

面向对象的参数随机反演程序设计

刘 宁,赵新铭,胡 强,张 剑

(河海大学土木工程学院,江苏 南京 210098)

摘要:在给出了线弹性材料位移参数随机反演方法的基础上,为了提高有限元工程计算程序的可复用性、易维护性和动态可扩展性,以及弥补前人在将面向对象技术与有限元相结合方面的不足,提出了有限元抽象对象体系的设计思想,基于此设计了参数反演计算程序,利用该程序对一典型算例进行了计算,以验证本文方法的有效性。

关键词:程序设计;有限元;反分析

中图分类号: TB115 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1980(2003)03-0299-04

目前,国内外在材料参数反分析的研究大多数还是着重于确定性参数反演,而对于随机因素方面,尤其是参数随机反演的研究还有待深入。如果将待估参数、实测系统响应以及系统外荷均视为随机量,对参数反演进行研究,显然更具有科学性和合理性^[1]。

以往程序设计思想都采用面向过程的程序设计,程序的设计效率和可复用性都比较低,为了解决这一问题,目前,国内外已有不少将面向对象方法应用于有限元的程序设计中,并已取得了不少的成果^[2,3]。这些面向对象的有限元涉及了各类线性、非线性有限元的程序设计,但一方面,这些有限元对象体系的设计仍然仅局限于某一种具体的有限元计算,另一方面将这一些面向对象的有限元程序广泛地应用于工程实际问题的分析仍然不多。另外,在利用最新的面向对象技术方面,基于有限元的工程计算程序也还有所不足。在本文中,笔者对以上不足作了一些改进:(a)提出了基于有限元抽象对象体系的程序设计思想,并建立了一种有限元抽象对象体系结构的具体实现,且将其成功地运用于本文的程序研制;(b)基于本文中提出并建立的有限元抽象对象体系,采用面向对象方法设计,并集成了本文中所涉及的所有参数随机优化反演程序。由于该程序界面的设计采用 Windows 9x 系列操作系统图形用户界面,用户可方便地对该程序进行操作,并在其它程序中通过组件对象模型等技术,集成该程序已经做过的工作。

1 材料参数的随机反演方法

概率统计中主要有几种参数估计理论:Gauss-Markov 参数估计、极大似然法参数估计以及 Bayes 参数估计(最大验后估计)等。在这几种参数估计理论中,Bayes 参数估计是各种估计的一般情形,它包含极大似然估计和 Gauss-Markov 估计。因此,可以通过在要求初始信息最多的 Bayes 参数估计中减少初始信息得到其它参数估计方法。本文主要介绍 Bayes 参数估计的目标函数及其相关问题。

假定已知材料参数 X 服从正态分布,且其先验信息的均值和方差分别为

$$E(X) = X_0 \quad \text{cov}(XX^T) = C_X^0 \quad (1)$$

当基于位移观测数据对线弹性材料参数 X 进行反演时,其误差函数为^[4]

$$J = (U^* - U)^T C_U^{-1} (U^* - U) + (X - X_0)^T C_X^0 (X - X_0) \quad (2)$$

由式(2)可推导得误差函数 J 对参数 X 的偏导函数

$$\frac{\partial J}{\partial X} = 2 \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^T C_U^{-1} (U - U^*) + C_X^0 (X - X_0) \quad (3)$$

式中: X_0 ——材料参数先验信息; C_X^0 ——材料参数先验信息的协方差; U ——结构位移计算值; U^* ——结构

位移实测值.

根据式(2)(3),采用参数反演的梯度优化方法,可以得到待反演材料参数 X 的均值.对于参数 X 的方差,文献[5]中给出一个直接迭代求解公式,同时结合梯度优化反演方法,可得

$$C_{\hat{X}} = [I - MS]C_X^0[I - MS]^T + MC_U^{-1}M^T \tag{4}$$
$$S = \frac{\partial U}{\partial X} \quad M = [S^T C_U^{-1}S + (C_X^0)^{-1}]^{-1}S^T C_U^{-1}$$

式中: I ——单位矩阵; C_U^{-1} —— U^* 的协方差矩阵的逆矩阵.

