

由 DEM 确定 Nash 汇流模型的参数

石 朋 ,芮孝芳 ,瞿思敏

(河海大学水资源环境学院 ,江苏 南京 210098)

摘要 :针对推求 Nash 汇流模型参数的传统方法中需要有足够数量的流域降雨径流资料 ,而目前在大部分地区并没有足够的水文资料这一情况 ,提出了一种确定 Nash 模型参数的新方法 .首先由 DEM 提取地形地貌参数 ,然后推算 Nash 模型的参数 .选择长江三峡沿渡河流域为例进行模拟计算 ,取得了较好的效果 ,表明本文方法在实用上是可行的 ,完全避开了大量降雨径流资料的处理和分析 ,有助于进一步深化缺少资料情况下汇流计算方法的研究 .

关键词 :数字高程模型(DEM) ;Nash 模型 ;地貌参数 ;地形资料

中图分类号 :P338⁺.9 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-1980(2003)04-0378-04

1 问题的提出

Nash 模型是一个概念性流域汇流模型 ,它将流域对降雨的再分配作用比做一系列相互效应的线性水库串联所产生的调节作用 .该模型的提出推动了流域汇流从纯经验的范畴进入到系统推理的轨道上 ,从而开辟了采用系统分析理论研究汇流问题的新领域 .Nash 瞬时单位线的数学表达式为

$$u(t) = \frac{1}{K(N-1)!} \left(\frac{t}{K} \right)^{N-1} e^{-t/K} \quad (1)$$

可以注意到 ,式(1)中存在两个待定参数 ,即 N 和 K .其中 N 为线性水库的个数 , K 为线性水库的蓄量常数 .

依据流域汇流系统的输入(净雨)、输出(流量)资料估计这两个参数的研究 ,国内外水文学者做了大量的工作 ,并提出了多种参数估计方法 ,其中常见的有矩法、最优化方法等^[1] .

张明^[2]以 Nash 模型(类同于 Γ 分布)的数学表达形式为基础 ,应用最大信息熵原理 ,提出了一种 Nash 模型参数估计的新方法——熵法 .这种方法在理论上是严谨的 ,概念清楚 ,算式简单 ,容易被掌握 .但文献^[2]中仅通过理想资料初步检验了其方法的实用性 ,在实践中的应用有待进一步研究 .

在传统的用矩法求 Nash 模型参数的方法中一定要有足够数量的流域降雨径流资料 .但是 ,目前在大部分地区并没有足够的水文资料 ,对于这些地区如何利用 Nash 模型进行汇流模拟呢 ?

流域汇流研究的是流域对注入其中的净雨的再分配作用 ,实际上也就是两种扩散作用 .其一是反映净雨质点在流域上的分布位置对流域汇流影响的地貌扩散作用 ,这种扩散作用与流域的地势、面积、形状和水系分布特点等有关 ;其二是水动力扩散作用 ,它由流速的空间分布不均匀所引起 .对于地面径流汇流 ,流速的空间分布不均匀主要表现在流速沿水流方向分布的不均匀性 .因此 ,一个流域的水动力扩散作用可认为主要取决于流速的地形坡度沿水流方向的不均匀性 .这一认识使人们可以从地形地貌的角度来寻找 Nash 模型参数的解法 .

2 用地貌参数推求参数 N 的公式

对式(1)进行分析可以得出下面的结论 :

$$u_p t_p = \frac{(N-1)^N e^{(1-N)}}{(N-1)!} \quad (2)$$

式中： u_p ——峰值； t_p ——峰值的出现时间。

另外，罗德里古兹·伊特布(Rodriguez-Iturbe)等^[3]在研究地貌瞬时单位线的特性时，通过回归分析发现其峰值和峰现时间可以表达为

$$u_p = 0.364 R_L^{0.43} v L^{-1} \tag{3}$$

$$t_p = 1.584 \left(\frac{R_B}{R_A} \right)^{0.55} R_L^{-0.38} v^{-1} L \tag{4}$$

式中： R_B 、 R_L 、 R_A ——流域水系的分汊比、河长比和面积比，可由霍顿(Horton)的河数率、河长率和面积率分别求得； L ——流域中最高级别河流的长度； v ——流域平均流速。

由式(3)(4)可以得到

$$u_p t_p = 0.58 (R_B/R_A)^{0.55} R_L^{0.05} \tag{5}$$

比较式(2)和式(5)可以得到

$$\frac{(N-1)^N e^{(1-N)}}{(N-1)!} = 0.58 \left(\frac{R_B}{R_A} \right)^{0.55} R_L^{0.05} \tag{6}$$

