

基于未确知性信息的河流纳污能力计算初探

李如忠^{1 2} ,汪家权² ,王 超¹ ,钱家忠²

(1. 河海大学环境科学与工程学院 ,江苏 南京 210098 ; 2. 合肥工业大学资源与环境工程学院 ,安徽 合肥 230009)

摘要 基于河流水环境系统信息不确定性特点 ,运用未确知数学理论 ,就未确知信息下一般河流水体纳污能力计算问题进行初步研究 .实例分析表明 ,由水体纳污能力计算模式 ,依据未确知有理数四则运算法则和未确知数学期望值公式 ,不仅可以求得河道纳污能力的未确知期望值 ,还可获得相应纳污能力的主观可信度值 .同时 ,由设定的纳污能力可信度水平 ,还可确定相应的水体纳污量 ,这在水污染总量控制决策上具有一定的灵活性和实用性 .

关键词 未确知信息 ;未确知有理数 ;河流纳污能力 ;可信度 ;未确知期望值

中图分类号 :X26 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-1980(2003)04- 0386-03

河流纳污能力计算是水环境管理工作的一项重要内容 .目前 ,对这一概念还没有形成统一的认识 ,但一般认为在水环境使用功能不受破坏的条件下 ,河流受纳污染物的最大数量^[1]或者在给定水域范围、水质标准及设计条件下 ,水体最大容许纳污量即为河流纳污能力^[2] .显然 ,这样定义的河流纳污能力是与一定设计条件相对应的一个确定数值 .到目前为止 ,有关河流纳污能力的计算绝大多数都是针对确定性信息状况而言^[3~7] ,而对不确定性信息下纳污能力的研究还相对较少 .作为一个开放的大系统 ,河流水环境系统中的河水流量、流速、污染物浓度和污染物降解系数等信息都存在着一定的不确定性 .这些信息的不确定性有的是由资料不完整造成的 ,也有的是因人们对其内在机理、变化规律认识不清引起的 .但不论是何种原因造成的 ,都将导致决策者对水环境系统主观认知上的不确定性 ,即未确知性^[8] .本文基于未确知数学理论^[8,9] ,试图就不确定信息下河流纳污能力问题进行探讨 ,为河流纳污能力计算开辟一个新思路 .

1 未确知性信息的数学处理

1.1 未确知有理数概念

对任意闭区间 $[a, b]$, $a = x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$,若函数 $\Phi(x)$ 满足 , $\Phi(x) = \begin{cases} \alpha_i, & x = x_i \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$,且 $\sum_{i=1}^n \alpha_i = \alpha$, $0 < \alpha \leq 1$, $i = 1, 2, \dots, n$,则称 $[a, b]$ 和 $\Phi(x)$ 构成一个 n 阶未确知有理数 ,记作 $[a, b], \Phi(x)$,称 α 为 $[a, b]$ 和 $\Phi(x)$ 分别为该未确知有理数的总可信度、取值区间和可信度分布密度函数 .由此定义可以看出 ,当 $n = 1$ 且 $\alpha = 1$ 时 ,未确知有理数退化为实数 ,即实数是特殊的一阶未确知有理数 .有关未确知有理数的加、减、乘和除四则运算性质 ,可参见文献[8] .

1.2 未确知有理数的数学期望

设未确知有理数 $A = [[x_1, x_k], \Phi_A(x)]$,其中 $\Phi_A(x) = \begin{cases} \alpha_i, & x = x_i \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, $0 < \alpha_i < 1$, $i = 1, 2, \dots, k$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i = \alpha \leq 1$.

称一阶未确知有理数 $E(A) = \left[\left[\frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^k x_i \alpha_i, \frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^k x_i \alpha_i \right], \Phi(x) \right]$,其中 $\Phi(x) = \begin{cases} \alpha, & x = \frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^k x_i \alpha_i \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 为未确知有理数 A 的数学期望 ,也称未确知期望 .显然 ,若 $\alpha = 1$, $E(A)$ 为实数 ,此时未确知数 A 为随机变量 , $E(A)$ 为随机变量的数学期望 ;当 $\alpha < 1$ 时 , $E(A)$ 为一阶未确知有理数 ,而不是实数 .

