

用 Lattice Boltzmann 方法模拟方柱绕流

王兴勇¹,索丽生¹,程永光²,刘德有¹

(1.河海大学水利水电工程学院,江苏 南京 210098;2.武汉大学水利水电学院,湖北 武汉 430072)

摘要 用 Lattice Boltzmann 方法模拟了两种情况下的方柱绕流:方柱位于流场的边壁和方柱位于流场的中央.在第 1 种情况中,分析了流场的流线、速度矢量分布以及方柱后面绕流形成的回流区长度随 Reynolds 数的变化曲线.在第 2 种情况中,除了给出稳定时流场的流线、速度矢量分布和压力分布以外,还模拟了 $Re = 150$ 时方柱后面形成的周期旋涡现象.两种情况下的计算结果与其他文献中的计算数值和试验数据是一致的.

关键词 Lattice Boltzmann 方法 模型 方柱 流场计算

中图分类号 TV131.4 **文献标识码** A **文章编号** 1000-1980(2003)02-0259-05

对于方柱绕流问题的研究具有重要的工程价值.人们一直尝试着去清晰地反映方柱或其他类似的障碍物对流场的影响,特别是反映流体撞击障碍物时产生的速度变化、压力分布以及障碍物后面形成的回流现象等情况.如方柱位于流场边壁时与河岸的丁坝类似,可以模拟丁坝对水流的阻挡和导流效果,以及回流区域内的水流对河岸的冲刷影响等.当方柱位于流场中央时,可类比于风力场中的建筑物、海流中的采油平台等,对方柱绕流的计算可模拟风荷载或水荷载对建筑物的作用力大小、应力分布等参数.因此,全面而正确地模拟方柱绕流有助于人们更好地解决相关的实际问题.

人们已经从数值计算和物理试验两个方面取得了一些方柱绕流的成果.孟国庆等^[1]用有限分析法求解了方柱位于渠道边壁时低雷诺数的流线分布、速度分布以及回流区长度随雷诺数变化的曲线.Yoshida 等^[2]和穆维贤等^[3]用有限单元法计算了方柱位于流场中央时绕流形成的速度分布、压力分布以及施加扰动后产生的周期旋涡,与试验得到的数据^[4,5]基本一致.尽管他们的计算结果令人信服,但由于加入了大量的矩阵运算,使得计算过程比较繁琐.

本文利用 Lattice Boltzmann 方法(LBM)模拟方柱位于流场边壁和流场中央两种条件下的绕流情况,并分别计算流线、流速分布和压力分布,分析方柱后面绕流形成的回流区长度随 Re 的变化及 $Re = 150$ 时方柱后面产生的周期涡旋现象,最后通过与其他文献数据的比较,证明本文计算结果的正确性.

1 Lattice Boltzmann 方法的基本原理

LBM 是 20 世纪 80 年代中期发展起来的用于模拟流动现象的计算方法.它从分子运动论统计力学的观点和理论出发,以微观的粒子尺度为基础,建立离散的速度模型,在满足质量、动量和能量守恒的条件下,得出粒子分布函数,然后对粒子分布函数进行统计计算,得到压力、流速等宏观变量.其主要思想就是以简单规则的微观粒子运动代替复杂多变的宏观现象,用迁移和碰撞两个相对简单的过程再现流体的宏观特性,以二阶数值精度模拟 Navier-Stokes 方程.在 Boltzmann 方程的基础上,LBM 引入 Chapman-Enskog 展开和 Taylor 级数展开^[6],用 Bhatnagar-Gross-Krook(BGK)格式替代碰撞过程,得到常用的 LBCK 方程^[7]

$$f_{\alpha}(x + e_{\alpha}\delta t, t + \delta t) - f_{\alpha}(x, t) = -\frac{1}{\tau}[f_{\alpha}(x, t) - f_{\alpha}^{(eq)}(x, t)] \quad (\alpha = 0, 1, \cdots, b) \tag{1}$$

式中 α ——粒子运动的第 α 个方向; e_{α} —— α 方向上的粒子运动速度; $f_{\alpha}(x, t)$ ——节点 x 处 t 时刻 α 方向上的粒子分布函数; $f_{\alpha}^{(eq)}$ —— α 方向上的平衡分布函数; τ ——松弛系数; b ——离散速度的个数.此外,LBM 以

质量守恒和动量守恒为限制条件,得到密度 ρ 和动量 ρu 与 f_α 或 $f_\alpha^{(eq)}$ 的关系:

$$\rho = \sum_\alpha f_\alpha = \sum_\alpha f_\alpha^{(eq)} \quad \rho u = \sum_\alpha f_\alpha e_\alpha = \sum_\alpha f_\alpha^{(eq)} e_\alpha \tag{2}$$

其中 ρ 和 u 分别为宏观的密度和流速.

