位温度约束应力矩阵 $\mathbf{S}$.

4 工程实例

以龙滩水电站碾压混凝土重力坝的 11 号挡水坝段为例,利用广义约束矩阵法编制相应的程序计算其典型坝段的温度应力.该坝段的具体情况及力学参数如下:

11 号挡水坝段高程由 $\nabla 225.0\text{ m} \sim \nabla 382.0\text{ m}$,坝高 $H = 157.0\text{ m}$,沿坝高方向主要有 4 种材料或标号分区.其中, $\nabla 225.0\text{ m} \sim \nabla 231.0\text{ m}$ 为常态混凝土, $\nabla 231.0\text{ m} \sim \nabla 250.0\text{ m}$ 为 RCC_I 碾压混凝土, $\nabla 250.0\text{ m} \sim \nabla 341.0\text{ m}$ 为 RCC_II 碾压混凝土, $\nabla 341.0\text{ m} \sim \nabla 382.0\text{ m}$ 为 RCC_III 碾压混凝土.基础范围深度取 1.5 倍坝高,即 $1.5H$,宽度取 4 倍坝底宽度.基础边界取双向约束.8 结点平面等参单元网格剖分见图 1.各分区材料物理参数见表 1.

表 1 各分区材料主要物理参数(180 d)

Table 1 Main physical parameters of material in various regions(180 d)

材 料	弹性模量 E /GPa	泊松比 μ	线膨胀系数 α / $10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$	极限拉伸 ε_t / 10^{-4}	抗拉强度 σ_t /MPa
CC	31.84	0.167	0.7	0.90	1.9
RCC_I	35.30	0.163	0.7	0.85	1.9
RCC_II	31.40	0.163	0.7	0.75	1.6
RCC_III	29.27	0.163	0.7	0.70	1.3
RCC(防渗体)	45.45	0.163	0.7	0.85	1.9

坝体温度场的分布情况采取文献[3]的计算结果.

图 2 为一个典型坝段在徐变引起的应力松弛系数 $K_p = 0.5, 0.6, 0.7$ 时,剖面 A(图 1)的正应力 σ_x 曲线.图中的黑圆点为这两个坝段有限元仿真计算 50 a 的结果.从该图可以看出,只要适当选择徐变引起的应力松弛系数 K_p ,广义约束矩阵法可以代替复杂的有限元全过程应力仿真计算.

取 $K_p = 0.6$,11 号挡水坝段典型剖面 A(图 1)在温度作用下所产生的温度应力分布情况如图 3 所示.可见利用该方法可方便地计算坝体任意截面的应力,并且有较高的精度.

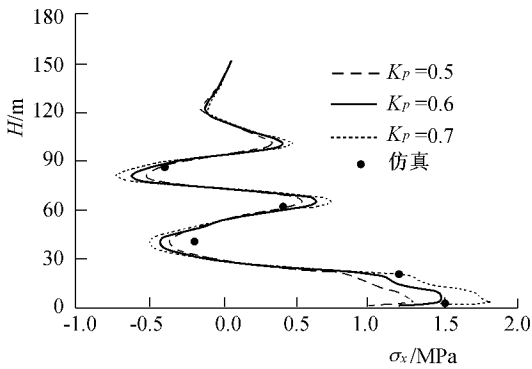


图2 广义约束矩阵法和有限元仿真计算结果对比

Fig.2 Results of generalized constraint matrix method and FEM simulation

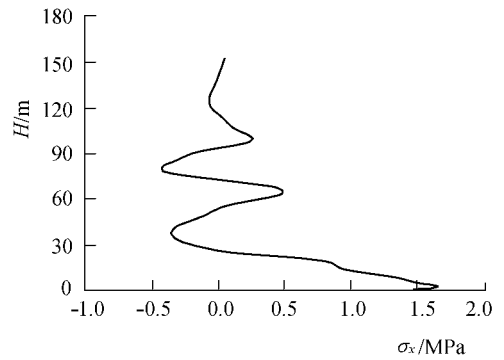


图3 11号挡水坝段A剖面应力分布

Fig.3 Stress distribution on profile A of No.11 dam section

5 结 语

本文在日本学者提出的约束系数矩阵法的基础上进一步提出了建立在有限元基础上的广义约束矩阵法。经以上分析可以看出该方法具有以下特点：

- 思路清晰,使用方便,结果可靠。
- 可同时计算若干设计方案下温度应力的计算,提高了计算效率。
- 可全面反映温度场在整个坝体的分布规律及特点,进而可用来研究各坝段在各种情况下的最危险位置相关的最大拉应力数值及最小温控安全系数等,为坝体的设计提供了理论依据。
- 该方法很容易推广到三维情况,且适用于任意常态大体积混凝土情况。

参考文献：

- [1] HIROSE T, NAGAYAMA I, TAKEMURA K. A study on control of temperature cracks in large RCCD[Z]. Sixteenth International Congress on Large Dams, USA, Q.62 R.7, San Francisco, 1988, 119—136.
- [2] 陈和群, 彭宣茂. 有限元微机程序与图形处理[M]. 南京: 河海大学出版社, 1992, 12—13.
- [3] 张子明, 傅作新. 龙滩碾压混凝土坝的温控研究[J]. 红水河, 1996, (3): 1—6.

Generalized constraint matrix method for calculation of temperature stresses

JIANG Dong-ju, ZHANG Zi-ming, WANG De-xin

(College of Civil Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China)

Abstract: Based on the constraint matrix method developed by Japanese scholars, a generalized constraint matrix method was proposed for calculation of the temperature stress of RCCDs. By the method, several calculation alternatives were compared, providing a convenient measure for analysis of temperature stresses of multiple layer structures. Furthermore, the method could give the distribution of permissible temperature fields, providing a basis for temperature control design.

Key words: RCC dam; generalized constraint matrix; unit temperature stress