2 实例研究——河流纳污能力计算

2.1 河道资料信息

某河道长 $L = 10\text{ km}$,水体功能区相应的水质目标 $C_s = 15\text{ mg/L}$,污染物降解系数 $K = 1.16 \times 10^{-6}/\text{s}$ (假定 K 为一个定值) .把河段设计期内水文、水质统计资料和观测数据进行分析 ,把各参量分别按数值大小进行排列 ,可将其划分为若干区间 .以区间数据出现频率作为相应的可信度 ,区间数据平均值代表相应的区间数据 ,则得流量 $Q(\text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$ 、流速 $u(\text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$ 和污染物浓度 $C_0(\text{ mg} \cdot \text{L}^{-1})$ 等参量的未确知信息如下 :

$$Q = [[40 , 120] , \Phi_1(Q)]$$
$$C_0 = [[6 , 14] , \Phi_2(C)]$$
$$u = [[0.12 , 0.32] , \Phi_3(u)]$$

$$\Phi_1(Q) = \begin{cases} 0.4444 , & Q = 40 \\ 0.4444 , & Q = 70 \\ 0.1112 , & Q = 120 \\ 0 , & \text{其他} \end{cases}$$
$$\Phi_2(C) = \begin{cases} 0.125 , & C = 6 \\ 0.500 , & C = 10 \\ 0.375 , & C = 14 \\ 0 , & \text{其他} \end{cases}$$
$$\Phi_3(u) = \begin{cases} 0.3333 , & u = 0.12 \\ 0.5556 , & u = 0.20 \\ 0.1111 , & u = 0.32 \\ 0 , & \text{其他} \end{cases}$$

2.2 河道纳污能力计算

由河流纳污能力计算公式^[1] ,有

$$W = 86.4 \times [Q \times (C_s - C_0) + K \times Q \times C_s \times x / u]$$

即

$$W = 86.4 \times Q \times (15 - C_0) + 86.4 \times 1.16 \times 10^{-6} \times 15 \times 10 \times 10^3 \times Q / u =$$
$$86.4 \times Q \times (15 - C_0) + 15.03 \times Q / u$$

令 $A = 86.4 \times Q \times (15 - C_0)$, $B = 15.03 \times Q / u$,则 $W = A + B$.于是河流纳污能力计算转变为未确知有理数 A , B 的加法运算 .首先 ,根据未确知有理数运算法则^[8] ,求得未确知有理数 A 和 B ;再对 A , B 进行加法运算 ,得到 A , B 带边可能值和矩阵及带边可信度积矩阵(限于篇幅 ,具体计算过程从略) . A , B 带边可能值和矩阵为 :

3456	5334.75	6462	6743.81	8466	8716.5	9092.25	12223.5	12466	18486
6048	7926.75	9054	9335.81	11058	11308.5	11684.25	14815.5	15058	21078
10368	12246.75	13374	13655.81	15378	15628.5	16004.25	19135.5	19378	25398
17280	19158.75	20286	20567.81	22290	22540.5	22916.25	26047.5	26290	32310
30240	32118.75	33246	33527.81	35250	35500.5	35876.25	39007.5	39250	45270
31104	32982.75	34110	34391.81	36114	36364.5	36740.25	39871.5	40114	46134
51840	53718.75	54846	55127.81	56850	57100.5	57476.25	60607.5	60850	66870
54432	56310.75	57438	57719.81	59442	59692.5	60068.25	63199.5	63442	69462
93312	95190.75	96318	96599.81	98322	98572.5	98948.25	102079.5	102322	108342
+	1878.75	3006	3287.81	5010	5260.5	5636.25	8767.5	9010	15030

这里 ,纵轴左侧为 A 的可能值序列 ,横轴下方为 B 的可能值序列 .相应的 A , B 带边可信度积矩阵为 :

0.1667	0.0082	0.0412	0.0082	0.0247	0.0412	0.0021	0.0247	0.0103	0.0062
0.1667	0.0082	0.0412	0.0082	0.0247	0.0412	0.0021	0.0247	0.0103	0.0062
0.0417	0.0021	0.0103	0.0021	0.0062	0.0103	0.0005	0.0062	0.0026	0.0015
0.2222	0.0110	0.0549	0.0110	0.0329	0.0549	0.0014	0.0329	0.0137	0.0082
0.2222	0.0110	0.0549	0.0110	0.0329	0.0549	0.0014	0.0329	0.0137	0.0082
0.0556	0.0027	0.0137	0.0027	0.0082	0.0137	0.0007	0.0082	0.0034	0.0021
0.0556	0.0027	0.0137	0.0027	0.0082	0.0137	0.0007	0.0082	0.0034	0.0021
0.0556	0.0027	0.0137	0.0027	0.0082	0.0137	0.0007	0.0082	0.0034	0.0021
0.0139	0.0007	0.0034	0.0007	0.0021	0.0037	0.0002	0.0021	0.0009	0.0005
×	0.0494	0.2469	0.0494	0.1481	0.2469	0.0123	0.1481	0.0617	0.0370

