

沉桩挤土效应分析

施建勇 陈 文 彭 劼

(河海大学岩土工程研究所 ,江苏 南京 210098)

摘要 将平面圆孔扩张理论推广到空间轴对称条件 ,改进了沉桩引起的位移解析解 ,考虑土体的弹塑性性和挤土引起的土体性质的变化 ,利用有限元法对沉桩进行了分析计算 ,对沉桩进行了离心模型试验 .研究表明 ,沉桩挤土效应的求解应考虑空间轴对称条件 ,沉桩引起的挤土效应将影响桩基础的计算结果 .解析解较有限元结果更接近试验值 .

关键词 圆孔扩张理论 ;土体位移 ;解析解 ;有限元 ;离心模型试验

中图分类号 :TU435 文献标识码 :A 文章编号 :1000-198X(2003)04-0415-04

1 沉桩引起的土体位移分析

假设沉桩过程中桩侧径向应力 p_r 和侧壁摩阻力 τ_{rz} 沿桩长线性增大分布 ,根据极限平衡理论 ,沉桩过程中桩侧土体处于被动状态 ,任意深度 z 处桩侧压力 p_r 和摩擦力 τ_{rz} 的表达式如下 :

$$p_r = p_0 + \frac{p_L - p_0}{L}z = p_0 + K_p \gamma' z \tag{1}$$

$$\tau_{rz} = - \tau_0 - \frac{\tau_L - \tau_0}{L}z = - (c'_a + K_p \gamma' z \tan \varphi'_a) \tag{2}$$

式中 p_0, τ_0 ——桩侧顶部的侧向压力及摩擦力值 ; p_L, τ_L ——桩侧端部的侧向压力及摩擦力值 ; c'_a, φ'_a ——桩土界面粘聚力和摩擦角 ; K_p ——土体被动土压力系数 .

除去桩顶、桩尖处的少部分土体 ,考虑 τ_{rz} 的影响 ,在图 1 所示坐标系下土体准静态空间轴对称的平衡微分方程组为

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = \gamma \tag{4}$$

几何方程和物理方程同一般的力学表达 .

先不考虑体力的影响 ,求得满足平衡方程和几何方程、物理方程的弹性区解答 ,选用应力函数 $\Psi = Az^2 \ln r + Bz \ln r$,能满足 $\nabla^4 \Psi = 0$ 要求 .故有

$$\sigma_r = \frac{\partial}{\partial z} \left(v \nabla^2 \Psi - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} \right) = \frac{2Az}{r^2} + \frac{B}{r^2} \tag{5}$$

$$\sigma_\theta = \frac{\partial}{\partial z} \left(v \nabla^2 \Psi - \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) = - \frac{2Az}{r^2} - \frac{B}{r^2} \tag{6}$$

同理可求得 σ_z 及 τ_{rz} 的表达式 . 桩周土体的径向位移按下式推求 :

$$u_r = \frac{1}{2G} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r \partial z} = \frac{1}{2G} \left(\frac{2Az}{r} + \frac{B}{r^2} \right) \tag{7}$$

式中 A, B 为常数 . 上述各应力解答均为沉桩过程产生的增量 ,弹性区应力解答 σ_r, σ_θ 的最终表达式应加上初始应力 $q = K_0 \sigma'_{v0}$; σ_z 最终表达式应加上 σ'_{v0} (σ'_{v0} 为土体初始竖向有效应力) .

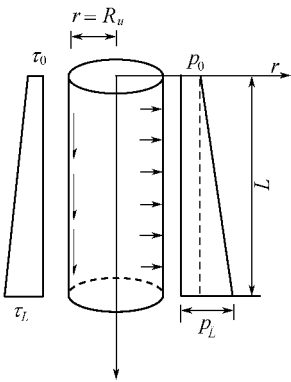


图 1 桩侧孔壁压力与摩擦力分布
Fig.1 Distribution of lateral pressure and friction along the pile

当土体为饱和粘土时,桩体贯入可视为不排水过程,故可取土体内摩擦角 $\varphi = 0$. 此时, Mohr-Coulomb 屈服准则则变为

$$\sigma_r - \sigma_\theta = 2c \quad (8)$$

代入平衡微分方程(3)及(4)中,并结合应力边界条件,可解得径向应力 σ_r 如下:

$$\sigma_r = \left(2c - \frac{\tau_L - \tau_0}{L} R_u \right) \ln \frac{R_u}{r} + \frac{p_L - p_0}{L} z + p_0 \quad (9)$$

