

求解动应力的能量法

房震¹,余湘娟¹,严蕴¹,吴忠²,花剑岚³

(1.河海大学岩土工程研究所,江苏 南京 210098 ;2.江苏省水利工程建设管理局,江苏 南京 210000 ;
3.南京市水利规划设计院,江苏 南京 210000)

摘要 采用 Voigt 粘弹性模型,应用能量分析法,利用地震波的耗损能量等于土体产生的变形能这一原理对动应力进行了初步研究,提出一个求解动应力的简化公式,该式不仅能反映地震性质的影响,而且能反映场地位置的影响,并且回避了动力作用过程这个复杂的问题.通过对 1976 年唐山地震实例的对比分析表明,文中提出的动应力公式比较简单实用,计算结果合理,物理概念明确,便于工程推广和应用.

关键词 能量法 地震 动应力

中图分类号 :TU43 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-1980(2003)01-0064-04

自 1970 年 Youd 首次提出砂土能量栅(Energy Barrier)的概念,将能量分析法引入土动力学以来,国内外许多学者对此法做了大量的研究工作,并且取得了许多研究成果.加拿大的 K.T. Law 等^[1]基于室内试验和对已有地震资料分析,提出用能量法进行液化判别,并将判别结果与目前广泛采用的两类方法(室内试验求抗液化剪应力和根据现场 SPT 值判别)进行了比较,发现能量法的结果更简单、可靠.何广讷教授^[2]对能量分析法的原理和应用进行了深入而又细致的研究和探讨,并把它运用于砂土、粉土的液化判定上,其结果与现场实际情况很吻合.这些研究工作都大力推动了能量法在岩土工程领域中的应用.由于能量法本身有一个显著的特点,就是不需要考虑动力作用的过程,因此有广泛的应用空间.本文将采用能量法进行地震作用下土体内部动应力的求解.

1 地基中某点的地震能量

所谓地震累积损耗的比能是指因地震作用下土粒的滑动、滚动而损耗的振动能量. Gutenber 和 Richter 认为地震源释放的能量与震级有如下关系 :

$$E = 10^{4.8+1.5M}$$
 (1)

式中 : E ——震源释放的总地震能 ; M ——Richter 震级.

地震波在介质中传播,由于几何阻尼和粘质阻尼而衰减,因此到达某点处的地震能量仅为总能量的一部分.根据 Murphy 和 O 'Brien , Nuttli 以及 Hasegawa 等人的研究,传至地基某处单元的地震能量 $E_1(E , R)$ 将遵循下列衰减方程 :

$$E_1(E , R) = \theta E / R^B$$
 (2)

则地基某处单元土体损耗的总地震能表示为

$$\sum E_D = \lambda(\sigma_0' , K_c , D_r) E_1(E , R)$$
 (3)

式中 : E_1 ——某点处的地震能量 ; θ ——常数 ; B ——指数,范围是 2.5 ~ 5.0 ; R ——震源距 ; $\lambda(\sigma_0' , K_c , D_r)$ ——与土体的相对密度、应力状态相关的能量耗损函数 ; σ_0' ——有效应力 ; K_c ——固结比 ; D_r ——相对密度.

2 利用 Voigt 模型建立平衡方程并求解

此处将土体视为非线性粘弹性体,即伏埃脱(Voigt)模型.模型及其应力应变关系如图 1.

收稿日期 2001-10-30
作者简介 房震(1980—),男,江苏宿迁人,硕士研究生,主要从事土动力学研究.

