

两种阻尼模型对结构动力特性影响的能量分析

王启平,邵韦循,谢能刚

(安徽工业大学机械工程学院,安徽 马鞍山 243002)

摘要 采用能量分析法,对基于线性阻尼模型和能量型非线性阻尼模型的结构共振特性和地震响应进行研究.通过对一柱状结构的计算分析,得出结论:对于线性阻尼模型,当激励荷载的频率与结构系统自振频率很接近时,结构的能量响应会出现非常大的突变,即存在能量共振;对于能量型非线性阻尼模型不存在能量共振,且能量型非线性阻尼模型具有较强的抗震耗能能力.

关键词 线性阻尼;能量型非线性阻尼;能量法;共振;地震响应

中图分类号 O325;TU311.3 **文献标识码** A **文章编号** 1000-198X(2003)01-0068-04

在结构的动力分析中,根据不同的阻尼模型得到的动力响应是不一样的^[1].如何分析这些阻尼模型对结构动力响应产生的影响,通常的做法是根据结构的动力平衡方程,利用模态分析法(频域)或逐步积分法(时域)求解动力响应(位移、速度和加速度等),得到阻尼模型和这些响应之间的关系函数或特性曲线.本文采用能量分析法,根据能量平衡方程,分别对基于线性阻尼模型和能量型非线性阻尼模型的结构,从共振特性和地震响应两方面分析它们对结构动力响应的影响.

1 能量分析法

1.1 能量平衡方程

考虑阻尼的 n 个自由度结构动力平衡方程为

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = p(t) \quad (1)$$

采用模态分析方法,有模态方程:

$$m_i^* \ddot{y}_i(t) + c_i^* \dot{y}_i(t) + k_i^* y_i(t) = p_i^*(t) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

式中: m_i^* , c_i^* , k_i^* , p_i^* 分别称作第 i 阶模态的广义质量、广义阻尼、广义刚度和广义动载, $m_i^* = \phi_i^T M \phi_i$; $c_i^* = \phi_i^T C \phi_i$; $k_i^* = \phi_i^T K \phi_i$; $p_i^*(t) = \phi_i^T p(t)$.

式(2)右乘 $y_i(t)$ 在 $(0, t)$ 上积分,可得能量平衡方程

$$\frac{1}{2} m_i^* \dot{y}_i^2(t) + \int_0^t c_i^* \dot{y}_i^2(t) dt + \frac{1}{2} k_i^* y_i^2(t) = \int_0^t p_i^*(t) \dot{y}_i(t) dt \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

即

$$E_{di}(t) + E_{ci}(t) + E_{si}(t) = E_{pi}(t)$$

式中: $E_{di}(t)$ ——结构在 t 时刻的第 i 阶模态动能指标, $E_{di}(t) = \frac{1}{2} m_i^* \dot{y}_i^2(t)$; $E_{si}(t)$ ——结构在 t 时刻的第 i 阶模态形变势能指标, $E_{si}(t) = \frac{1}{2} k_i^* y_i^2(t)$; $E_{ci}(t)$ ——结构第 i 阶模态阻尼在 $0 \rightarrow t$ 时段内耗散的能量, $E_{ci}(t) = \int_0^t c_i^* \dot{y}_i^2(t) dt$; $E_{pi}(t)$ ——结构第 i 阶模态在 $0 \rightarrow t$ 时段内外界激励输入的能量, $E_{pi}(t) = \int_0^t p_i^*(t) \dot{y}_i(t) dt$.

1.2 结构能量函数

结构的能量函数为结构所有模态能量(动能和势能)的和,令 ω_i 为结构无阻尼的第 i 阶模态自振频率,

$\omega_i^2 = k_i^* / m_i^*$, 则能量函数为

$$E(t) = \sum_{i=1}^n (E_{di}(t) + E_{si}(t)) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [m_i^* (\dot{y}_i^2(t) + \omega_i^2 y_i^2(t))] \quad (4)$$

动力作用过程中结构的最大响应能量

$$H = \sup_{t \in [0, T]} (E(t)) \quad (5)$$

2 不同阻尼模型下的动力反应求解

2.1 线性结构阻尼模型

对于线性结构阻尼模型, 式(2)的形式为

$$\ddot{y}_i(t) + 2\lambda_i \omega_i \dot{y}_i(t) + \omega_i^2 y_i(t) = \frac{p_i^*(t)}{m_i^*} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (6)$$

式中 λ_i 为结构第 i 阶模态的阻尼比.