在弹、塑性区交界处, $r = R_p$ 代入式(9)中,故弹、塑性区交界处径向压力为

$$\sigma_p = \frac{p_L - p_0}{L} z + \left(2c - \frac{\tau_L - \tau_0}{L} R_u \right) \ln \frac{R_u}{R_p} + p_0 \quad (10)$$

在不排水沉桩过程中,被排开土体的体积等于桩体的入土体积,而柱孔总体积变化等于塑性区体积变化与弹性区体积变化之和. 设 R_i 为孔的初始半径, R_u 为孔的最终半径, R_p 为塑性区半径, u_p 为弹、塑性区交界处的径向位移,并且有 Δ 等于塑性区的体积应变(即每单位体积的体积变化),则沿桩轴 z 方向积分,有

$$\int_0^L \pi (R_u^2 - R_i^2) dz = \int_0^L [\pi R_p^2 - \pi (R_p - u_p)^2 + \pi (R_p^2 - R_u^2) \Delta] dz \quad (11)$$

将式(11)展开后,略去 R_i^2 , u_p^2 等高阶项,又对于饱和粘土不排水过程有 $\Delta = 0$,则式(11)变为

$$1 = 2u_p (R_p / R_u^2) \quad (12)$$

在弹、塑性区交界处,应力和位移满足弹性区应力和位移表达式(5)和(7),联立可得

$$u_p = \frac{(1+v)}{E} R_p \sigma_p \quad (13)$$

将式(13)代入式(12)中,有

$$1 = 2 \frac{(1+v)}{E} \frac{R_p^2}{R_u^2} \sigma_p \quad (14)$$

又因在弹性区,考虑土体初始应力 q 时,有 $\sigma_r - q = -(\sigma_\theta - q)$

在塑性区有

$$\sigma_r - \sigma_\theta = 2c \quad (16)$$

对于弹、塑性区交界处,联立式(15)(16)有

$$(\sigma_r)_{r=R_p} = q + c \quad (17)$$

由式(17)与弹、塑性区交界处径向应力表达式(10)联立可得

$$\sigma_p = \frac{p_L - p_0}{L} z + \left(2c - \frac{\tau_L - \tau_0}{L} R_u \right) \ln \frac{R_u}{R_p} + p_0 = q + c \quad (18)$$

此时,考虑土体初始应力 q ,式(13)变为

$$u_p = \frac{1+v}{E} R_p (\sigma_p - q) \quad (19)$$

代入式(14),并考虑土体初始应力为 q ,则塑性区半径比 R_p/R_u 为

$$\frac{R_p}{R_u} = \sqrt{\frac{E}{2(1+v)c}} = \sqrt{\frac{G}{c}} = \sqrt{I_r} \quad (20)$$

式中 $I_r = \frac{G}{c} = \frac{E}{2(1+v)c}$ 为土体刚度指数. 联立式(18)(19)及(20),并引入边界条件式(1)和(2),考虑到饱和粘土中 $q = K_0 \sigma'_{v0}$,则弹塑性交界处径向位移 u_p 为

$$u_p = \frac{(1+v)}{E} \left[(K_p - K_0) \sigma'_{v0} + (2c - K_p \gamma' \tan \varphi'_a R_u) \ln \frac{R_u}{R_p} \right] R_p \quad (21)$$

式(21)即为桩体贯入过程中饱和粘土中弹、塑性区交界处径向位移公式.

由于沉桩对土体径向位移的影响最为明显,因此下面主要对其进行讨论. 根据本文按空间圆孔扩张理论导得的位移解析解,其弹、塑性区交界处径向位移解答可按式(21)给出,对于弹性区解答,则由式(7)给出,而塑性区径向位移无法用解析式表达. 从式(21)和式(7)可以发现,各点径向位移均随该点距桩轴距离的增大而减小,但弹、塑性区交界处存在不连续的现象. 为此,可以假设整个弹、塑性区位移与弹、塑性区处径向位移具有相同的形式,并假设土体中具有各向相等的初始应力 $q = (1 + 2K_0) \sigma'_{v0} / 3$,同时,考虑到各点位移事实上的差异,式(21)变为

$$u_r = \left[\left(K_p - \frac{1 + 2K_0}{3} \right) \gamma' z + \left(2c - K_p \gamma' \tan \varphi'_a R_u \right) \ln \frac{R_u}{r} \right] R_u \sqrt{\frac{1 + \nu}{2Ec}} \tag{22}$$