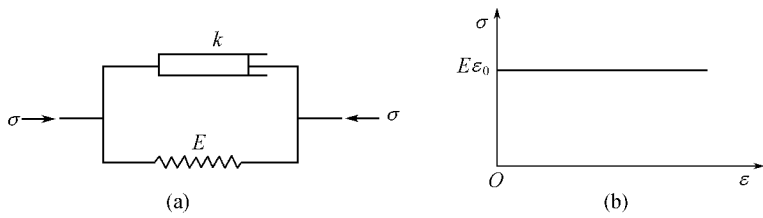


图 1 Voigt 模型及松弛曲线

Fig.1 Voigt-model and slack curve

流动方程：

$$\begin{aligned}\sigma_e &= E\varepsilon \\ \sigma_c &= k\dot{\varepsilon}\end{aligned}\tag{4}$$

即

$$\sigma = E\varepsilon + k\dot{\varepsilon}\tag{5}$$

式中： E ——弹性模量； k ——粘滞阻尼系数； ε ——应变； $\dot{\varepsilon}$ ——应变速率； σ ——总应力。

对于线弹性单元在循环应力下不会产生能量的耗损，只有牛顿粘壶产生能量的耗损。为了求解方便，假设单元土体所受的循环应力为

$$\begin{aligned}\sigma_m(t) &= \bar{\sigma}_m \sin Pt \\ \bar{\sigma}_m \sin Pt &= k\dot{\varepsilon}\end{aligned}\tag{6}$$

即有

解方程 (6) 得

$$\varepsilon = \frac{1}{k} \int \bar{\sigma}_m \sin Pt \, dt = \frac{-\bar{\sigma}_m}{Pk} \cos Pt + \varepsilon_0\tag{7}$$

式中： P ——圆频率； $\bar{\sigma}_m$ ——土体所受循环应力合力的振幅； ε_0 ——初始应变，在不考虑土体单元初始应变时为零。

利用 $\sin^2(Pt) + \cos^2(Pt) = 1$ ，得到曲线方程

$$\left(\frac{\sigma_m(t)}{\bar{\sigma}_m}\right)^2 + \left(\frac{(\varepsilon - \varepsilon_0)Pk}{\bar{\sigma}_m}\right)^2 = 1\tag{8}$$

该方程的轨迹曲线为椭圆，如图 2。

根据该曲线的物理含义，单周循环应力作用下能量的耗损是该椭圆围成的面积，

$$W_m = \oint \frac{\bar{\sigma}_m^2}{k} \sin^2 Pt \, dt = \frac{\pi \bar{\sigma}_m^2}{kP}\tag{9}$$

那么，总的能量耗损为 $W = NW_m = \frac{N\pi\bar{\sigma}_m^2}{kP}$ ， N 为等效循环周数，根据震级确定，则得到平衡方程 $\sum E_D = W$ ， $\lambda(\sigma'_0, K_c, D_r)$ 转化为标准贯入击数 N_1 的函数，即有

$$\frac{\lambda(N_1)\theta \times 10^{4.8+1.5M}}{R^B} = \frac{N\pi\bar{\sigma}_m^2}{kP}\tag{10}$$

解得土体单元所受到的循环应力的幅值为

$$\bar{\sigma}_m = \sqrt{\frac{\lambda(N_1)\theta \times 10^{4.8+1.5M}kP}{N\pi R^B}}\tag{11}$$

由于式 (11) 中 $\lambda(N_1)$ 仍是未知数， $\bar{\sigma}_m$ 因此不可求。文献 [2] 中提出了抗液化强度函数 $\eta(N)$ 的概念，并且给出了土体达到液化时的 $\eta(N)$ 值，即

$$\eta(N) = \frac{\alpha^{1/\beta} \sigma'_0 \times 10^{-4.8}}{F_1(K_c) F_2(D_r) \lambda(N_1) \theta}\tag{12}$$

当 $\mu_d/\sigma'_0 = 1$ 时， $\eta(N) = 10^{1.5M}/R^2$ 。引入一个液化系数 A ， $0 < A < 1$ ，且 $A = \mu_d/\sigma'_0$ ，则有

$$\eta(N) = A\eta(N) = A \frac{10^{1.5M}}{R^2}\tag{13}$$

将式 (13) 代入式 (12) 得

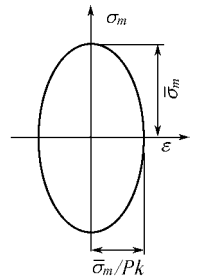


图 2 $\sigma_m \sim \varepsilon$ 曲线
Fig.2 Relationship between σ_m and ε

$$\lambda(N_1)=\frac{\alpha^{1/\beta}\sigma'_0R^2}{F_1(K_c)F_2(D_r)\theta A\times 10^{4.8+1.5M}}\tag{14}$$