由此可见，Nash 模型中的参数 N 是一个取决于流域霍顿地貌参数的汇流参数，它主要反映流域的面积、形状和水系分布特点等对流域汇流的影响。对式(6)采用逐步逼近的方法求解即可得到参数 N 。国内外关于河系随机结构理论的大量资料表明， R_B 、 R_L 和 R_A 的取值范围分别为 $3 \sim 5$ 、 $1.5 \sim 3.5$ 和 $3 \sim 6$ ，由此推得 N 的取值范围为 $3 \sim 3.5$ 。此外，早在 1977 年，辛格(Singh)根据大量的实测资料分析，也曾得出不论流域面积有多大， N 均可近似取值为 3 的结论。

3 用地形资料推求参数 K 的公式

关于用地形资料推求参数 K 的问题，其实质是如何根据地形资料来确定流域平均汇流时间。为此，要首先确定流速沿水流方向的分布。文献[4]根据不同级别河流的流速主要依赖于其地形坡度的事实，给出了下列关系：

$$\tau = 1 - (1 - \lambda)(1 - \rho) \tag{7}$$

其中

$$\lambda = \left(\sum_{j=1}^n \Delta l_j \right) \left(\sum_{j=1}^J \Delta l_j \right)^{-1} \quad \rho = \left(\sum_{j=1}^n (\Delta l_j p_j^{-0.5}) \right) \left(\sum_{j=1}^J (\Delta l_j p_j^{-0.5}) \right)^{-1} \tag{8}$$

式中： τ ——净雨质点自河源至下游某一断面的平均汇流时间与河源至流域出口断面的平均汇流时间的比值； Δl_j ——河源开始划分的第 j 个子河段的长度； p_j ——第 j 个子河段的平均坡度； n ——河源至下游某断面的子河段数； J ——河源至流域出口断面的子河段数； l ——河源至下游某断面的河长； L ——河源至流域出口断面的河长。

经过进一步分析还可以得到下面的关系式：

$$\tau = \lambda^{1-m\lambda} \tag{9}$$

式中： m ——反映河道纵剖面特性的综合参数，根据实际资料分析，其值一般在 $1 \sim 1.2$ 之间。

由式(7)~(9)可知，只要给出流域出口断面的流速，就可按照下式来确定 K ：

$$K = \frac{\alpha L_\Omega}{n(1 - \lambda_{\Omega-1}^{1-m\lambda_{\Omega-1}})} v_\Omega^{-1} \tag{10}$$

式中： Ω ——流域的斯特拉勒(Strahler)级别，即河系中最高级别河流的级数； L_Ω ——河系中最高级别河流的长度； $\lambda_{\Omega-1}$ ——河源至 $\Omega-1$ 级河流末端处的 λ 值； v_Ω ——流域出口断面的流速，一般由出口断面洪水过程线的涨洪段的平均流速给定； α ——流域形心至流域出口断面的距离与流域长度的比值。

式(10)表明， K 反映了水动力扩散作用对流域汇流的影响。

利用霍顿河长定律，式(10)中的 λ 还可以表达为

$$\lambda_i = \left(\sum_{j=1}^i R_L^{i-\Omega} \right) / \left(\sum_{j=1}^\Omega R_L^{i-\Omega} \right) \quad (i = 1, 2, \dots, \Omega - 1, \Omega) \tag{11}$$

4 实例应用

4.1 DEM定义

DEM 是 DTM(数字地面模型 :Digital Terrain Model)中最基本的部分 ,它是对地球表面地形地貌的一种离散的数字表达 .作为地球空间框架数据的基本内容和其他各种地理信息的载体 ,DEM 是各种地学分析的基础数据 ,也是 GIS 最基本的内容 .

4.2 DEM 的生成

本文以长江三峡区间沿渡河流域作为研究区域 ,其出口断面沿渡河水文站的地理坐标为东经 110°18′、北纬 30°12′ ,控制流域面积 601 km² .对该流域 ,以 1:50 000 的地形图作为采集高程的信息源 ,每两条等高线间的高程差为 20 m .

制作过程包括 ,在 MapInfo 中对地形图进行数字化 ,在 ArcView 中生成 TIN 和 Grid ,最后在 RiverTools 中对 DEM 进行水文分析 .

4.3 地貌参数的获取

经过 RiverTools 中的水文分析可知沿渡河流域是一个 4 级流域 ,其地貌参数如表 1 所示 .

由表 1 中的霍顿地貌参数 ,按式 (6) 求得该流域参数 $N \approx 3$.

从该流域 1:50 000 地形图上按支流量算各自自河源的河长与地形高程的关系 ,据此可求得该流域的 $m = 1.15$.又知 $\alpha \approx 0.5$,由此即可以按式 (10) 计算出该流域的参数 $K = 1.51$.

把上述计算出的参数 N 和 K 代入式 (1) ,即可得到沿渡河流域的 Nash 单位线 ,再利用 S 曲线进行转化后得到该流域 1 h 的时段单位线 ,结果如表 2 所示 .

