

一种 S-N 曲线移动法的寿命分析模型

胡明敏 唐静静 魏 平

(南京航空航天大学材料力学教研室 江苏 南京 210016)

摘要 通过不同应力水平下的全场疲劳试验,测得材料的剩余强度,并拟合成函数曲线.在 S-N 曲线可由对数或双对数方程表达的情况下,由剩余强度函数和后继加载参数确定出剩余 S-N 曲线上的两点,从而确定剩余 S-N 曲线.这种 S-N 曲线移动法是由 S-N 曲线的平动加绕后继加载点的转动构成的.该寿命分析模型能很好地反映加载的顺序效应.研究表明,二级和三级加载试验与预测寿命较接近,说明该模型基本符合实际.

关键词 剩余寿命 寿命预测 剩余强度

中图分类号 :TG111.8 ;TG115.5+7 文献标识码 :A 文章编号 :1000-1980(2003)01-0060-04

任何工程材料在疲劳加载下都要产生损伤,并最终导致疲劳断裂.损伤是不可逆的过程,从宏观上表现为材料强度和寿命下降,所以人们能观察到其剩余 S-N 曲线下移.但仅从实验研究剩余 S-N 曲线进行复杂加载的寿命预测几乎是不可能的.通常原始材料的 S-N 曲线可近似采用对数或双对数直线方程表示.很多研究者^[1,2]对简单加载下的剩余 S-N 曲线进行研究,发现它们也是呈对数或双对数线性关系. S. S Manson 对材料在不同损伤状态下进行了剩余 S-N 曲线测试,并对表面质量不同、相当于有不同初始损伤状态的材料的 S-N 曲线进行研究,发现剩余 S-N 曲线仍呈直线并近似汇交于一点,因而提出转动曲线法来确定剩余 S-N 曲线,但这种方法会出现损伤材料的寿命大于无损伤材料的寿命的错误结论而被弃用.经过较精确的测试和计算, S. S Manson 发现剩余 S-N 曲线是经由平动加转动确定的,但具体方法没有得到进一步研究.本文的研究阐明转动点是由后继加载参数确定的,而直线上的另一点可由剩余强度间接得到.因为剩余强度是便于研究的,为此本文对各种疲劳损伤状态的剩余强度进行测试,并将结果拟合得到全损伤场的剩余强度函数,推导出复杂加载下的剩余 S-N 曲线和剩余寿命分析的递推公式.通过对二级和三级加载的疲劳试验结果和预测值的比较,发现两者结果较接近,说明剩余强度公式和 S-N 曲线移动法模型是比较合理的,具有进一步研究和应用的价值.

1 剩余 S-N 曲线

大量的疲劳试验数据统计说明,疲劳曲线可用二折线近似表示,水平部分对应疲劳极限,斜直线可用对数或双对数表示:

$$\sigma = K \lg N + C \tag{1}$$

或 $\lg \sigma = K' \lg N + C' \tag{2}$

如图 1 所示,直线方程与 $n = 0$ 纵轴的交点 C_0 一般不与材料的强度极限 σ_b 相等.若进行疲劳加载在 σ_1 下循环 n_1 次,由于材料产生了一定损伤,曲线必然有所下移, A_0A_1 是所加循环数 n_1 ,所以剩余 S-N 曲线必然绕 A_1 点转动,曲线上的端点 C_0 变动到 C_1 ,疲劳极