其中 ,纵轴左侧为 A 的各种可能值所对应的可信度 ,横轴下方则为 B 的各种可能值对应的可信度值 .显然 , A , B 带边可能值和矩阵中的各元素 ,即为河道纳污能力的各种可能取值 .将这 81 个互异元素 ,按由小到大的顺序进行排列 .由于 A , B 可信度积矩阵中的元素与可能值和矩阵中的元素成——对应关系 ,因此 ,可信度积矩阵中的元素即为河道各相应纳污能力下的可信度 .由于总可信度 $\sum \alpha = 1$,故可将 $W = A +$

B 看做类似随机变量来处理. 于是, 河道纳污能力期望值 $E(W) = E(A + B)$ 就是一个实数. 经计算得

$$E(W) = E(A + B) = \sum_{i=1}^{81} \alpha_i w_i = 26\,937.68 \text{ kg/d}$$

即在给定的水环境系统信息下, 河道纳污能力期望值为 $26\,937.68 \text{ kg/d}$.

由表 1 中 81 个互异元素大小排序结果, 也可以求得不同设计可信度水平下的允许纳污量. 显然, 这较仅就某一设计流量来确定水体纳污能力的常规处理方法更加科学、合理.

3 结 束 语

a. 实例研究表明, 运用未确知数学计算不确定信息下河流的纳污能力, 理论上是可行, 计算结果可信, 为河流纳污能力计算开辟了一个新思路.

b. 河水流量、流速及水质浓度等在不同水期往往差异很大, 致使河流实际纳污能力发生较大变化. 作为理论、方法上的探讨, 文中仅对流量、流速和来水水质浓度取较少的几组可能值, 实际河流的情况要比这复杂得多. 但总的来说, 依据所掌握的资料可以进行可能值的确定. 各可能值相应的可信度, 可以选取设计期间该值出现的天数与总天数比值. 值得注意的是, 此时各可能值总可信度往往会小于 1.0. 而存在小于 1.0 的可能性, 正是未确知信息的特点, 这也是它和模糊性、随机性在数学上的主要区别.

c. 由于水环境系统的复杂性, 如何将本文提出的河流纳污能力计算理论进一步完善和拓展尚需做进一步研究.

参考文献:

- [1] 方子云. 水资源保护工作手册[M]. 南京: 河海大学出版社, 1988. 501—518.
- [2] 张玉清. 河流功能区水污染物容量总量控制的原理和方法[M]. 北京: 中国环境科学出版社, 2001. 1—10.
- [3] 韩龙喜, 朱党生, 蒋莉华. 中小型河道纳污能力计算方法研究[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2002, 30(1): 35—38.
- [4] 田卫, 俞穆清, 刘桂琴. 图门江地区水环境容量及其对区域开发的影响研究[J]. 地理科学, 1998, 18(2): 169—175.
- [5] 龚若愚, 周源岗. 柳江柳州段水环境容量研究[J]. 水资源保护, 2001(1): 21—22.
- [6] 万飏, 吴贻名. 河流环境容量的推求及分配方法探讨[J]. 武汉水利电力大学学报, 2000, 33(1): 74—76.
- [7] 周孝德, 郭瑾珑, 程文, 等. 水环境容量计算方法研究[J]. 西安理工大学学报, 1999, 15(3): 1—6.
- [8] 刘开第, 吴和琴, 庞彦军, 等. 不确定性信息数学处理及应用[M]. 北京: 科学出版社, 1999. 43—159.
- [9] 刘开第, 吴和琴, 王念鹏, 等. 未确知数学[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1997. 20—98.

Unascertained information based-calculation of water environment capacity of rivers

LI Ru-zhong^{1, 2}, WANG Jia-quan², WANG Chao¹, QIAN Jia-zhong²

(1. College of Environmental Science and Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China;

2. School of Natural Resources and Environmental Engineering, Hefei Univ. of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract Based on the indeterminateness of the information about river water environment systems, a study is made on the water environment capacity of common river water bodies by use of the unascertained mathematical theory. By the present method, not only can the unascertained expected value of the water environment capacity of river water bodies be calculated, but also its subjective reliability can be obtained on the basis of the rules of four fundamental operations of unascertained rational numbers. Furthermore, the water environment capacity of water bodies can be determined according to its reliability designed, so the method has a certain flexibility and applicability in decision making for total water pollution control.

Key words unascertained information; unascertained rational number; river water environment capacity; reliability; unascertained expected value