在常用的二维九点正方形网格模型 D2Q9 的基础上,笔者将使用改进后的 D2Q9 模型,即 D2Q9W 模型^[8].其中流场的空间剖分 $\delta x = \delta y = 1$,时间步长 $\delta t = 1$ 粒子运动速度,当 $\alpha = 0$ 时 $e_\alpha = 0$, $\alpha = 1,3,5,7$ 时 $e_\alpha = (\cos((\alpha - 1)\pi/4), \sin((\alpha - 1)\pi/4))$, $\alpha = 2,4,6,8$ 时 $e_\alpha = \sqrt{2}(\cos((\alpha - 1)\pi/4), \sin((\alpha - 1)\pi/4))$.相应的平衡分布函数为

$$\left. \begin{aligned} f_0^{(eq)} &= \frac{4}{9} [\rho - \frac{3}{2} \rho_0 u^2] \\ f_\alpha^{(eq)} &= \frac{1}{9} [\rho + 3\rho_0(e_\alpha \cdot u) + \frac{9}{2} \rho_0(e_\alpha \cdot u)^2 - \frac{3}{2} \rho_0 u^2] \quad (\alpha = 1,3,5,7) \\ f_\alpha^{(eq)} &= \frac{1}{36} [\rho + 3\rho_0(e_\alpha \cdot u) + \frac{9}{2} \rho_0(e_\alpha \cdot u)^2 - \frac{3}{2} \rho_0 u^2] \quad (\alpha = 2,4,6,8) \end{aligned} \right\} \tag{3}$$

此外,D2Q9W 模型定义密度 ρ 和动量 ρu 与 f_α 或 $f_\alpha^{(eq)}$ 的关系为

$$\rho = \sum_\alpha f_\alpha = \sum_\alpha f_\alpha^{(eq)} \quad \rho_0 u = \sum_\alpha f_\alpha e_\alpha = \sum_\alpha f_\alpha^{(eq)} e_\alpha \tag{4}$$

其中 ρ_0 是不变的密度,波速 $c_s = \sqrt{3}/3$,粘性系数 $\nu = (2\tau - 1)/6$,压力 $p = c_s^2 \rho$.由于这种模型在模拟不可压缩 N-S 方程时,能够消除因流体的可压缩性带来的压缩误差 $O(M^2)$ (M 表示 Mach 数),因此 D2Q9W 模型比 D2Q9 模型具有更高的数值精度.

2 方柱绕流的模拟

2.1 方柱位于流场的边壁

方柱及流场计算区域如图 1 所示.取流场宽度 $H = 4h$,长度 $L = 30h$, $L_d = 10h$, L_s 为回流区的长度.整个流场均匀剖分.为了与文献[1]相比较,进口流速采用抛物线分布,其最大值为 $u_{\max}$, ν 为运动粘性系数, $Re = u_{\max} H/\nu$.

假定初始时流场静止, $u_x = u_y = 0$, $\rho_0 = 1.0$.边界条件如下:流场的两侧为固壁无滑移边界, $u_x = u_y = 0$;上游和下游均为流速边界, u_x 按抛物线型分布, $u_y = 0$;方柱的边界及内部均为固壁无滑移边界.

分别计算了 $Re = 37.5,75,100,125,175$ 和 225 等情况下的方柱绕流,计算结果如下:

图 2 绘出了 $Re = 37.5,100$ 时流场的流线.从图中可看出,回流区的长度 L_s 随 Re 的增加而增大,流场的上游和下游流速均匀.

图 3 为 $Re = 75$ 时流场的速度矢量.从图中可以看出,流速在上游和下游仍保持抛物线型分布,方柱对上游和下游流速的影响不大.图 4 为 $Re = 125$ 时流场回流区内的速度矢量.图 4 中由于加密了流场的计算网格,因此回流区内旋涡的速度矢量分布更加清晰.