式(6)为线性方程, 可得杜哈美积分形式解:

$$\begin{cases} y_i(t) = \frac{1}{m_i^* \omega_i'} \int_0^t p_i^*(\tau) e^{-\lambda_i \omega_i' (t-\tau)} \sin(\omega_i' (t-\tau)) d\tau \\ \dot{y}_i(t) = \frac{1}{m_i^*} \int_0^t p_i^*(\tau) e^{-\lambda_i \omega_i' (t-\tau)} \cos(\omega_i' (t-\tau)) d\tau - \lambda_i \omega_i y_i(t) \end{cases} \quad (7)$$

式中 $\omega_i' = \omega_i \sqrt{1 - \lambda_i^2}$. 式(7)可采用数值积分法进行计算.

2.2 能量型非线性结构阻尼模型

能量型非线性阻尼矩阵 C 按下式建立^[2]:

$$C = \text{diag}[\alpha_1 E^{\beta_1}(t), \alpha_2 E^{\beta_2}(t), \dots, \alpha_n E^{\beta_n}(t)] M \quad (8)$$

式中: α_i, β_i ——参数; $E(t)$ ——式(4)表达的结构能量函数.

2.2.1 动力响应求解

对式(8)左乘 ϕ_i^T 、右乘 ϕ_i , 得到

$$c_i^* = \alpha_i E^{\beta_i}(t) m_i^* \quad (9)$$

将式(9)代入式(2)得

$$\ddot{y}_i(t) + \alpha_i E^{\beta_i}(t) \dot{y}_i(t) + \omega_i^2 y_i(t) = \frac{p_i^*(t)}{m_i^*} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (10)$$

式(10)为非线性方程, 可采用 Wilson- θ 法进行逐步数值积分求出 $y_i(t)$ 和 $\dot{y}_i(t)$, 有

$$\left. \begin{aligned} E(t) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [m_i^* (\dot{y}_i^2(t) + \omega_i^2 y_i^2(t))] \\ y_i(t + \Delta t) &= \frac{1}{b_i(t)} \left[\left(\frac{1}{2} b_i(t) \Delta t^2 - 1 - \alpha_i E^{\beta_i}(t) \theta \Delta t - \frac{1}{2} \omega_i^2 \theta^2 \Delta t^2 \right) \dot{y}_i(t) + (b_i(t) \Delta t - \right. \\ &\quad \left. \alpha_i E^{\beta_i}(t) - \omega_i^2 \theta \Delta t) y_i(t) + (b_i(t) - \omega_i^2) y_i(t) + \frac{p_i^*(t + \theta \Delta t)}{m_i^*} \right] \\ \dot{y}_i(t + \Delta t) &= \frac{3}{b_i(t) \Delta t} \left[\left(\frac{1}{3} b_i(t) \Delta t^2 - 1 - \alpha_i E^{\beta_i}(t) \theta \Delta t - \frac{1}{2} \omega_i^2 \theta^2 \Delta t^2 \right) \dot{y}_i(t) - (\alpha_i E^{\beta_i}(t) + \right. \\ &\quad \left. \omega_i^2 \theta \Delta t - \frac{1}{3} b_i(t) \Delta t) y_i(t) - \omega_i^2 y_i(t) + \frac{p_i^*(t + \theta \Delta t)}{m_i^*} \right] \\ \ddot{y}_i(t + \Delta t) &= \frac{6}{b_i(t) \Delta t} \left[\left(\frac{1}{6} b_i(t) \Delta t^2 - 1 - \alpha_i E^{\beta_i}(t) \theta \Delta t - \frac{1}{2} \omega_i^2 \theta^2 \Delta t^2 \right) \dot{y}_i(t) - (\alpha_i E^{\beta_i}(t) + \right. \\ &\quad \left. \omega_i^2 \theta \Delta t) y_i(t) - \omega_i^2 y_i(t) + \frac{p_i^*(t + \theta \Delta t)}{m_i^*} \right] \quad (i = 1, 2, \dots, n) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中

$$b_i(t) = \frac{6\theta}{\Delta t^2} + \frac{3\alpha_i E^{\beta_i}(t) \theta^2}{\Delta t} + \omega_i^2 \theta^3$$

