

裂隙岩体有效弹性模量估计的一种方法

杨松林,徐卫亚

(河海大学岩土工程研究所,江苏 南京 210098)

摘要:在裂隙随机分布和不考虑裂隙闭合效应的前提下,提出将单个裂隙置于 Taylor 介质中,以此为基础分析单个裂隙的力学行为,进而分析裂隙相互作用效应对岩体有效弹性模量的影响.根据 Betti 能量互等定理和断裂力学理论推导出裂隙岩体有效弹性模量、剪切模量、体积模量和泊松比的理论表达式,探讨了 3 种有效模量随裂隙密度参数变化而变化的规律,并与 Taylor 方法和自洽方法的计算结果进行对比,分析表明本文方法的计算结果更合理.

关键词:裂隙岩体;有效弹性模量;裂隙相互作用;应力强度因子

中图分类号: TU45 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1980(2003)04-0399-04

断裂力学的发展为不连续岩体力学特性研究提供了一种全新的思维方式和分析手段,并已逐渐在岩石工程领域中获得了广泛应用.其中一个很重要的方面就是对各种类型裂隙岩体的有效弹性模量进行估计,从而建立相应的应力应变本构模型.为了计算裂隙岩体的等效弹性模量,人们已经研究建立了许多分析方法^[1~10],其中最简单的就是 Taylor 模型方法. Taylor 模型方法完全不考虑裂隙之间的相互作用,在裂隙密度很小的情况下这种分析方法是正确的,但在裂隙密度很大时不考虑裂隙之间的相互作用显然是不合理的,为此人们提出了自洽方法、广义自洽方法以及微分方法等.自洽方法通常会过高估计裂隙之间的相互作用效应,从而使计算结果出现严重失真,而微分方法和广义自洽方法以及其他一些方法则显得稍微复杂.为了改进这些方法所存在的不足,合理确定裂隙岩体的有效弹性模量,本文提出了一种更简单合理的分析方法,以考虑裂隙相互作用对岩体整体有效弹性模量的影响.

1 基于 Taylor 介质的简单方法

计算裂隙岩体有效弹性模量的各种方法之间的区别本质在于所假设的裂隙周围环境有所不同. Taylor 模型方法认为裂隙处于无损基质材料中;自洽方法假设裂隙处于一个总体弹性模量待定的材料之中;本文所提出的方法则假设裂隙处于 Taylor 介质中,并在此基础上考虑裂隙相互作用对裂隙岩体整体有效弹性模量的影响. Taylor 介质的弹性模量由 Taylor 模型方法确定,由于应力屏蔽效应和应力放大效应同时并存,两者综合作用导致裂隙相互作用对 Taylor 介质的影响不甚显著.因此,在 Taylor 介质中不考虑裂隙相互作用的影响是合理的,也是可以接受的.

在本文的分析中,假设岩体裂隙的方位、出现位置和尺寸均随机分布,这样假设的结果导致裂隙的出现并不改变岩体的各向同性性质.同时还假定裂隙为圆币状,且不考虑裂隙闭合效应.

本文所提方法主要分两步:(a)计算 Taylor 介质的有效弹性模量;(b)将裂隙置于 Taylor 介质中,以此为基础计算裂隙岩体的有效弹性模量.

根据 Betti 能量互等定理,裂隙岩体代表性单元体积 V 在单轴应力 σ 作用下有^[5]

$$\frac{\sigma^2 V}{2E_T} = \frac{\sigma^2 V}{2E} + \Delta\varphi \quad (1)$$

式中: E_T 、 E ——Taylor 介质和岩质材料的杨氏弹性模量; $\Delta\varphi$ ——裂隙引起的附加应变能.

收稿日期 2002-12-03

基金项目 国家自然科学基金资助项目(50128908)、国家重点基础研究发展规划项目(973 项目 J 2002CB412707)、法国国家科研中心(CNRS)资助项目

作者简介 杨松林(1973—),男,湖北当阳人,博士,主要从事岩土力学研究.

在单轴应力 σ 作用下,币状裂隙的应力强度因子为

$$\left. \begin{aligned} K_{\text{I}} &= \frac{2}{\pi} \sigma \sin^2 \gamma \sqrt{\pi a} \\ K_{\text{II}} &= \frac{4}{\pi(2-\mu)} \sigma \sin \gamma \cos \gamma \cos \omega \sqrt{\pi a} \\ K_{\text{III}} &= \frac{4(1-\mu)}{\pi(2-\mu)} \sigma \sin \gamma \cos \gamma \sin \omega \sqrt{\pi a} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 μ ——岩石材料泊松比; a ——币状裂隙半径.