表 2 沿渡河流域 1 h 的 Nash 单位线

Table 2 Nash unit hydrograph($\Delta t = 1\text{ h}$) of Yanduhe River basin

t	$UH(t)$	t	$UH(t)$	t	$UH(t)$	t	$UH(t)$	t	$UH(t)$
1	0.0000	6	0.1491	11	0.0245	16	0.0021	21	0.0002
2	0.0297	7	0.1152	12	0.0154	17	0.0012	22	0.0001
3	0.1187	8	0.0832	13	0.0096	18	0.0007		
4	0.1710	9	0.0572	14	0.0059	19	0.0004		
5	0.1740	10	0.0380	15	0.0035	20	0.0003		

应用求得的单位线对该流域 1981 ~ 1987 年的 24 场洪水进行汇流计算(计算时段 $\Delta t = 1\text{ h}$) ,计算结果列于表 3 .

表 3 沿渡河流域应用 Nash 模型计算结果

Table 3 Results of flood calculation for Yanduhe River basin by Nash model

洪号	洪峰流量			峰现时差 /h	确定性 系数	洪号	洪峰流量			峰现时差 /h	确定性 系数
	实测值 ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	计算值 ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	相对误差 /%				实测值 ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	计算值 ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	相对误差 /%		
810625	1047	1044.5	-0.23	+1	0.852	831018	299	300.5	0.37	-1	0.813
810714	536	533.4	-0.43	+2	0.910	840612	291	288.2	-0.10	+2	0.856
810812	545	539.4	-1.03	+2	0.676	840613	484	480	-0.83	0	0.935
810824	460	447.4	-2.74	+1	0.960	840725	950	962.8	1.35	+1	0.838
820720	929	916.2	-1.42	+2	0.772	840910	313	305.2	-2.37	-1	0.914
820821	490	499	1.90	0	0.937	850424	288	289.5	0.38	0	0.815
820823	249	230.6	-7.50	-1	0.912	850603	195	186.7	-4.26	+2	0.927
830625	1417	1443	1.83	+2	0.624	850621	444	414.2	-6.73	+1	0.974
830721	833	815.4	-2.08	+1	0.861	860615	451	433.8	-3.88	+2	0.866
830908	799	797.3	-0.26	0	0.953	860909	783	782.4	-0.10	0	0.900
830923	367	356.7	-2.86	+3	0.718	860912	187	186.6	-0.11	0	0.978
831005	454	489.3	7.68	-23	0.767	870627	270	262	-2.86	+5	0.858

注 洪峰相对误差一栏 ; - '表示计算洪峰偏小 ,峰现时差一栏 ; + '表示滞后 ; - '表示超前 .

5 结 语

由计算结果可见 ,本文方法在实用上是可行的 .本文以数字化技术为基础 ,利用现代化的计算机作为工具 ,构造 DEM ,提取地形地貌参数 ,推求 Nash 单位线 ,完全避开了大量的降雨径流资料的分析和处理 ,并且较好地解决了缺少资料地区的汇流计算问题 .可以预见 ;“数字化”将是未来水文学的一个主要发展方向 .

参考文献 :

[1] 芮孝芳 .仅依据汇流系统出流资料确定 Nash 模型参数的研究 [J]. 水科学进展 ,1993 4(2):141—146.
[2] 张明 . Nash 模型参数估计的熵法 [J]. 水利学报 ,2002(1) 62—66.
[3] RODRIGUEZ-ITURBE I ,VALDES J B. The geomorphologic structure of hydrologic responses[J]. Water Resources Research , 1979 ,15 (6):1409—1420.
[4] AGNESE C. Estimation of the time scale of the geomorphologic instantaneous unit hydrograph from effective streamflow velocity[J]. Water Resources Research ,1988 24(7) 969—978.
[5] 石朋 . 流域数字高程模型及其在地貌水文学中的应用[D]. 南京 :河海大学 ,2001 .

Determination of parameters for Nash runoff model by DEM

SHI Peng , RUI Xiao-fang , QU Si-min

(College of Water Resources and Environment , Hohai Univ. , Nanjing 210098 , China)

Abstract :In the conventional method for determination of the parameters of the Nash runoff model , a large amount of precipitation and runoff data are needed . However , many areas of China are always short of sufficient hydrological data . Aiming at the above fact , a new method is developed for parameter determination . First , the geomorphic parameters are derived by the DEM , and then the parameters of the Nash model are deduced . Numerical simulation for the Yanduhe River basin at the Three Gorges of the Yangtze River shows that the present method is applicable . The present model avoids the processing and analysis of large amounts of precipitation and runoff data , and is helpful to further research of the calculating method for runoff in the absence of precipitation and runoff data .

Key words :digital elevation model(DEM); Nash model ; geomorphic parameter ; topographic data