

河渠附近潜水非稳定运动的一种通解

阿里木·吐尔逊¹,周志芳¹,木塔力甫·依明尼亚孜²

(1.河海大学土木工程学院,江苏 南京 210098;2.河海大学水资源环境学院,江苏 南京 210098)

摘要 河渠水位瞬间上升(下降)时,根据河渠附近潜水非稳定运动的解析解,推导出河渠水位以任意一种函数关系随时间连续变化时的一种通用解析解.并把该通用解应用到两个实例的分析当中,验证了它的精确性和实用性.

关键词 河渠 水位变化 潜水非稳定运动

中图分类号 P641.132

文献标识码 A

文章编号 1000-1980(2003)06-0649-03

河渠水位的变化是影响两岸地下水动态的重要因素.河渠水位高于两岸潜水位时,将补给地下水;河渠水位低于附近地下水位时,河渠就成为地下水的排泄出路.因此,在地表水和两岸潜水存在水力联系的情况下,河渠水位的变化必然会引起两岸潜水位相应的变化.在一般情况下,河渠水位不可能长期保持不变,常有一定的涨落,呈不断的变化状态.当河渠水位随时间连续变化时,附近潜水位也在变化,按传统的方法,通常把河渠水位变化曲线近似转化为阶梯状线段^[1],相邻段之间的水位变化看做是瞬间回水,从而把整个水位变化过程理解为各个瞬间回水的叠加.这种传统方法实质上是属于半解析半数值法,不仅操作过程中人为性大,而且计算结果也有较大的误差.因此,本文利用河渠水位瞬间上升(下降)时附近潜水非稳定运动的解析解,推导出河渠水位按任意一种函数关系随时间连续变化时的一种通用解析解,弥补了传统方法的不足.

1 潜水非稳定流的特解

假定潜水含水层均质各向同性、隔水底板水平、初始潜水面水平且为一维流、含水层厚度远大于地下水位变幅,当河渠水位瞬间上升(下降),并上升后保持不变时河渠附近地下水位上升高度,根据地下水动力学原理^[1],可用下式来确定:

$$s(x, t) = H \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \quad (1)$$
$$\operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^\infty e^{-u^2} du \quad a = \frac{Kh}{\mu}$$

式中: $\operatorname{erfc}(z)$ ——余误差函数^[2]; a ——含水层压力传导系数;
 $s(x, t)$ ——离河渠 x 距离的点,在 t 时刻的地下水位变化值(自初始水位算起),水位上升时取正号,下降时取负号,见图 1; H ——河渠水位变化值(瞬间上升或下降后保持不变);
 K ——含水层渗透系数; h ——含水层平均厚度; μ ——含水层饱和差或给水度.

2 潜水非稳定流的通解

2.1 通解的推导

当河渠水位随时间连续变化时,取某一微小时段 $d\varphi$, 这期间的水位变化值 dH 看作是瞬间的变化(见图 2),根据式(1),某一 t 时刻河渠附近地下水位变化值

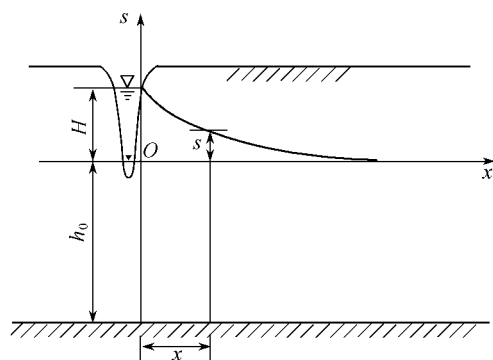


图 1 河渠附近地下水运动
Fig.1 Groundwater movement
in vicinity of canals

$$s(x,t)=\int_0^t H'(\varphi) \operatorname{erfc}\left[\frac{x}{2\sqrt{a(t-\varphi)}}\right] \mathrm{d}\varphi=\\ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t H'(\varphi) \int_{\frac{x}{2\sqrt{a(t-\varphi)}}}^{\infty} \mathrm{e}^{-u^2} \mathrm{d}u \mathrm{d}\varphi \quad (2)$$