根据 C_X^0, C_U^* 的对称非奇异性,可以证明,式(4)可进一步写为^[6]

$$C_X = C_X^0 - A_0 S C_U^0 S^T = [(C_X^0)^{-1} + S^T C_U^{-1}S]^{-1} \tag{5}$$
$$A_0 = C_X^0 S^T (S C_X^0 S^T + C_U^*)^{-1}$$

2 基于面向对象方法的参数随机反演程序设计

2.1 设计思想

在进行面向对象有限元程序设计时,有两个步骤:(a)从宏观的角度把握,设计出一种抽象的有限元对象体系结构,在这一抽象的对象体系结构中,只考虑尽量反映各种有限元计算理论的共同特点,将它们所具有的共同点抽象出来,而不去过多地考虑各具体有限元计算理论的实现细节.也就是说,在这一步的实现过程中,关键是要实现一种“可插拔”的框架体系结构,并留出具体的“接口”.(b)针对具体要实现的有限元计算理论,在继承第一步实现的抽象体系结构的基础之上,实现具体部分.

2.2 主要的类体系结构——集合型类体系结构

对有限元体系结构进行分析可以发现,在这种体系结构中,常常需要控制一种集合关系.而在这些集合中,又需要控制组成这些集合的所有集合元素个体.按照面向对象的思维方式,就可以抽象出集合类继承结构,如图1所示.

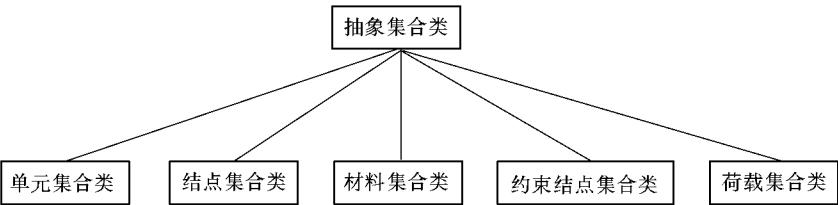


图1 主要集合类继承关系

Fig.1 Inherited relationship of main collections

2.3 类的综合及面向对象的有限元类

仅有以上所讨论的几个主要的有限元类,还不能作为真正有用的有限元体系结构.为此,需要将它们有机地综合起来,从而实现一个完整的有限元类.这样的有限元类对象应该拥有:所有有限元计算都需要的对象(如单元集合、结点集合、荷载集合等)和灵活的对象操纵功能;联系各类对象的功能;充分的可扩展能力.有限元类的主要功能有:控制信息属性,表示诸如单元数目、结点数目、约束结点数目、材料种类等控制信息;约束结点集合、单元集合、荷载集合、材料集合、结点集合、整体劲度矩阵等重要对象属性;将各集合对象相互进行绑定的功能,如单元集合对象与结点集合、材料集合对象的绑定等;各集合对象清空方法;创建结构整体劲度矩阵的指示向量;计算结构各结点的自由度编号;计算结构整体荷载列阵;计算结构整体劲度矩阵;求解结构整体位移列阵;计算结构各结点的应变、应力;提供随机有限元接口如 $(\frac{\partial K}{\partial X})U$ 的计算等.

2.4 有限元对象的应用

在对线弹性材料进行参数优化反演的过程中,需要在参数优化的每一步迭代中利用有限元进行正分析.具体来说,就是需要利用有限元进行目标函数值及目标函数对材料参数偏导的计算.

为此,需利用以上设计的有限元类的相应方法做一些工作:(a)首先进行计算前的准备工作,即从数据文件中读入数据,建立所有的有限元对象(包括所有单元对象、结点对象、约束结点对象、材料对象、荷载对象);

计算整体劲度矩阵的指示向量 ,计算结构整体荷载列阵 (b)在每次迭代过程中 ,当需要计算目标函数值时 ,首先将材料参数值设为当前参数值 ;其次调用软件计算结构整体位移列阵 U ;最后计算目标函数值 (c)将计算出来的整体位移列阵 U 按照结点自由度编号 ,赋值给相应结点对象的位移属性 ,并调用软件计算 $(\frac{\partial K}{\partial X})U$;再调用有限元 ,即可计算出 $\frac{\partial U}{\partial X}$,最后计算出目标函数对材料参数的偏导 .

3 面向对象的参数随机反演及算例分析

在线弹性材料参数优化反演程序的设计过程中 ,利用类体系 结合 Windows 9x 系列图形用户界面软件设计风格 ,设计了实用的线弹性材料参数反演程序 .