假设币状裂隙通过自相似扩展达到目前的尺寸,则因单裂隙而引起的附加应变能与应力强度因子的关系为

$$U = \frac{1-\mu^2}{E} \int_0^c K_{\text{I}}^2 + K_{\text{II}}^2 + \frac{K_{\text{III}}^2}{1-\mu} 2\pi a da \quad (3)$$

将式(2)代入式(3)便得到单轴应力作用下任意角度单裂隙引起的附加应变能

$$U = \frac{8}{3} \frac{1-\mu^2}{E} \sigma^2 c^3 \left[\sin^4 \gamma + \frac{4}{(2-\mu)^2} \sin^2 \gamma \cos^2 \gamma \cos^2 \omega + \frac{4(1-\mu)}{(2-\mu)^2} \sin^2 \gamma \cos^2 \gamma \sin^2 \omega \right]$$

式中 (γ, ω) 为裂隙方位角.

由于币状裂隙的方位取向和出现位置完全随机,因此需要对裂隙角度参数进行球平均,则有

$$\sin^2 \omega = \cos^2 \omega = \frac{1}{2} \quad \sin^4 \gamma = \frac{1}{5} \quad \sin^2 \gamma \cos^2 \gamma = \frac{2}{15}$$

利用上面的关系式,并考虑裂隙岩体代表性单元体积 V 内的所有 n 条裂隙,则它们所引起的总附加应变能为^[5]

$$\Delta \varphi = \frac{8(1-\mu^2)(10-3\mu)}{45E(2-\mu)} \sigma_n \bar{c}^3 \quad (4)$$

式中 $\bar{c}$ 为裂隙半径的均值.

将式(4)代入式(1)便得到 Taylor 介质的杨氏弹性模量

$$\frac{E_T}{E} = \left[1 + \frac{16(1-\mu^2)(10-3\mu)}{45(2-\mu)} \chi \right]^{-1} \quad (5)$$

式中 χ 为裂隙密度参数, $\chi = \frac{n\bar{c}^3}{V}$.

根据 Betti 能量互等定理,裂隙岩体代表性单元体积 V 在静水应力 σ_H 作用下有^[5]

$$\frac{\sigma_H^2 V}{2K_T} = \frac{\sigma_H^2 V}{2K} + \Delta \phi \quad (6)$$

式中 K_T, K ——Taylor 介质和岩石材料的体积弹性模量; $\Delta \phi$ ——裂隙引起的附加应变能.而在静水应力状态下币状裂隙的应力强度因子为

$$K_{\text{I}} = 2\sigma_H \sqrt{\frac{a}{\pi}} \quad K_{\text{II}} = K_{\text{III}} = 0$$

将其代入式(3)并考虑裂隙岩体代表性单元体积 V 内的所有 n 条裂隙,便得到

$$\Delta \phi = \frac{8}{3} \frac{1-\mu^2}{E} \sigma_H^2 n \bar{c}^3 \quad (7)$$

将式(7)代入式(6)便得到 Taylor 介质的体积弹性模量

$$\frac{K_T}{K} = \left[1 + \frac{16}{9} \frac{1-\mu^2}{1-2\mu} \chi \right]^{-1} \quad (8)$$

根据各向同性体弹性参数之间的关系不难得到 Taylor 介质的剪切弹性模量和泊松比

$$\frac{G_T}{G} = \left[1 + \frac{32(1-\mu)(5-\mu)}{45(2-\mu)} \chi \right]^{-1} \quad \frac{\mu_T}{\mu} = \frac{E_T}{E} \left(1 + \frac{16}{45} \frac{1-\mu^2}{2-\mu} \chi \right) \quad (9)$$

式中 G 为岩质材料的剪切弹性模量.