式中： θ ——参数； Δt ——步长。

2.2.2 参数 α_i 和 β_i 的计算

为使两种模型之间有相对比较性,由式(6)与式(10),令

$$\alpha_i = \lambda_i \qquad H_1^{\beta_i} = 2\omega_i$$

(12)

式中 H_1 为基于线性阻尼模型的结构最大能量响应。

2.3 动荷载

分析结构的共振特性时,动荷载取简谐加速度激励:

$$p(t) = MG\ddot{a}_0\sin(\omega t)$$

(13)

式中： G ——空间转换矩阵； $\ddot{a}_0$ ——简谐加速度激励的幅值； ω ——简谐加速度激励的频率。

分析结构的地震响应时,动荷载表达形式为

$$p(t) = MG\ddot{a}_g(t)$$

(14)

式中： $\ddot{a}_g(t) = \{\ddot{u}_g(t)\ddot{v}_g(t)\ddot{w}_g(t)\}$ 为3个方向的地震加速度。

3 算例分析

3.1 计算资料

如图1所示的混凝土柱状结构,动弹模取 2.40×10^4 MPa,泊松比取 0.18,密度取 2.4×10^3 kg/m³,结构沿高度方向剖3个单元、16个结点,模态分析取前8阶。

3.2 共振特性的计算结果

计算中取各阶阻尼比相等,简谐加速度激励采取 y 向输入, $\ddot{a}_0 = 4$ m/s²。表1为结构的前8阶自振频率,表2为能量型非线性阻尼模型中参数的计算结果,图2为基于两种阻尼模型的结构最大响应能量与简谐加速度激励频率之间的关系曲线。

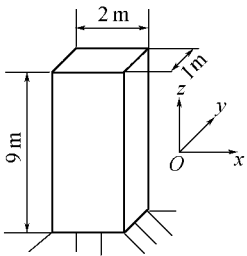


图1 柱状结构
Fig.1 Column structure

表1 结构的前8阶自振频率
Table 1 Natural frequency of structure

ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6	ω_7	ω_8
79.48	98.08	167.71	424.89	463.41	525.95	469.44	671.16

表2 能量型非线性阻尼模型中参数的计算
Table 2 Parameters of non-linearly damped energy model

λ	H_1/kJ	α	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8
0.01	740.6	0.01	0.375	0.391	0.430	0.499	0.506	0.515	0.506	0.533
0.10	205.6	0.10	0.414	0.432	0.475	0.551	0.558	0.569	0.559	0.589
0.20	34.6	0.20	0.485	0.505	0.556	0.645	0.654	0.666	0.655	0.689

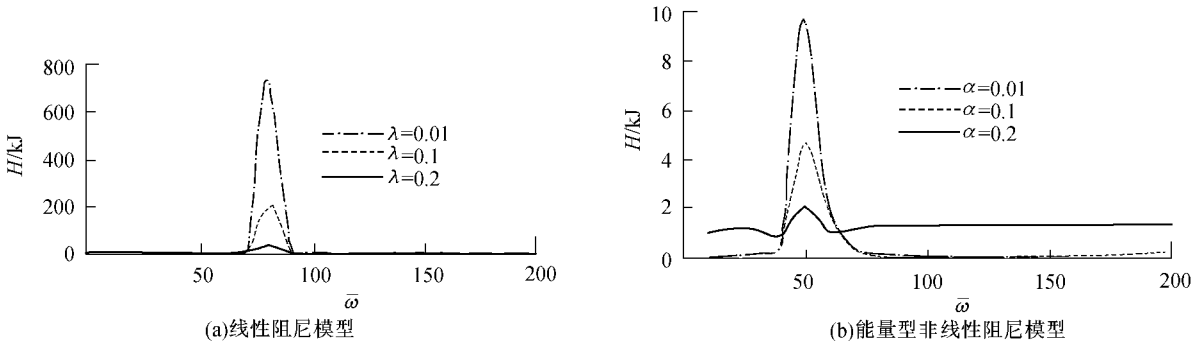


图2 结构最大能量响应 H 与简谐加速度激励频率的关系曲线

Fig.2 Relations between the maximum energy response and excitation frequency of the structure