代入式(11),有

$$\bar{\sigma}_m=\sqrt{\frac{kP\sigma'_0\alpha^{1/\beta}}{F_1(K_c)F_2(D_r)AN\pi R^{B-2}}}\tag{15}$$

则土体单元所受循环应力为

$$\sigma_m(t)=\sqrt{\frac{kP\sigma'_0\alpha^{1/\beta}}{F_1(K_c)F_2(D_r)AN\pi R^{B-2}}}\sin Pt\tag{16}$$

其中 $F_1(K_c)=1-\xi\lg K_c$ $F_2(D_r)=10^{\xi(D_r-0.7)}$ $\xi=3$

式中 α,β ——试验参数; σ'_0 ——有效上覆压力; θ ——常数.

由于式(16)所得为循环应力,是随时间变化的量,因此土体实际所受应力应在其基础上加以修正.为此引入修正系数 m .关于 m 的取值将在算例中进行分析.

3 算例分析

以1976年的唐山7.8级地震为例.为了检验能量法的可靠性,表中的液化系数 A 值的选取是基于参考文献[2]中的 μ_d/σ'_0 值而定的.在实际工程中,应根据具体的地质条件和经验来确定.相对密度 D_r 的计算利用参考文献[3]中的方法,即 $D_r=\sqrt{N_1/(52.2\sigma'_0)}$, σ'_0 为所求点的有效上覆压力,单位为Pa, N_1 为标准贯入击数.

式 $F_1(K_c)=1-\xi\lg K_c$ 中,取 $K_c=1.0$; $\xi=3.0$;根据参考文献[2]中的图3,试验参数 α 取1.201, β 取0.358;指数 B 取4.0;圆频率 P 为 $2\pi\text{Hz}$;砂土的饱和容重取为 20.6kN/m^3 .另外,粘滞阻尼系数的选取比较麻烦,目前国内外对它的研究比较少,由于缺乏精确的取值,在此粗略地借用参考文献[4]中的值.根据参考文献[2]提供的资料, $F_2(D_r)$ 的计算公式中的 ζ 值取为-2.详细资料及参数的选取见表1.

表 1 计算参数
Table 1 Parameters for calculation

地点 编号	地 点	震源距 /km	埋深 /m	标贯击数	A	地下水位 /m	有效上覆压 力 σ'_0 /kPa	粘滞阻尼系 数 k /(Pa·s)
1	昌黎、七里海 4	90.6	3.90	10	0.55	0.6	33.30	7.2×10^{14}
2	滦南北里庄	37.0	3.30	16	0.31	2.8	51.10	7.2×10^{14}
3	唐山陡河电站	17.8	6.40	18	0.75	2.3	67.80	7.2×10^{14}
4	通县望君瞳	117.4	6.38	12	0.13	3.0	74.66	7.2×10^{14}
5	昌黎牛家庄	60.8	6.65	23	0.02	1.5	61.55	7.2×10^{14}
6	乐亭、王滩 7808	81.2	4.30	12	0.27	1.0	40.10	7.2×10^{14}

运用河海大学岩土工程研究所的土石坝动力分析程序 `wwcc.for` 的计算结果来与能量法的求解值进行比较.从表2可以看出各点的地层情况大致相同,因而选用相同的计算参数.动力有限元计算网格的总结点数为341,总单元数为300;材料类型有粘土和砂土两种,粘土的容重取 19kN/m^3 ,砂土的容重取 17kN/m^3 ,砂土的饱和容重取 20.6kN/m^3 .两种计算结果比较列于表2.由于该程序在计算中所采用的是粘弹塑性模型,因此两种方法具有一定的对比性.结果表明,本文的能量法与动力有限元法的计算结果相吻合,而且与动力有限元方法相