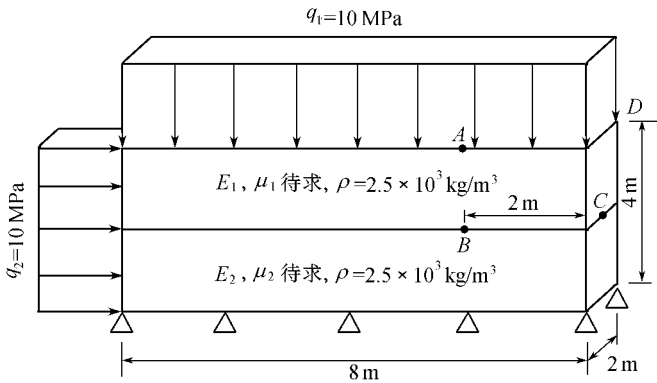


图 2 结构计算简图

Fig.2 Schematic diagram of structural computation

见图 2 所示结构 ,上层单元的弹性模量 E_1 真实值为 $2.0 \times 10^4 \text{ MPa}$,泊松比 μ_1 为 0.167 ,下层单元的弹性模量 E_2 真实值为 $1.5 \times 10^4 \text{ MPa}$,泊松比 μ_2 为 0.167 .用 4 个已知位移(已知结点 A ,B 的 Z 方向正分析计算位移分别为 $-2.504 \times 10^{-3} \text{ m}$ 和 $-1.471 \times 10^{-3} \text{ m}$,结点 C ,D 的 X 方向正分析计算位移分别为 $0.710 \times 10^{-3} \text{ m}$ 和 $1.939 \times 10^{-3} \text{ m}$)对未知材料参数 E_1, E_2, μ_1, μ_2 进行反演(收敛准则为误差函数值小于 10^{-4}).各点位移实测资料的统计特性见表 1 .

采用表 2 的参数先验信息 ,将其输入程序进行计算 ,采用最优步长搜索初始增量和收敛准则 ,计算结果见表 3 .从表 3 可以看出 ,通过增加材料参数的经验值作为待估参数的先验信息 ,得到了较准确的反演结果 ,从而使得参数反演在工程上更具有实用性 .

表 1 实测位移统计特性

Table 1 Statistical characteristics of observed displacements

点号	位移方向	均值 $E(U)$	标准差 $\sigma(U)$	方差 $\sigma^2(U)$	变异系数
A	Z	-2.50	0.2500	0.0625	0.10
B	Z	-1.47	0.2205	0.0486	0.15
C	X	0.71	0.2130	0.0454	0.30
D	X	1.94	0.1940	0.0376	0.10

表 2 材料参数的先验信息

Table 2 Pre-known information of material parameters

参数	均值	标准差	变异系数
$E_1/10^4 \text{ MPa}$	2.2	0.365	0.17
$E_2/10^4 \text{ MPa}$	1.3	0.294	0.23
μ_1	0.165	0.062	0.38
μ_2	0.165	0.054	0.33

表 3 参数均值反演结果

Table 3 Back analysis result of parametric means

参数	初始值	结果值	相对误差/%	迭代次数
$E_1/10^4 \text{ MPa}$	1.0	2.194	9.70	7
$E_2/10^4 \text{ MPa}$	2.5	1.386	7.60	7
μ_1	0.2	0.163	2.40	7
μ_2	0.2	0.162	3.00	7

4 结 语

针对常用的参数随机反演方法,提出了有限元抽象对象体系结构和基于有限元的工程计算程序的设计方法,并利用其进行了面向对象的参数随机反演程序设计,大大减少工作量,提高代码的复用性、可维护性和动态可扩展性。

参考文献:

- [1] 孙均, 黄宏伟. 岩土力学反演问题的随机理论与方法[M]. 汕头: 汕头大学出版社, 1996. 141—155.
- [2] 周本宽. 面向对象有限元程序的类设计[J]. 计算结构力学及其应用, 1996, 13(3): 269—277.
- [3] 张向. 面向对象的有限元程序设计[J]. 计算力学学报, 1999, 16(2): 216—225.
- [4] 吕爱钟, 蒋斌松. 岩石力学反问题[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1998. 30—33.
- [5] GIODA G, SAKURAI S. Back analysis procedure for the interpretation of field measurements in geomechanics[J]. Int J for Numerical and Analysis Methods in Geomechanics, 1987, 11: 555—583.
- [6] CIVIDINI A, MAIER G, NAPPI A. Parameter estimation of a static geotechnical model using a Bayes approach[J]. Int J Rock Mech Min Sci & Geomechanics Abstract, 1983, 20(5): 215—226.

Object oriented programming technique for random parameter back analysis

LIU Ning, ZHAO Xin-ming, HU Qiang, ZHANG Jian

(College of Civil Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China)

Abstract: Based on a brief introduction of the back analysis method for random displacement parameter identification of linear-elastic materials, an FEM abstract object architecture (FEMAOA) is designed to improve the reusability and dynamic expansion of the FEM computational program and make it easy to be maintained, and the new architecture also overcomes some shortcomings of the existing program which combines the object oriented-programming (OOP) technique with FEM. Furthermore, a calculation program is compiled for the random parameter back analysis. The effectiveness of the method is verified by a typical computational example.

Key words: programming; FEM; back analysis