将裂隙置于 Taylor 介质中,以此为基础考虑裂隙相互作用对裂隙岩体弹性模量的影响.为此,在式(4)和式(7)中分别以 E_T, μ_T 代替 E, μ ,经过类似的推导过程,便可以得到裂隙岩体的杨氏弹性模量、体积弹性模

量、剪切弹性模量和泊松比,表达式分别如下

$$\frac{\bar{E}}{E} = \left[1 + \frac{16}{45} \frac{E}{E_T} \frac{(1 - \mu_T^2)(10 - 3\mu_T)}{2 - \mu_T} \chi \right]^{-1}$$
$$\frac{\bar{K}}{K} = \left[1 + \frac{16}{9} \frac{E}{E_T} \frac{1 - \mu_T^2}{1 - 2\mu_T} \chi \right]^{-1}$$
$$\frac{\bar{G}}{G} = \left[1 + \frac{32}{45} \frac{E}{E_T} \frac{(1 - \mu_T^2)(5 - \mu_T)}{(2 - \mu_T)(1 + \mu_T)} \chi \right]^{-1}$$
$$\frac{\bar{\mu}}{\mu} = \frac{1}{\mu} \left[(1 + \mu) \frac{\bar{E}}{E} \frac{G}{G} - 1 \right]$$

(10)

用自洽方法计算的裂隙岩体的有效杨氏弹性模量、体积弹性模量和剪切弹性模量为

$$\frac{\bar{E}}{E} = 1 - \frac{16}{45} \frac{(1 - \bar{\mu}^2)(10 - 3\bar{\mu})}{2 - \bar{\mu}} \chi$$
$$\frac{\bar{K}}{K} = 1 - \frac{16}{9} \frac{1 - \bar{\mu}^2}{1 - 2\bar{\mu}} \chi$$
$$\frac{\bar{G}}{G} = 1 - \frac{32}{45} \frac{(1 - \bar{\mu})(5 - \bar{\mu})}{2 - \bar{\mu}} \chi$$

(11)

在应用自洽方法时裂隙岩体的泊松比要由下式通过迭代方法求取：

$$\chi = \frac{45}{16} \frac{(\mu - \bar{\mu})(2 - \bar{\mu})}{(1 - \bar{\mu}^2)[10\mu - \bar{\mu}(1 + 3\mu)]}$$

(12)

2 计算分析

为了证明本文所提方法的合理性,用本文方法分别计算了裂隙岩体的杨氏弹性模量、剪切弹性模量、体积弹性模量和泊松比,将所得结果与 Taylor 方法和自洽方法的计算结果进行对比,并分别表示在图 1~4 中。

众所周知,对于自洽方法,当裂隙密度参数 χ 趋近于 $9/16$ 时,所有相关弹性模量都趋近于零,原因在于自洽方法过高估计了裂隙之间相互作用对弹性模量的影响。而 Taylor 方法由于不考虑裂隙之间的相互作用,在裂隙密度非常小时其计算结果可以接受,而在裂隙密度较大时其计算结果与考虑裂隙相互作用的其他方法的计算结果相差较大。相比较而言,自洽方法的计算结果偏低,Taylor 方法的弹性模量计算值偏高,本文方法的计算值位于它们两者之间,结果比较合理。