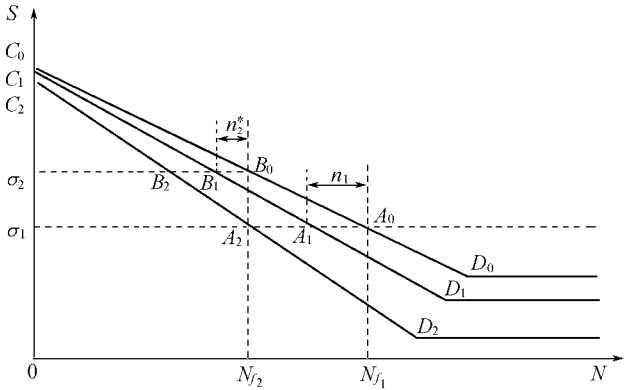


图 1 S-N 移动曲线法示意

Fig.1 S-N curve movement

限由于绕 A_1 点转动而从 D_0 变到 D_1 . 在 σ_1 处的剩余寿命为 $N_{f_1} - n_1$, 在任意 σ_2 处产生当量循环数 $n_2^* = B_0 B_1$ 剩余寿命 $N_{f_2} - n_2^*$. 采用这种曲线移动法, 可以明显地看出载荷作用顺序效应, 因为 C_0 点与剩余强度有关, 其值约在寿命的 80% 前变化很小, 此时曲线的运动以绕加载点的转动为主. 由于转动后斜率增大, 当在转动点以上加载, 其当量循环比减小, 在转动点以下加载, 当量循环比增大. 为了确定剩余 S-N 曲线上的另一点, 较简单的方法是确定材料疲劳加载后的剩余强度, 显然 C_0 到 C_1 是单调减小的, 否则会出现损伤材料的疲劳寿命大于无损伤材料的寿命. 假定 C_1 点对应的 $\sigma_{\max 1}$ 与剩余强度 R_1 成比例是合理的, 即

$$\sigma_{\max 1} = \frac{\sigma_{\max 0}}{\sigma_b} R_1 \tag{3}$$

式中: σ_b ——无损伤材料的强度极限; R_1 ——疲劳加载后的剩余强度极限; $\sigma_{\max 0}$ 、 $\sigma_{\max 1}$ ——原始材料疲劳加载后材料 S-N 曲线与纵轴 $n = 0$ 的交点. 对于双对数表示的疲劳曲线, 当加载 σ_1, n_1 后, 其剩余 S-N 曲线变为 $\lg \sigma = K_1 \lg N + C_1$, $\sigma_{\max 1} = 10^{C_1}$, 斜率为

$$K_1 = \frac{\lg \sigma_{\max 1} - \lg \sigma_1}{-\lg (N_{f_1} - n_1)} \tag{4}$$

当应力变动到 σ_2 处加载, 则在此处的剩余寿命为

$$N_{r_2} = 10^{\frac{\lg \sigma_{\max 1} - \lg \sigma_2}{-K_1}} \tag{5}$$

如果剩余强度 R 能够在任意加载下确定, 我们就能得到任意加载下的剩余 S-N 曲线方程.

2 剩余强度的实验结果

为了能够对任意加载计算剩余强度, 首先要对全场等幅加载下的剩余强度进行研究, 为此笔者研究了 LY12CZ 铝材料在 9 个额定循环下、不同应力水平的疲劳试验, 在某一额定循环数下, 在其对应的 S-N 曲线上的应力和疲劳极限之间取若干应力水平, 当试件进行到额定循环后进行单调拉伸, 即可得到某一额定循环数下的剩余强度与所加应力水平关系曲线. 所有 9 条额定循环加载疲劳试验得到 9 条曲线, 如图 2 所示. 图中从右到左设定的循环数分别为 $240, 800, 4 \times 10^3, 6.5 \times 10^3, 10^4, 3.5 \times 10^4, 6 \times 10^4, 1.2 \times 10^5, 6 \times 10^5$.

通过该曲线走势的分析, 采用下式拟合函数:

$$R = \sigma_b \left[1 - \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_b} \right) \left(\frac{n}{N_f} \right)^\alpha \right] \tag{6}$$

其中
$$\alpha = \frac{\beta}{\left(1 - 0.5886 \lg \frac{50\sigma_{-1}}{\sigma} \right)^{\frac{1}{3}}} \tag{7}$$

式中: σ_{-1} ——疲劳极限, $\sigma_{-1} = 214.08 \text{ MPa}$; σ_b ——材料的强度极限, $\sigma_b = 608.28 \text{ MPa}$; β ——拟合常数, $\beta = 2.750$; N_f ——疲劳寿命.

可以看出拟合曲线与测试数据拟合较好. 图 2 中所有曲线都通过 $\sigma = \sigma_{-1}, R = \sigma_b$, 即疲劳极限处无损伤, 并通过图中的直线 $n = N_f$ 时 $\sigma = R(n)$, 即为式 (6) 所表示的特性. 表示了等幅加载下的剩余强度. 当为复杂加载时, 剩余强度更难由实验直接给出, 本文根据损伤等效性原则给出剩余强度退化模型. 设试件在 σ_1 下经历了 n_1 次循环, 在 σ_2 下经历了 n_2 次循环, 在第一次加载时的剩余强度为

$$R(n_1) = \sigma_b \left[1 - \left(1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_b} \right) \left(\frac{n_1}{N_f} \right)^{\alpha_1} \right] \tag{8}$$

显然, $R(n_1)$ 小于静强度 $R(0) = \sigma_b$, 可以认为是由于材料内部产生损伤所致. 因此它就等效于 σ_2 作用了 n_2^* 次循环后产生的相同损伤, 即

