

裂隙岩体松弛模量分析

徐卫亚, 杨松林

(河海大学岩土工程研究所, 江苏 南京 210098)

摘要 利用线粘弹性断裂力学原理和 Betti 能量互等定理, 推导了裂隙岩体单轴松弛模量和体积松弛模量的理论表达式, 对比了两者之间的差异. 并通过自洽理论来考虑裂隙相互作用的影响, 计算结果指出裂隙间的相互作用将导致岩体松弛模量增大, 这些研究成果为根据室内岩石流变试验推测裂隙岩体的流变特性提供了一种可能. 同时还分析了几种流变材料的长期松弛稳定, 并指出不同裂隙密度下岩体裂隙应力强度因子将随裂隙半径的增大而增加.

关键词 裂隙岩体 松弛模量 裂隙相互作用

中图分类号 :TU433

文献标识码 :A

文章编号 :1000-1980(2003)03-0295-04

重大的岩石工程建设都需要了解岩石的流变特性, 以保证工程建设的顺利进行及长期运行中的安全稳定. 岩体流变特性研究具有重要的工程意义和理论价值, 但由于难度较大, 而制约了岩石流变理论的发展, 限制了流变理论在岩石工程实践中的应用. 这就需要对岩石流变理论作深入研究, 促进岩石流变理论的发展及其在工程实践中的应用.

线弹性和弹塑性断裂理论在岩石工程中的应用从一开始就引起了国内外很多学者的兴趣, 并在这方面做了大量的研究工作^[1~7]. 而粘弹性断裂力学^[8]在近十多年来才开始逐步建立起来, 将粘弹性断裂理论应用于岩体流变力学性质的研究, 将有助于深入认识裂隙岩体的流变机理, 合理确定裂隙岩体的流变参数.

在工程中存在这样一类问题: 其边界条件若可以表示成空间和时间相分离的形式, 那就可以应用弹性-粘弹性对应原理, 将粘弹性求解结果写成弹性力学解与某个时间因子的乘积, 本文只分析这样一类问题.

1 松弛模量理论推导

引入分析前提: (a) 岩体中裂隙的尺寸、方位和位置均为随机分布; (b) 在岩体流变分析过程中裂隙没有扩展, 也不考虑裂隙的闭合效应; (c) 流变过程中裂隙岩体泊松比保持不变.

1.1 单轴应变作用下的松弛模量分析

根据 Betti 能量互等定理^[2], 受单轴应变 ϵ 作用时, 在裂隙岩体表征单元体 V 内裂隙岩体单轴松弛模量 $E'_1(t)$ 和岩质材料单轴松弛模量 $E_1(t)$ 及裂隙引起的总附加应变能 $\Delta\phi$ 三者之间存在如下关系:

$$\frac{V}{2} E'_1(t) \epsilon^2 = \frac{V}{2} E_1(t) \epsilon^2 + \Delta\phi \quad (1)$$

在三维情况下, 币状单裂隙引起的附加应变能增量^[2]

$$U(t) = \int_0^c G_I(t) + G_{II}(t) + G_{III}(t) 2\pi c dc \quad (2)$$

式中: $G_i(t)$ ——粘弹性状态下裂隙的 3 种类型能量释放率 ($i = I, II, III$); c ——币状裂隙半径.

在线粘弹性状态下, 有关系式^[8]

$$G_i(t) = G_i f_{ig}(t) \quad (3)$$

初始能量释放率

$$G_I = \frac{1-\mu^2}{E}K_I^2 \qquad G_{II} = \frac{1-\mu^2}{E}K_{II}^2 \qquad G_{III} = \frac{1+\mu}{E}K_{III}^2$$

式中： K_i ——3 种类型裂隙的初始应力强度因子； $f_{ig}(t)$ ——能量释放率时间因子； E ——岩质材料初始杨氏弹性模量； μ ——岩质材料泊松比。

在单轴应变 ϵ 作用下,根据式(2)(3)很容易得到任意 (γ, ω) 角度取向的币状裂隙 3 种能量释放：

$$U_I = \frac{8}{3} \frac{1-\mu^2}{E} f_{Ig}(t) \sigma^2 c^3 \sin^4 \gamma \qquad U_{II} = \frac{32}{3} \frac{1-\mu^2}{(2-\mu^2)E} f_{IIg}(t) \sigma^2 c^3 \sin^2 \gamma \cos^2 \gamma \cos^2 \omega$$
$$U_{III} = \frac{32}{3} \frac{(1+\mu)(1-\mu)^2}{(2-\mu)^2 E} f_{IIIg}(t) \sigma^2 c^3 \sin^2 \gamma \cos^2 \gamma \sin^2 \omega$$