把式(2)中重积分的积分次序进行改换,并令 $\lambda=\frac{x}{2\sqrt{at}}$,得

$$s(x,t)=\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\lambda}^{\infty} \mathrm{e}^{-u^2} \int_0^{t(1-\frac{\lambda^2}{u^2})} H'(\varphi) \mathrm{d}\varphi \mathrm{d}u$$

由于 $H(0)=0$,对上式进行整理,得

$$s(x,t)=\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\lambda}^{\infty} H\left[t\left(1-\frac{\lambda^2}{u^2}\right)\right] \mathrm{e}^{-u^2} \mathrm{d}u \quad (3)$$

如含水层的压力传导系数 a 和河渠水位随时间的变化函数 $H(t)$ 已知,则欲求在任一距离 x ,任一时刻 t 因河渠水位连续变化所引起的地下水位变化值,就可由式(3)获得.

2.2 河渠侧渗补给地下水的流量和总量的计算

根据 Darcy 定律,河渠向一侧补给地下水的单宽流量为

$$q_0=-Kh\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)_{x=0} \approx -K\bar{h}\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)_{x=0}$$

把式(2)代入上式,得

$$q_0=-\frac{2K\bar{h}}{\sqrt{\pi}} \frac{\partial}{\partial x}\left[\int_0^t H'(\varphi) \int_{\frac{x}{2\sqrt{a(t-\varphi)}}}^{\infty} \mathrm{e}^{-u^2} \mathrm{d}u \mathrm{d}\varphi\right]_{x=0}=\frac{K\bar{h}}{\sqrt{\pi a}} \int_0^t \frac{H'(\varphi)}{\sqrt{t-\varphi}} \mathrm{d}\varphi$$

有了单宽流量 q_0 ,在单位长度上一侧河渠补给地下水的总侧渗流量就很容易得到,即

$$V=\int_0^t q_0 \mathrm{d}t=\frac{K\bar{h}}{\sqrt{\pi a}} \int_0^t \int_0^t \frac{H'(\varphi)}{\sqrt{t-p}} \mathrm{d}p \mathrm{d}t$$

把上式中重积分的积分次序进行改换,得

$$V=\frac{K\bar{h}}{\sqrt{\pi a}} \int_0^t \int_0^t \frac{H'(\varphi)}{\sqrt{t-\varphi}} \mathrm{d}\varphi \mathrm{d}t=\frac{K\bar{h}}{\sqrt{\pi a}} \int_0^t \int_0^t \frac{H'(\varphi)}{\sqrt{t-\varphi}} \mathrm{d}t \mathrm{d}\varphi=\frac{K\bar{h}}{\sqrt{\pi a}} \int_0^t H'(\varphi)(2\sqrt{t-\varphi}) \mathrm{d}\varphi$$

利用分部积分法对上式进行简化,得

$$V=\frac{K\bar{h}}{\sqrt{\pi a}} \int_0^t \frac{H(\varphi)}{\sqrt{t-\varphi}} \mathrm{d}\varphi$$

3 实例分析

3.1 河渠水位直线变化时的情形

某河流开闸放水后河水位开始缓慢下降,过 15 d 后水位共下降 0.44 mm,根据实测情况,其水位下降过程可近似用直线方程 $H(t)=-v_0 t$ (v_0 为河水位下降速度)来表示.该河流两岸潜水含层均质各向同性,具有水平隔水层,开闸放水之前地下水位基本水平,因此可以直接利用式(3)分析开闸后两岸地下水位的变化情况.把河水位变化方程代入式(3),得

$$s(x,t)=-v_0 t\left[\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\lambda}^{\infty}\left(1-\frac{\lambda^2}{u^2}\right) \mathrm{e}^{-u^2} \mathrm{d}u\right]=H(t) F(\lambda) \quad (4)$$

此式是式(3)的一种特例,是河渠水位直线变化时附近地下水位变化计算公式,其中 $F(\lambda)$ 为河渠水位直线变化时对地下水位的影响系数.根据式(4)分别计算了离河道 50 m,140 m,300 m 三个观测井放水 15 d 后由于河水位下降引起的地下水位下降值(已知含水层压力传导系数 $a=4000 \text{ m}^2/\text{d}$),其结果见表 1,计算值与实测值非常接近.