进一步可引入修正系数 $\alpha_1, \alpha_2, \beta$, 将上式变为

$$u_r = \left[\left(\alpha_1 + \alpha_2 z \right) \left(K_p - \frac{1 + 2K_0}{3} \right) \gamma' z + \left(\beta \left(2c - K_p \gamma' \tan \varphi'_a R_u \right) \ln \frac{R_u}{r} \right) \right] R_u \sqrt{\frac{1 + \nu}{2Ec}} \tag{23}$$

式中 $\alpha_1, \alpha_2, \beta$ 为与土性指标有关的系数,可依据土体的刚度指数 I_r 来选取。

2 有限元计算分析

2.1 初始半径为零的小孔扩张过程在有限元法中的处理

Carter 等^[1]用一维 Biot 固结有限元分析小孔扩张时指出,实际沉桩情况下,小孔的初始半径为零,但用有限元分析小孔扩张时,小孔初始半径 R_i 必须为非零值,以避免在 $r = 0$ 处产生无穷大的环向应变,并且,这种限制不会造成结果的矛盾。解析解表明,在同样的物质中,一小孔从 $R = a_0$ 开始扩张,在经历了较大的变形后才达到极限扩张压力,有限元最后计算值和解析解相差在 6% 以内。因此用初始半径 a_0 的小孔扩张到 $2a_0$ 的过程来模拟 $0 \sim r_0$ 的小孔扩张半径为 r_0 桩的沉入过程,在精度上是能接受的。 r_0 与 a_0 的关系可以从体积关系推出,即排开的土体积相等,那么 $\pi(2a_0)^2 - a_0^2 = \pi r_0^2$, 所以 $a_0 = r_0/\sqrt{3}$ 。

2.2 大变形的处理

沉桩时,桩周土体发生较大的位移,即涉及大变形问题,桩周土体处于大变形、大应变状态。研究表明^[2,3],大变形结果和小变形结果差别不大,约 6.4%。因此,采用小变形来分析沉桩过程是可以接受的。本文分析计算时采用小位移、小应变,为了反映大变形,在每一个增量计算结束后,将有限元网格的坐标重新计算,重新生成劲度矩阵,代入下一次增量计算。这种方法近似于修正的 Lagrangian 法,但是应变的表示式仍然是一次的,不同于大变形的二次应变计算式。

3 沉桩离心模型试验及计算分析

3.1 离心模型试验

模型箱尺寸 $l \times b \times h = 41.5 \text{ cm} \times 23 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$, 试验取模型率 $n = 20$, 试验的模型桩采用的直径 $D = 30 \text{ mm}$, 桩长为 30 cm 。

灰色粉质粘土的物理力学性质指标列于表 1 中。

表 1 地基土的物理力学性质指标
Table 1 Physical and mechanical indexes of soil

指标	$\omega/\%$	$\gamma_{\text{sat}}/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	$\omega_p/\%$	I_p	e	$S_r/\%$	A_f	E_{s1-2}/MPa	c'_a/MPa	$\varphi'_a/(\circ)$	c'/kPa	$\varphi'/(\circ)$
指标值	33.2	19.5	28.8	14.2	0.85	0.95	0.71	3.61	25.1	22.0	5	25

试验时在不间断运转过程中将半圆形桩紧贴模型箱有机玻璃下压,入土深度为 25 cm 。试验情况如下:在土体固结后,桩体就位,于 10 min 之内将离心机转速均匀增加到 107.5 r/min (即离心加速度 $20g$),并在这一转速下运转,同时以 2.5 mm/s 的速率将模型桩压入土中,模拟静压桩 0.05 m/s 的压桩速率,桩体压入后立即对土体位移进行测量。

3.2 沉桩过程的计算分析

根据离心试验模拟的沉桩情况,可得扩张初始孔径 $a_0 = \bar{r}/\sqrt{3}$ ($\bar{r}$ 为桩体的半径),用 30 s 的时间扩张到 $2a_0$,以此来模拟不排水沉桩过程,并且可避免出现数值上的不稳定性。径向边界长度为 $29\bar{r}$ 左右,大于一般认为的沉桩影响范围 $20\bar{r}$,竖向尺寸的取值则是以沉桩后保证桩底还有约 $10\bar{r}$ 厚的土体为基准。

柱形孔扩张过程分为 100 个增量步,扩张时间 30 s ,即每个增量时间步长为 0.03 s ,边界位移和荷载逐渐施加。沉桩后,还计算了桩周土的再固结过程,该过程用了 10 次迭代,总时间为 8200000 s ,即 95 d 左右。再固结过程中,没有边界位移及荷载增量作用。

为了得到计算所需的剑桥模型参数(即 $\lambda, \mu, \nu, e_{cs}, M$ 及渗透系数 k),对离心模拟试验所用的粘土进行了

参数测定. 进行的试验包括压缩试验、三轴固结排水剪切试验及渗透试验. 计算参数如表 2 所示.