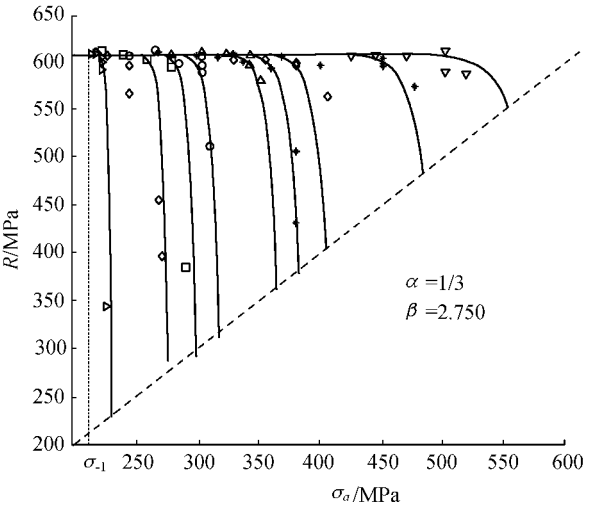


图 2 全场剩余强度实验结果

Fig.2 Experimental results of residual strength

$$R(n_2^*) = \sigma_b \left[1 - \left(1 - \frac{\sigma_2}{\sigma_b} \right) \left(\frac{n_2^*}{N_{f_2}} \right)^{\alpha_2} \right] = R(n_1)$$

(9)

从而

$$n_2^* = N_{f_2} \left(\frac{1 - \sigma_1/\sigma_b}{1 - \sigma_2/\sigma_b} \right)^{\frac{1}{\alpha_2}} \left(\frac{n_1}{N_{f_1}} \right)^{\alpha_2}$$

(10)

当作用了 n_2 次循环后剩余强度为

$$R(n_2 + n_2^*) = \sigma_b \left[1 - \left(1 - \frac{\sigma_2}{\sigma_b} \right) \left(\frac{n_2 + n_2^*}{N_{f_2}} \right)^{\alpha_2} \right]$$

(11)

对于多级加载可以得到剩余 S-N 曲线和某一应力水平下的剩余寿命. 根据前面提到的方法, 设在 σ_1 作用 n_1 次后, 进行了 σ_2 下 n_2 次循环, 则有 $C_2 = \lg \sigma_{\max 2}$ 及以下两式:

$$\sigma_{\max 2} = \frac{\sigma_{\max 0}}{\sigma_b} R(n_2 + n_2^*) \quad K_2 = \frac{\lg \sigma_{\max 2} - \lg \sigma_2}{-\lg(N_{r_2} - n_2)}$$

其中 $N_{r_2} = 10^{\frac{\lg \sigma_{\max 1} - \lg \sigma_2}{-K_1}}$. 在 σ_3 处还有的剩余寿命为 $N_{r_3} = 10^{\frac{\lg \sigma_{\max 2} - \lg \sigma_3}{-K_2}}$, 以此类推, 可得任意加载下的剩余 S-N 曲线和剩余寿命. 以上推导可写成递推公式: 设第 I 级加载时 $C_I = \lg \sigma_{\max I}$, 第 $I+1$ 级加载后的剩余 S-N 曲线为

$$n_{I+1}^* = N_{f_{I+1}} \left(\frac{1 - \sigma_I/\sigma_b}{1 - \sigma_{I+1}/\sigma_b} \right)^{\frac{1}{\alpha_{I+1}}} \left(\frac{n_I}{N_{f_I}} \right)^{\alpha_{I+1}} \quad K_{I+1} = \frac{\lg \sigma_{\max I} - \lg \sigma_{I+1}}{-\lg(N_{r_I} - n_{I+1})} \quad C_{I+1} = \lg \sigma_{\max I+1}$$

这是用双对数表示的 S-N 曲线的计算结果. 对于单对数表示的 S-N 曲线(1)不难推出类似的剩余 S-N 曲线和剩余寿命公式.

3 算例分析

为了考察本文提出的 S-N 曲线移动法计算剩余寿命的能力, 本文对 LY12CZ 铝试样进行了二级和三级加载疲劳试验. 材料的 $\sigma_b = 608.25$ MPa, 疲劳极限 $\sigma_{-1} = 214.08$ MPa, 原始材料的疲劳曲线用双对数直线拟合. 其中 $C_0 = 3.038$, $K = -0.118$, $\sigma_{\max 0} = 1091$ MPa. 在 INSTPON 疲劳实验机上进行轴向对称疲劳加载. 加载参数及实验值和预测值如表 1 和表 2 所示. 从试验值和预测值比较看出, 二者比较接近.