式中 σ 为岩体轴向应力. 设 $\bar{c}$ 为岩体中币状裂隙平均半径,对于裂隙岩体表征单元体 V 内所有 n 条裂隙,由于其取向和尺寸完全随机,对角度 (γ, ω) 进行球面平均后得到 n 条裂隙引起的总附加应变能：

$$\Delta \varphi = \Delta \varphi_I + \Delta \varphi_{II} + \Delta \varphi_{III} \tag{4}$$
$$\Delta \varphi_I = \frac{8}{15} (1-\mu^2) f_{Ig}(t) E \epsilon^2 n \bar{c}^3$$
$$\Delta \varphi_{II} = \frac{32}{45} \frac{1-\mu^2}{(2-\mu)^2} f_{IIg}(t) E \epsilon^2 n \bar{c}^3 \qquad \Delta \varphi_{III} = \frac{32}{45} \frac{(1+\mu)(1-\mu)^2}{(2-\mu)^2} f_{IIIg}(t) E \epsilon^2 n \bar{c}^3$$

在单轴恒定应变作用下岩石材料和裂隙岩体的松弛规律分别为 $\sigma(t) = E_1(t) \cdot \epsilon$ 和 $\sigma'(t) = E'_1(t) \cdot \epsilon$. 在单轴恒定应变作用下,当泊松比保持不变时有

$$f_{Ig}(t) = f_{IIg}(t) = f_{IIIg}(t) = \frac{E_1(t)}{E} \tag{5}$$

由此,式(4) 可以简化为
$$\Delta \varphi = \frac{8}{45} \frac{(10-3\mu)(1-\mu^2)}{2-\mu} E_1(t) \epsilon^2 n \bar{c}^3 \tag{6}$$

将式(6)代入式(1),便得到不考虑裂隙相互作用的影响时裂隙岩体和岩质材料的单轴松弛模量比值：

$$\frac{E'_1(t)}{E_1(t)} = 1 + \frac{16}{45} \frac{(10-3\mu)(1-\mu^2)}{2-\mu} \chi \qquad \chi = n \bar{c}^3 / V \tag{7}$$

式中 χ 为裂隙密度参数.

1.2 体积应变状态下的松弛模量分析

根据 Betti 能量互等定理^[2],受体积应变 ϵ_H 作用时,在裂隙岩体表征单元体 V 内裂隙岩体体积松弛模量 $E'_2(t)$ 和岩质材料体积松弛模量 $E_2(t)$ 及裂隙引起的总附加应变能 $\Delta \varphi$ 三者的关系：

$$\frac{3V}{2} E'_2(t) \epsilon_H^2 = \frac{3V}{2} E_2(t) \epsilon_H^2 + \Delta \varphi \tag{8}$$

三维币状裂隙在体积应变状态下有^[2]

$$G_I(t) = G_I \frac{1-2\mu}{E} E_2(t) \qquad G_{II}(t) = G_{III}(t) = 0$$

根据式(2)可以得到裂隙岩体表征单元体内所有 n 条裂隙引起的总附加应变能：

$$\Delta \varphi = \frac{8}{3} (1-\mu^2)(1-2\mu) E_2(t) \epsilon_H^2 n \bar{c}^3 \tag{9}$$

将式(9)代入式(8),得到不考虑裂隙相互作用时裂隙岩体与岩质材料的体积松弛模量比值：

$$\frac{E'_2(t)}{E_2(t)} = 1 + \frac{16}{9} (1-\mu^2)(1-2\mu) \chi \tag{10}$$

在前面的分析中都没有考虑裂隙之间的相互作用,而在裂隙密度较大时,裂隙之间的相互作用对岩体松驰力学性质的影响很显著,必须予以考虑,自治理论在考虑裂隙相互作用时得到了广泛应用. 应用自治理论考虑裂纹相互作用时,只需在式(6)中以 $E'_1(t)$, μ' 代替 $E_1(t)$, μ ,在式(8)中以 $E'_2(t)$, μ' 代替 $E_2(t)$, μ ,根据式(1)(8),经过相同的推导可得到裂隙岩体与岩质材料的单轴松弛模量比值和体积松弛模量比值：

$$\frac{E'_1(t)}{E_1(t)} = \left[1 - \frac{16}{45} \frac{(10-3\mu')(1-\mu'^2)}{2-\mu'} \chi \right]^{-1} \qquad \frac{E'_2(t)}{E_2(t)} = \left[1 - \frac{16}{9} (1-\mu'^2)(1-2\mu') \chi \right]^{-1} \tag{11}$$