图 5 绘出了回流区长度 L_s 与 Re 的关系曲线,同时也给出了文献[1]用有限体积法计算得到的结果.从图中可知 L_s 与 Re 成正比关系,随 Re 的增大而增加.两种方法计算得出的 L_s 最大相对误差为 2.37% ,说明本文计算结果与文献[1]的结果相一致.

2.2 方柱位于流场的中央

方柱位于流场中央时,其计算区域如图 6 所示.为了计算较宽的区域,取 $H = 9h$, $L = 20h$.方柱距上游边

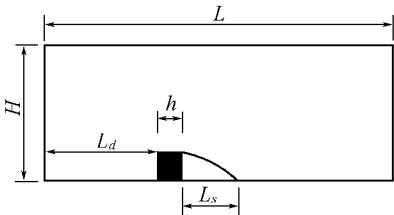


图 1 方柱位于流场边壁时的计算区域
Fig.1 Computational domain with a square cylinder located at a wall of the field

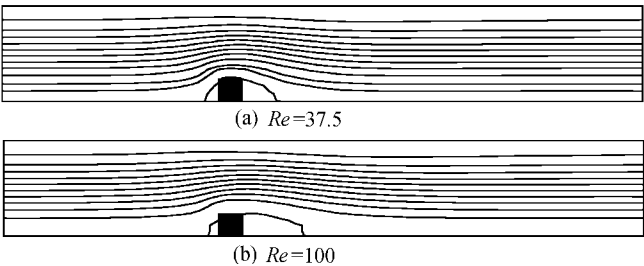


图 2 流场的流线
Fig.2 Streamlines of flow field

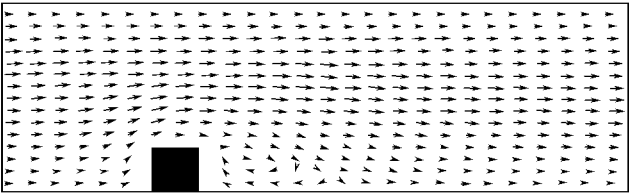


图 3 $Re = 75$ 时流场的速度矢量

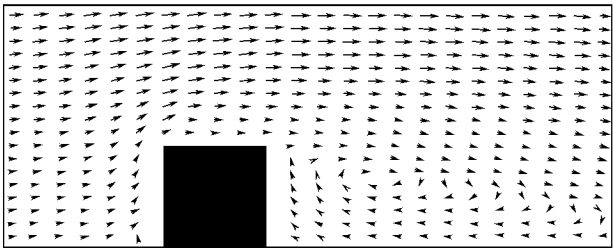


图 4 $Re = 125$ 时回流区内的速度矢量

Fig.3 Velocity vectors of the flow at $Re = 75$ Fig.4 Velocity vectors in the reattachment region at $Re = 125$

界的距离 $L_d = 4h$,距两侧边界的距离也为 $4h$. 为了更细致地展现流场的速度分布和压力分布,将方柱均匀地剖分为 40 个网格,整个流场网格剖分为 800×360 . 边界条件如下 两侧边界对称,采用周期边界条件^[8];上游和下游均为恒定的速度边界,取 $u_x = U_0 = 0.15, u_y = 0$. 此外,方柱及方柱内部为固壁无滑移边界,即 $u_x = u_y = 0$. 定义雷诺数 $Re = U_0 h / \nu$. 初始全流场速度均匀, $u_x = 0.15, u_y = 0$, 压力均为远端流场的压力 p_0 .

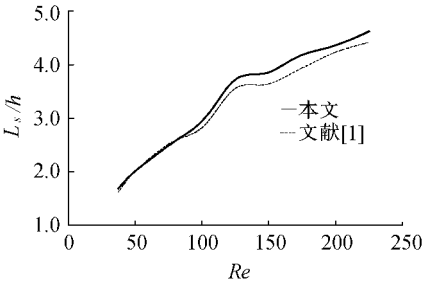


图 5 回流区长度 L_s 与雷诺数的关系曲线

Fig.5 Relationship between the length of reattachment region L_s and Reynolds number

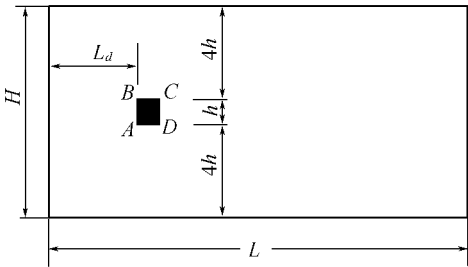


图 6 方柱位于流场中央时的计算区域

Fig.6 Computational domain with a square cylinder located at the center of the field

当 $Re = 40$ 时流动稳定,图 7(a) ~ (c)分别为流场流线、压力分布和速度矢量. 从图中可以看出,当流动稳定时流线和流速具有很好的对称性,在方柱后面形成两个规则的回流区域,并且压力在下游受到的影响较小,上游成圆弧形曲线,中间大两侧小,其分布与物理试验相吻合.