表 1 LY12CZ 铝三级加载预测值和实验值

Table 1 Predicted and experimental values for LY12CZ aluminium samples under three-stage loading

序号	加载应力/MPa	n_1	n_1/N_{f_1}	n_2	n_2/N_{f_2}	n_3	实验值 n_3/N_{f_3}	预测值 n_3/N_{f_3}
1	224.20 ~ 359.87 ~ 503.18	4×10^5	0.556	3000	0.248	327	0.646	0.626
2	224.20 ~ 503.18 ~ 359.87	4×10^5	0.556	100	0.191	5392	0.517	0.447
3	503.18 ~ 359.87 ~ 246.49	100	0.191	3000	0.248	43431	0.159	0.138
4	503.18 ~ 246.49 ~ 359.87	150	0.287	20000	0.064	4001	0.334	0.332

表 2 LY12CZ 铝二级加载预测值和实验值

Table 2 Predicted and experimental values for LY12CZ aluminium samples under two-stage loading

序号	加载应力/MPa	n_1	n_1/N_{f_1}	n_2	实验值 n_2/N_{f_2}	预测值 n_2/N_{f_2}
1	280.25 ~ 382.17	2×10^4 3×10^4	0.204, 0.306	5947 5374	0.874 0.823	0.837 0.757
2	382.17 ~ 280.25	2000 4000 6000 7000	0.282 0.563 0.844 0.985	63826 34970 12939 1016	0.577 0.346 0.117 0.053	0.615 0.357 0.132 0.095
3	246.49 ~ 359.87	5×10^4 10^5	0.159 0.319	11066 9419	0.963 0.923	0.917 0.887
4	359.87 ~ 246.49	3000 5000	0.248 0.414	203049 147333	0.566 0.340	0.646 0.469
5	359.87 ~ 503.18	3000 5000 7000	0.248 0.414 0.580	576 481 366	0.864 0.669 0.554	0.818 0.683 0.518
6	503.18 ~ 359.87	150 250 350	0.212 0.354 0.496	8604 6525 4651	0.654 0.515 0.368	0.713 0.540 0.385

4 结 论

a. 剩余 S-N 曲线可由原始 S-N 曲线由后继加载参数所确定的点作平动和转动形成, 转动量的大小由剩

余强度来确定.

b. 本文采用全场等幅加载对不同疲劳加载参数得到全场剩余强度测试数据,其拟合方程很好地表达了测试数据的分布与走势,并满足边界条件.在复杂加载下可根据损伤等效性原则得到剩余强度值.

c. 本文提出的 S-N 曲线移动法直观地反映了加载顺序的影响.对转动点以上的应力,其当量循环比减小,对转动点以下的应力,其当量循环比增大.对 LY12CZ 材料的二级和三级变幅加载实验值与预测寿命值的分析表明,采用的模型较合理.

参考文献：

[1] MANSON S S. Re-examination of cumulative fatigue damage analysis-an engineering perspective[J]. Engineering Fracture Mechanics , 1978 ,25(56) :539—571 .
[2] KECECIOGLU D. Fatigue prevention and reliability[A]. In :Hashinz eds. Realiability and Maintainability Symposium[C]. New York : ASME ,1978. 285—309 .
[3] 谢里阳,林文强.线性累积损伤的概率准则[J].机械强度,1993,15(3) :41—44 .
[4] 吕海波,姚卫星.元件疲劳可靠性估算的剩余强度模型[J].航空学报,2000,21(1) :74—77 .

S-N curve movement-based life analytical model

HU Ming-min , TANG Jing-jing , WEI Ping

(Faculty of Material Mechanics , Nanjing Univ. of Aero. and Astro. , Nanjing 210016 , China)

Abstract : The residual strength of materials was measured by fatigue loading experiments under various stresses , and a residual strength curve was fitted according to the test data. In the common case of expression of the S-N curve with logarithmic linear or double logarithmic linear equations , two points on the residual S-N curve can be determined by the residual strength function and the succeeding loading parameters , therefore the S-N curve can be determined. The S-N curve displacement method was developed based on the translation and rotation of the S-N curve around the succeeding loading point. The research shows that the life analytical model well reflects the loading sequence effect , and that two- and three-stage loading experimental results are well consistent with the predicted results , indicating that the life prediction model is basically accordant with the reality.

Key words : remaining life ; life prediction ; residual strength