在应用自治理论时,裂隙岩体有效泊松比 μ' 可以由下式求得

$$\chi = \frac{45}{16} \frac{(\mu - \mu')(2 - \mu')}{(1 - \mu'^2)[10\mu - \mu'(1 + 3\mu)]} \tag{12}$$

1.3 裂隙岩体松弛的长期稳定性
在恒定的体积应变作用下^[2],

$$\left. \begin{aligned} K_I(t) &= \frac{2\sqrt{\frac{c}{\pi}}}{\left[1 - \frac{16}{9}(1 - \mu'^2)(1 - 2\mu')\chi\right](1 - 2\mu')(1 + \mu')} \varepsilon_H E_1(t) = \lambda \varepsilon_H E_1(t) \\ K_{II}(t) &= K_{III}(t) = 0 \end{aligned} \right\} \tag{13}$$

式中： $K_i(t)$ ——粘弹性状态下裂隙的应力强度因子， $i = \text{I}, \text{II}, \text{III}$ 。

裂隙岩体松弛的稳定性判据为： $K_I(t) \leq K_{Ic}$ 。 K_{Ic} 为 I 型裂纹的断裂韧度，是岩石材料力学性质参数。

对于 Maxwell 体，有

$$E_1(t) = 2g \exp\left(-\frac{g}{\eta}t\right)$$

当 t 从 $0 \rightarrow \infty$ 时， $E_1(t)$ 就从 $2g \rightarrow 0$ 。式中 g, η 为相应的流变模型参数^[8]，由此可知，在体积应变 ε_H 作用下，裂隙岩体最终都会趋于松弛稳定。

对于标准线性体，有

$$E_1(t) = 2g_1 \left\{ 1 - \frac{g_1}{g_1 + g_2} \left[1 - \exp\left(-\frac{g_1 + g_2}{\eta_2}t\right) \right] \right\}$$

当 t 从 $0 \rightarrow \infty$ 时， $E_1(t)$ 就从 $2g_1 \rightarrow 2g_1 \frac{g_2}{g_1 + g_2}$ 。式中 g_1, g_2, η_2 为相应的流变模型参数^[8]，只要体积应变 $\varepsilon_H \leq$

$\frac{K_{Ic}g_1 + g_2}{\lambda \frac{2g_1g_2}{\eta_2}}$ ，就能保证裂隙岩体松弛的长期稳定性。根据式(13)，当 t 从 $0 \rightarrow \infty$ 时，对裂隙的长期应力强度因子进行归一化：

$$\frac{K_{Ic}I(\infty)}{\sigma_0 \sqrt{c_0}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{c}{c_0}}}{1 - \frac{16}{9}(1 - \mu'^2)(1 - 2\mu')\left(\frac{c}{c_0}\right)^3 \chi_0} \tag{14}$$
$$\sigma_0 = \varepsilon_H E_2(\infty) \qquad \chi_0 = N c_0^3$$

式中 N 为裂隙密度，即单位体积内所包含的裂隙数量。由此，便得到了裂隙岩体在体积应变作用下的长期松弛强度与裂隙尺寸的关系。

2 计算分析

当泊松比为 0.3 时，不考虑裂隙相互作用的裂隙岩体与岩质材料的单轴松弛模量比值 a_1 ，体积松弛模量比值 b_1 ，以及用自洽方法计算的单轴松弛模量比值 a_2 和体积松弛模量比值 b_2 ，见图 1。随着裂隙密度参数值的增加，是否考虑裂隙的相互作用效应，对松弛模量的计算值影响很大。这说明在裂隙密度较大时，不考虑裂隙的相互作用是不合理的。

图 1 同时也表明了单轴松弛模量要大于体积松弛模量，两者具有不同的变化规律。利用单轴松弛模量直接推广体积松弛模量的做法是错误的，必须对畸变和体变松弛模量分别进行研究，才能正确描述裂隙岩体的松弛规律。

当泊松比为 0.3， $\chi_0 = 0.4, 0.6, 0.8$ 时，裂隙岩体应力强度因子归一值 $\frac{K_I(\infty)}{\sigma_0 \sqrt{c_0}}$ 和裂隙半径归一值 $\frac{c}{c_0}$ 的变化关系见图 2。在同一体积应变和相同裂隙半径的情况下，单位体积内裂隙数目越多，应力强度因子就越大，裂隙岩体就更容易达到松弛强度从而失去稳定性。