文献[9,10]说明当 Re 达到一定量级且初始流场均匀时,不用施加扰动也会得到周期旋涡的现象,因此本文采用了与之类似的初始条件,没有给流场施加扰动,在 LBM 方程演进一定时步以后,在方柱后面也得到了规则的周期旋涡.

当 $Re = 150$ 时,用前面所给的初始条件,计算了周期旋涡现象发生时流场的流线、速度分布和压力分布等. 笔者记录了从某一时刻 t_b 到 $t_b + 2000$ 中若干时步的流线. 图 8 分别为 $t = t_b$ 和 $t = t_b + 1800$ 时周期旋涡的流线,旋涡周期 T 约为 1800,因此 Strouhal 数 $Str = h / TU_0 \approx 0.148$. 文献[2] Str 为 0.164, Mary^[11] 计算得到的 Str 为 0.156,而相应的试验值为 0.14 ~ 0.145^[5]. 因此,与其他文献相比,本文计算结果更接近于试验值.

此外,当 $Re = 150$ 时本文计算得到升力系数 C_L 的最大值为 0.43,阻力系数 C_D 的平均值为 1.42. 文献[2]中 C_L 为 0.43, C_D 为 1.66,文献[10]中 C_D 为 1.67,而 C_D 的试验数据为 1.50. 图 9(a) ~ (d)分别为 $C_L = 0.43$ 时流场的流线、压力分布和速度矢量,以及从文献[2]中扫描得到的速度矢量. 从图中可以看出,方柱后面形成了明显的漩涡,并且压力分布已不对称,在方柱后面形成较大的负压. 通过速度矢量图 9(c)和图 9(d)的对比,可知本文的计算结果与其他文献的结果是一致的.

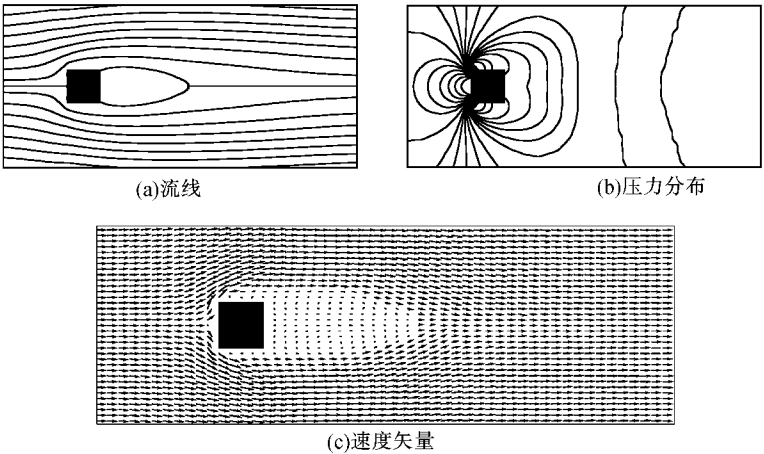


图 7 $Re = 40$ 时流场流线、压力分布、速度矢量

Fig.7 Streamlines, pressure contours, and velocity vectors of the flow at $Re = 40$