与考虑裂隙相互作用影响的其他方法相比,本文方法的另一个特点在于计算时不需要迭代,计算过程比较简单。

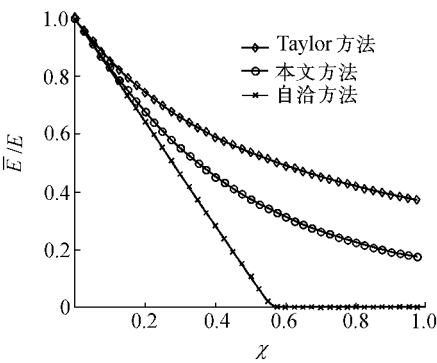


图 1 裂隙岩体杨氏弹性模量
Fig.1 Young's modulus of cracked rock

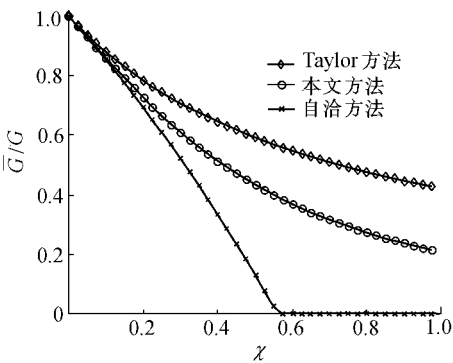


图 2 裂隙岩体剪切弹性模量
Fig.2 Shear modulus of cracked rock

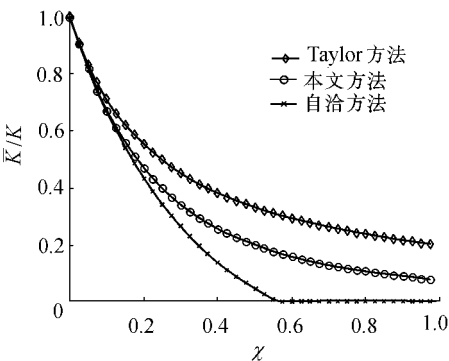


图 3 裂隙岩体体积弹性模量
Fig.3 Volumetric modulus of elasticity of cracked rock

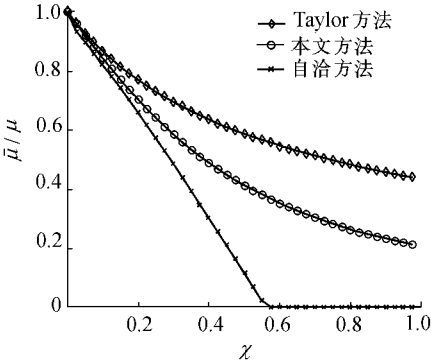


图 4 裂隙岩体泊松比
Fig.4 Poisson's ratio of cracked rock

3 结 语

本文在裂隙随机分布和不考虑裂隙闭合效应的前提下,提出将裂隙置于 Taylor 介质中,以此为基础考虑裂隙相互作用效应对岩体有效弹性模量的影响,根据 Betti 能量互等定理和断裂力学理论推导出相应的有效弹性模量表达式,并将本文方法的计算结果与 Taylor 方法和自洽方法的计算结果进行了对比.分析表明,本文方法的计算结果更合理.

参考文献:

- [1] BERNARD Budiansky ,RICHARD O 'Connell. Elastic moduli of a cracked solid[J]. Int J Solids Structures ,1976 ,12 ,81—97.
- [2] ALAN Hoenig. Elastic moduli of a non-randomly cracked body[J]. Int J Solids Structure ,1979 ,15 ,137—154.
- [3] MARGOLIN L G. Elastic moduli of a cracked body[J]. Int Journ of Fracture ,1983 ,22 ,65—79.
- [4] HORRI H ,NEMAT-NASSER S. Overall moduli of solids with microcracks : load-induced anisotropy[J]. J Mech Phys Solids ,1983 ,31 ,155—171.
- [5] KEMENY J ,COOK N G W. Effective moduli ,non-linear deformation and strength of a cracked solid[J]. Int J Rock Mech Min Sci & Geomech Abstr , 1986 ,23(2) :107—118.
- [6] LAWS N ,BROCHENBROUGH J R. The effect of microcrack systems on the loss of stiffness of brittle solid[J]. Int J Solids Structure , 1986 ,23(9) :1247—1268.
- [7] HU K X ,HUANG Y. Estimation of the elastic properties of fractured rock masses[J]. Int J Rock Mech Min Sci & Geomech Abstr ,1993 ,30(4) :107—118.
- [8] ALAN H. The behavior of a flat elliptical crack in an anisotropic elastic body[J]. Int J Solids Structure ,14 ,925—934.
- [9] IGOR T ,MARK K. Anisotropic material with arbitrarily oriented cracks and elliptical holes : effective elastic modul[J]. Int J of Fracture , 1998 ,92 ,L9—L14.
- [10] WU Kuang-chong. On an elliptic crack embedded in an anisotropic materia[J]. Int J Solids Structure 2000 ,37 ,4841—4857.

A simple method to estimate the effective elastic moduli of cracked rock

YANG Song-lin , XU Wei-ya

(*Research Institute of Geotechnical Engineering , Hohai Univ. , Nanjing 210098 , China*)

Abstract :Under the condition of random crack distribution and without consideration of the closing effect of cracks , the mechanical behavior of individual cracks is analyzed with them embedded in the Taylor medium , and the influence of crack interaction on the effective moduli of cracked rocks is studied. According to Betti 's reciprocal theorem and theory of fracture mechanics , equations of effective elastic modulus , shear modulus and volumetric modulus are deduced , and the variations of the three effective moduli with the crack density parameter are discussed. A comparison of the calculated results with those obtained by the self-consistent method and the Taylor method indicates that the present method is simple and reasonable.

Key words :cracked rock ; effective elastic moduli ; crack interaction ; stress intensity factor