表 2 计算结果对比
Table 2 Comparison of calculated results

地点编号	地 点	本文方法求得应力/kPa	有限元方法求得应力/kPa	m
1	昌黎、七里海 4	5.64	11.70	1.54
2	滦南北里庄	14.47	24.77	1.36
3	唐山陡河电站	33.44	46.41	1.19
4	通县望君瞳	2.79	3.13	1.06
5	昌黎牛家庄	10.23	13.42	1.16
6	乐亭、王滩 7808	5.00	13.33	2.36

注:有限元所得应力为合应力,本文方法所得为应力幅值.

单元数为300;材料类型有粘土和砂土两种,粘土的容重取 19kN/m^3 ,砂土的容重取 17kN/m^3 ,砂土的饱和容重取 20.6kN/m^3 .两种计算结果比较列于表2.由于该程序在计算中所采用的是粘弹塑性模型,因此两种方法具有一定的对比性.结果表明,本文的能量法与动力有限元法的计算结果相吻合,而且与动力有限元方法相

比,能量法有一个很突出的特点,就是能反映震源距对应力大小的影响.另外,表中的 m 是根据拟合值得到的.从 m 的分布来看,都比较接近,在实际计算中可以取其平均值 1.44.

4 结 语

地震波在传播的过程中,其能量被土体吸收,从而使土体内产生动应力.本文基于 Voigt 粘弹性模型,用能量法根据地震波传至某点处所损失的能量可以与此处的土体产生的变形能建立平衡关系,推出了求解动应力的公式.该公式考虑了诸多因素,如相对密度、初始应力状态、土体的工程性质以及震源距等.另外,这种方法比较直接,不需考虑土体单元在振动过程中应力应变发生的任何变化,如研究工作者所广泛关注的孔隙水压力问题.而且本文的能量法与动力有限元法的计算结果比较吻合.当然,对于该法仍有进一步研究的必要,如假设土体单元所受的应力模式是否合理、粘滞阻尼系数的取值等.

本文在写作过程中得到了冶金工业部建筑研究总院王锡康老师、大连理工大学土木系何广讷老师的热情帮助,在此表示衷心的感谢!

参考文献:

[1] LAW K T ,CAO Y L ,He G N. An energy method for accessing seismic liquefaction potentia[J]. Can Geotech J ,1976 27 320—329.
[2] 何广讷.土工新理论研究与应用[M].北京:水利电力出版社,1994. 10—100.
[3] 符圣聪,江静贝.两个典型场地的液化和动力反应分析[J].岩土工程学报,1985,(4):45—53.
[4] 朱合华,孙钧,杨林德.弹-粘塑性边界单元法分析及其在隧洞掘进面时空效应中的应用[J].同济大学学报,1991,(1):51—58.

Energy method for calculation of dynamic stress of soil

FANG Zhen¹, YU Xiang-juan¹, YAN Yun¹, WU Zhong², HUA Jian-lan³

- (1. Research Institute of Geotechnical Engineering , Hohai Univ. , Nanjing 210098 , China ;
2. Jiangsu Water Resources Construction Management Bureau , Nanjing 210000 , China ;
3. Nanjing Water Conservancy Planning and Design Institute , Nanjing 210000 ,China)

Abstract :Based on the Voigt model and the principle that the energy attenuation of seismic waves equals the deformation energy of soil , an energy method for calculation of the dynamic stress of soil was proposed. The method can not only reflect the impacts of the property and location of earthquakes , but also avoid considering the process of dynamic action. A comparative analysis of the dynamic stress of soil at seven sites in the Tanshan Earthquake (1976) indicates that the method is simple and practical , and that the results conform to those of the dynamic finite element method.

Key words :energy method ; earthquake ; dynamic stress