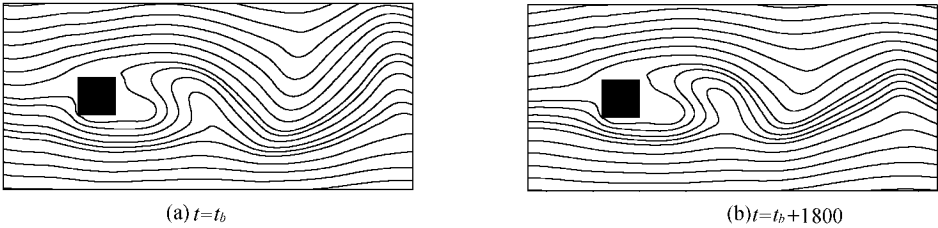


图 8 周期旋涡的流线
Fig.8 Streamlines of vortex shedding

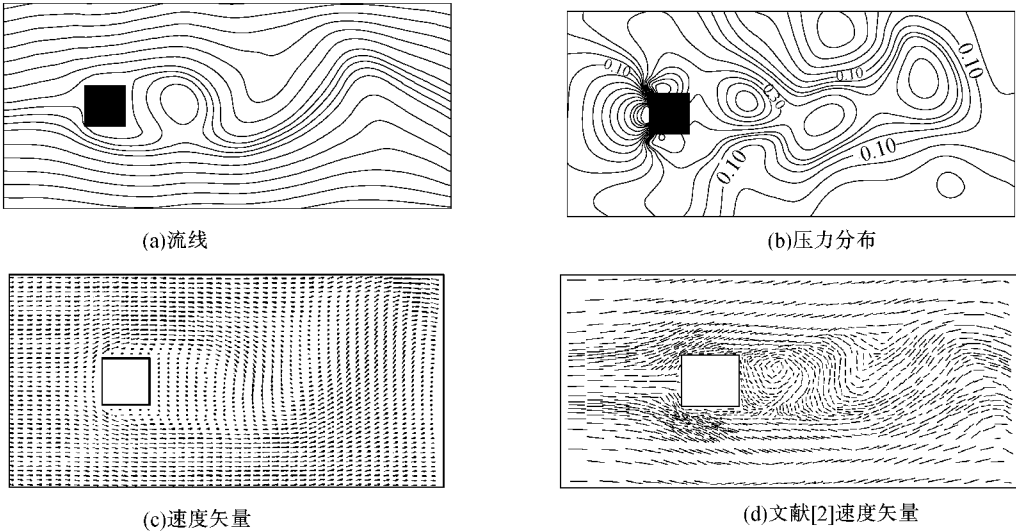


图 9 $C_L = 0.43$ 时本文及文献 [2] 的计算结果

Fig.9 Calculated results in this paper and Ref[2] at $C_L = 0.43$

图 10 给出了 $C_L = 0.43$ 时方柱各边上无量纲压力 p^* ($p^* = (p - p_0) / \rho_0 U_0^2$) 的分布. $A-B$ 边上的压力成圆弧状分布,中间大两侧小.在 $D-C$ 边上靠近 C 点一侧由于旋涡的作用导致压力较小;在 $B-C$ 和 $A-D$ 边上,由于端点处水流的分离产生负压,所以在靠近 A 点和 B 点一侧的压力较小,分布相似.

3 结 论

本文用 Lattice Boltamann 方法(LBM)计算了方柱位于流场的边壁和方柱位于流场的中央两种情况下的绕流.从计算得到的流线、速度分布和压力分布,以及周期旋涡的 Str 等可知,本文的计算结果与其他文献用有限单元法或有限差分法计算得到的结果相吻合,且与试验数据相接近.因此,