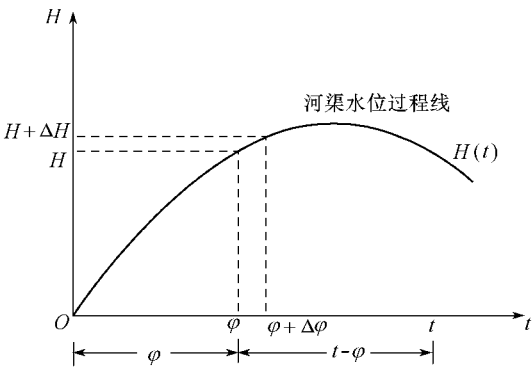


图 2 河渠水位连续变化时的计算过程
Fig.2 Calculation scheme for continuous change of canal water level

表 1 观测井水位下降计算值与实测值
Table 1 Comparison of computed and observed groundwater levels

距河 距离/m	水位下降/m	
	实测	计算
0	0.44	
50	0.33	0.35
140	0.22	0.22
300	0.08	0.09

3.2 河渠水位以指数变化时的情形

某河流发生一次洪水,水位变化过程线(见图 3)可近似用指数形式的方程 $H(t) = \alpha t^\beta e^{-\delta t}$ ($\alpha = 0.47, \beta = 3.50, \delta = 0.70$) 来表示. 河流附近潜水含水层均质各向同性,其厚度为 50 m,渗透系数为 10 m/d,饱和差为 0.05,洪水之前河道两岸地下水基本水平,可以用式(3)分析这次洪水对河流附近区域地下水位的影响. 把上面的河水位变化方程代入式(3)并整理,得

$$s(x,t) = \alpha t^\beta e^{-\delta t} \left[\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_\lambda^\infty \left(1 - \frac{\lambda^2}{u^2} \right)^\beta \exp\left(\frac{\delta t \lambda^2}{u^2} - u^2 \right) du \right] = H(t) F(\lambda,t)$$

(5)

式(5)也是式(3)的一种特例,是河渠水位以指数形式变化的一种情形,其中 $F(\lambda,t)$ 为对地下水位的影响系数. 根据式(5)计算了离河道不同距离的点发生洪水后的地下水位变化情况,其结果见图 3.

4 结 论

从上述两个特例可以看出,当河渠水位连续变化时,只要水位随时间的变化函数已知,根据本文所提出的通用解,就可以推导出相应于河渠水位变化函数的特解,便可分析河渠附近区域地下水运动状况. 该通用解弥补了传统计算方法人为性较大的不足,其计算过程简单,通用性好,具有一定的理论和实际应用意义.

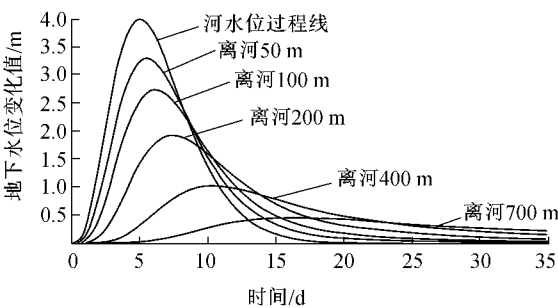


图 3 洪水后河渠附近区域地下水位变化过程
Fig.3 Groundwater level change in vicinity of canals after a flood

参考文献：

[1] 薛禹群. 地下水动力学原理[M]. 北京 地质出版社,1986. 74—88.
[2] 浦俊,吉家锋,伊良忠. MATLAB 6.0 数学手册[M]. 上海 浦东电子出版社,2002. 109—112.

A universal solution to unstable groundwater movement in vicinity of canals

ALIM Tursun¹, ZHOU Zhi-fang¹, MUTALIP Iminniyaz²

(1. College of Civil Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China ;

2. College of Water Resources and Environment, Hohai Univ., Nanjing 210098, China)

Abstract Based on the analytical solution to the unstable groundwater movement in the vicinity of canals under the condition that the water level of canals rises and falls instantly, a universal solution is derived for the case that the water level in canals continuously changes with time in arbitrary function. The solution is applied to the analysis of two practical cases, and the precision and applicability of the solution are verified.

Key words canal ; water level variation ; unstable groundwater movement