3 结 论

在岩体裂隙随机分布的情况下，裂隙岩体可视为各向同性弹性体。利用 Betti 互等定理和自洽理论对裂隙岩体在受拉情况下的单轴和体积松弛模量比值进行了计算和分析，得出了以下结论：(a) 裂隙密度较大时，

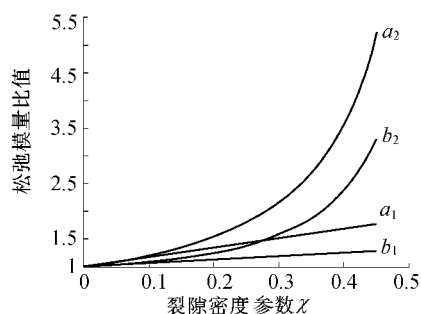


图1 裂隙岩体松弛模量变化规律

Fig.1 Variation of relevant relaxation moduli of fissured rock mass

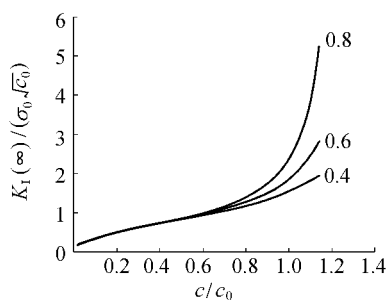


图2 应力强度因子随裂隙半径归一值的变化

Fig.2 Variation of stress intensity factor with normalized radius of crack

裂隙相互作用效应对岩体单轴松弛模量和体积松弛模量的影响很大。(b)利用裂隙岩体单轴松弛规律直接推导体积松弛规律的做法是错误的,往往过高估计了裂隙岩体的体变松弛模量。(c)在体积应变作用下,裂隙密度参数越大,裂隙岩体越容易失去松弛稳定性。(d)本文的研究成果为根据室内岩石流变试验推测裂隙岩体的流变特性提供了一种可能。对于裂隙岩体在受压应力状态下的松弛模量,由于涉及裂隙的闭合和滑移,分析起来较为复杂,有待进一步研究。

参考文献:

- [1] BUDIANSKY B, O'CONNELL R. Elastic moduli of a cracked solid[J]. Int J Solids Structures, 1976, 12: 81—97.
- [2] KEMENY J, COOK N G W. Effective moduli, non-linear deformation and strength of a cracked solid[J]. Int J Rock Mech Min Sci & Geomech Abstr, 1986, 23(2): 107—118.
- [3] HU K X, HUANG Y. Estimation of the elastic properties of fractured rock masses[J]. Int J Rock Mech Min Sci & Geomech Abstr, 1993, 30(4): 107—118.
- [4] HORRI H, NEMAT-NASSER S. Overall moduli of solids with microcracks: load-induced anisotropy[J]. J Mech Phys Solids, 1983, 31: 155—171.
- [5] HOENIG A. Elastic moduli of a non-randomly cracked body[J]. Int J Solids Structure, 1979, 15: 137—154.
- [6] 徐卫亚, 刘世君. 岩石粘弹塑性模型的研究[J]. 岩土力学, 2002, 23(5): 583—586.
- [7] 刘世君, 徐卫亚, 绍建富. 岩石粘弹塑性模型辨识及常数反演[J]. 水利学报, 2002, (6): 101—105.
- [8] 张淳源. 粘弹性断裂力学[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1994. 1—96.

Analysis of relaxation moduli of fissured rock mass

XU Wei-ya, YANG Song-lin

(Research Institute of Geotechnical Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China)

Abstract: Theoretical expressions of the relaxation moduli of fissured rock mass under uniaxial and hydrostatic strains are derived by use of the Betti reciprocal theorem and viscoelastic fracture theory, and the difference between the moduli is analyzed. The effect of the interaction between cracks is discussed based on the self-consistency theory, and the calculated result indicates that the interaction will result in the increase of the relaxation moduli. The present method provides an approach to predicting the rheological parameter of fissured rock mass by laboratory tests on rock materials. Besides, the relaxation stability of several kinds of fissured rocks under hydrostatic strain is discussed, and the analysis reveals that the stress intensity factor increases with the crack radius at different crack densities.

Key words: fissured rock mass; relaxation moduli; interaction between cracks