从图2(a)可以看出,对于线性阻尼模型,当简谐激励荷载的频率接近结构的自振频率时,结构的能量响应会发生非常大的突变,即能量共振,突变的幅度受结构阻尼比的影响,阻尼比越小,则能量响应曲线越陡。

峭.从图 3(b)可以看出,对于能量型非线性阻尼,当激励荷载的频率接近结构的自振频率时,结构的能量响应不会发生非常大的突变,即不会发生能量共振,这与文献[3]的结论一致.原因在于式(10)中存在阻尼项 $\alpha_i E^\beta(t)$, $E(t)$ 越大,阻尼项引起的阻尼效应就越大,结构响应的衰减速率变大,使得结构能量响应快速地衰减下来,这相当于一种闭环反馈控制作用,是造成结构能量响应不发生共振的原因.

3.3 地震响应的计算结果

取各阶阻尼比相等,为 0.04;采用 Goldberg 等^[4,5]提出的衰减三角级数叠加模型人工生成地震加速度时程曲线,将峰值加速度调至 0.4g,采取水平两向输入(x,y).表 3 为能量型非线性阻尼的参数计算结果.图 3 为基于两种阻尼模型的结构地震能量响应曲线比较.

表 3 能量型非线性阻尼模型中参数的计算结果
Table 3 Parameters of non-linearly damped energy models

λ	H_1/kJ	α	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8
0.04	12.93	0.04	0.535	0.558	0.614	0.712	0.722	0.735	0.723	0.761

从图 3 可以看出,对于能量型非线性阻尼模型,结构的能量响应保持在一定的幅值范围内波动,基本不受强震时间的影响,呈收敛形态;而对于线性阻尼模型,随着强震时间的推移,结构能量响应呈发散形态.因此能量型非线性阻尼模型具有较强的抗震耗能能力.

4 结 语

通常结构共振的提法是基于位移响应指标的,本文研究的结构共振特性是基于能量响应指标的,算例结果表明结构的能量也存在共振特性,且与位移共振特性一致;从因果关系而言,结构的能量响应是其他响应(位移、速度、加速度等)之源,因此结构的能量共振是其他响应产生突变和共振之源;在能量型非线性阻尼模型中,正是因为能量不发生共振,决定了位移不发生共振.

参考文献:

[1] 胡海岩.结构阻尼模型及系统时域动响应[J].应用力学学报,1993,10(1):35—43.
[2] 陈德臣,白洁,罗华耿.关于一类非线性阻尼模型控制问题的一个注记[J].应用力学学报,1995,12(4):113—117.
[3] ZHANG W. Frequency response of non-linearly damped flexible structures[J]. Int J of Confr, 1991, 54(1):135—155.
[4] 顾淦臣.土石坝地震工程[M].南京:河海大学出版社,1989.
[5] 谢能刚,邵韦循,王彪.基于提高动稳定性的拱坝拱圈结构抗震优化设计[J].水利水运工程学报,2001(4):41—44.

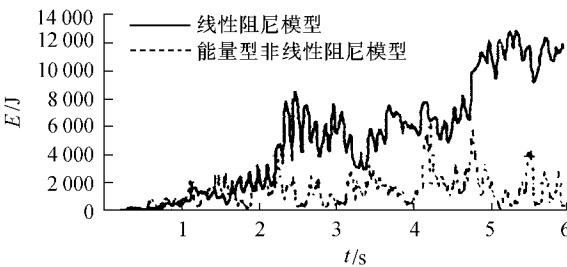


图 3 两种阻尼模型的地震能量响应曲线比较
Fig.3 Seismic energy response curve of the two damped models

Analysis of dynamic characteristics of two damped structures by energy method
WANG Qi-ping , SHAO Wei-xun , XIE Neng-gang
(College of Mechanical Engineering , Anhui Univ of Technology , Maanshan 243002 , China)

Abstract :Based on the energy method ,the resonant characteristics and seismic response of the linearly damped structure and the non-linearly damped energy structure were analyzed. Reasonable conclusions were drawn from the result of an example of a column structure. It is found that the energy response of the linearly damped structure will experience enormous increment when the frequency of excitation loads is very close to the natural frequency of the structure , i. e. energy resonance occurs. The non-linearly damped energy model does not experience energy resonance , and it is of high anti-seismic capability.

Key words :linearly damped structure ;non-linearly damped energy structure ;energy method ;resonance ;seismic response