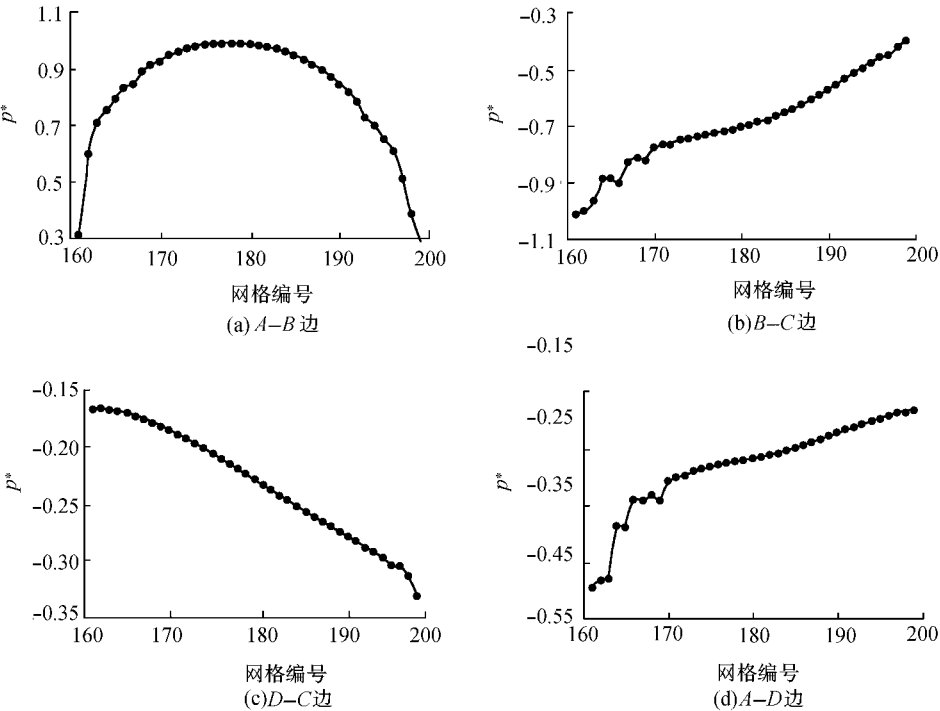


图 10 $C_L = 0.43$ 时方柱各边上的压力 p^*

Fig.10 p^* on each side of the square cylinder at $C_L = 0.43$

可以用 LBM 模拟实际工程中类似的问题,提供有价值的参数,如回流区的长度、渠道边壁附近冲刷速度的大小以及流场的压力分布等.同时由于 LBM 算法简单,模拟边界条件容易并且压力可以直接求解等优点,克服了传统方法上求解压力与速度耦合方程的困难,因此 LBM 是一种便捷而有效的流场模拟方法,具有很广的工程应用前景.

参考文献：

[1] 孟国庆,王羽中,魏中磊.方柱绕流的数值计算和试验研究[J].水动力学研究与进展,1992,7(增刊):493—499.
[2] YOSHIDA Y,NOMURA T.A transient solution method for the finite element incompressible Navier-Stokes equations[J].Int J Numer Meth Fluids,1999,5:873—890.
[3] 穆维贤,赖国璋.方柱和双方柱绕流的数值模拟[J].水动力学研究与进展,1990,5(4):76—80.
[4] TANEDA S,HONJI H.Unsteady flow past a flat plate normal to the direction of motion[J].J Phys Soc Japan,1971,30:262—272.
[5] OKAJIMA A.Strouhal numbers of rectangular cylinders[J].J Fluid Mech,1982,23:379—398.
[6] NOBLE D R,GEORGIADIS J G,BUCKIUS R O.Comparison of accuracy and performance for Lattice Boltzmann and finite difference simulation of steady viscous flow [J].Int J Numer Meth Fluids,1996,23:1—18.
[7] BHATNAGAR P L,GROSS E P,KROOK M.A model for collision processes in gases.I Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems[J].Phys Rev,1954,94:511—525.
[8] 程永光.Lattice Boltzmann 方法及其在流场分析中应用的研究[D].武汉:武汉水利电力大学,1998.
[9] GUO Zhao-li,SHI Bao-chang,WANG Neng-chao.Lattice BGK model for incompressible Navier-Stokes equation[J].J Comput Phys,2000,165:288—306.
[10] DAVIS R W,MOORE E F.A numerical study of vortex shedding from rectangles[J].J Fluid Mech,1982,116:475—506.
[11] MARY I,SAGAUT P,DEVILLE M.An algorithm for unsteady viscous flows at all speeds[J].Int J Numer Meth Fluids,2000,34:371—401.

Simulation of flow fields around a square cylinder with

Lattice Boltzmann Method

WANG Xing-yong¹, SUO Li-sheng¹, CHENG Yong-guang², LIU De-you¹

(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China ;

2. School of Water Resources and Hydropower Engineering, Wuhan Univ., Wuhan 430072, China)

Abstract：The flow field around a square cylinder in two cases was simulated with the Lattice Boltzmann Method (LBM). In case 1, with the square cylinder located at a wall of the flow field, the streamline and velocity distribution of the flow field and the variation of the length of the reattachment region behind the square cylinder with the Reynolds number were analyzed. In case 2, with the square cylinder located at the center of the flow field, besides the streamline, velocity distribution, and pressure contour of the steady flow, the unsteady vortex shedding behind the square cylinder at Re = 150 was also simulated. Results in both cases are in good agreement with the data from other literature and experiments.

Key words：Lattice Boltzmann Method；model；square cylinder；flow field simulation