表 2 计算参数
Table 2 Calculating parameters

土体指标	λ	κ	e_{cs}	M	$k_h/(\text{cm}\cdot\text{s}^{-1})$	估计的 $k_h/(\text{cm}\cdot\text{s}^{-1})$	α_1	α_2	β
参数值	0.093	0.0186	1.106	1.113	4.6×10^{-8}	1.0×10^{-8}	7.4	0.03	2.55

图 2 给出了深度 2 m 层面上沉桩结束时桩周土体位移的计算值及离心模拟试验值. 比较表明, 三者在大部分范围内比较接近, 但是在离桩轴 $6\bar{r}$ 以外, 有限元计算值偏大, 解析解与实测值较接近. 实测值 $8\bar{r}$ 左右位移值即达到零, 而有限元计算结果则是在 $19\bar{r}$ 左右才达到零.

4 结 语

a. 本文推导出考虑压桩过程中桩侧孔壁压力和摩擦力沿深度变化的土体应力和位移的空间圆孔扩张理论半解析解, 给出了适合于整个土体范围的径向位移表达式.

b. 沉桩挤土效应是大变形问题, 用常用的有限元法模拟沉桩及后续的固结过程有一定的不合理性. 本文所采用的近似方法可以避免常用有限元法不能考虑大变形的不足, 又可以省去大变形有限元法复杂的求解过程, 精度也能满足工程应用.

c. 径向位移的解析解与离心模型试验的结果较为接近, 有限元计算结果有较大的偏差, 说明在计算中尚有不够完善之处.

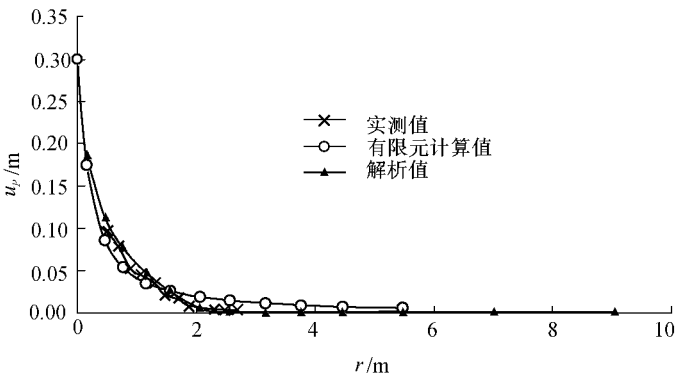


图 2 2m 深处桩侧径向位移值
Fig.2 Radial displacement of soil around the pile at depth of 2 m

参考文献:

[1] CARTER J P ,RANDOLPH M F ,WROTH C P .Stress and pore pressure changes in clay during and after the expansion of cylindrical cavity [J]. Int J for Num and Analy Meth in Geomech ,1979 ,3(2) 305—322.
[2] 陈文. 饱和粘土中静压桩沉桩机理及挤土效应研究[D].南京: 河海大学, 1999.
[3] 彭劼. 饱和粘土中的沉桩的挤土效应研究及其在桩基承载力计算中的应用[D].南京: 河海大学, 2000.

Pile-sinking induced soil squeezing effect

SHI Jian-yong , CHEN Wen , PENG Jie

(Geotechnical Research Institute , Hohai Univ. , Nanjing 210098 , China)

Abstract :The cavity expansion theory used for plane problems is extended to the spatial axisymmetric condition to improve the analytical solution of soil displacement induced by pile-sinking. The FEM is used for calculation of the soil displacement with consideration of the elasto-plastic behavior of soil and variation of soil characteristics induced by soil squeezing , and centrifugal model tests are performed for pile-sinking. Research shows that in solution of pipe-sinking induced soil squeezing effect , the spatial axisymmetric condition should be considered , that the soil squeezing effect will influence the calculated results of pile foundations , and that the analytical solution is closer to the data measured from centrifugal model tests than that calculated with the FEM.

Key words :cavity expansion theory ; soil displacement ; analytical solution ; finite element method ; centrifugal model test