

粘结滑移问题的界面应力元模型

戚乐磊¹, 赵鸿铁¹, 梁若筠³, 薛建阳¹, 成自勇²

(1. 西安建筑科技大学土木工程学院, 陕西 西安 710055; 2. 甘肃农业大学水利水电工程系, 甘肃 兰州 730070;
3. 甘肃工业大学理学院, 甘肃 兰州 730050)

摘要 基于不连续介质变形体的界面应力元法, 通过在不同介质界面处设置粘结滑移元件, 以界面两侧块体元材料的本构特性反映界面点对的正应力和法向相对位移之间的关系, 以两种材料结合面的粘结滑移特性表征界面点对的剪应力和切向相对位移之间的关系, 建立了粘结滑移问题的新的界面应力元数值计算模型, 并编制了相应的计算机程序. 数值算例表明, 计算模型可较好地仿真复合材料界面的粘结滑移现象, 能很好地揭示复合材料结构的工作性态.

关键词 粘结滑移; 界面应力元; 计算模型; 复合材料

中图分类号 :TU32 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-198X(2004)02-0188-05

随着计算力学的发展和认识领域的不断深化, 建立在不连续介质变形体基础上并采用离散单元之间位移不连续模型的分析方法^[1~8]逐渐成为当前研究的热点. 不连续模型能在一定程度上反映结构面的不连续变形特征, 可以仿真离散单元界面的开裂与滑移. 界面应力元法是在吸收 Kawai 刚体-弹簧元模型思想的基础上提出的求解不连续变形问题的新的数值计算方法, 它采用的模型是基于单元的变形累积于界面层的假定而建立的由有限多块体元-界面元组合的离散体^[4~8]. 目前界面应力元法在均质材料线弹性力学分析方面的应用较为成熟, 其求解精度高于传统的有限元法. 在均质材料模型非线性界面应力元法分析方面, 文献[6]进行了均质 Mohr-Coulomb 材料模型的非线性分析, 文献[9]在对切向正应力做出假定的基础上对其他均质材料模型的非线性分析进行了大量的研究. 在非均质材料模型的线弹性分析方面, 文献[4]建立了不考虑不同介质材料界面可能出现粘结滑移的线弹性分析方法. 而对于不同介质材料界面可能同时出现粘结滑移和剪切变形的界面应力元线性、非线性分析的研究尚未见报道.

针对上述研究状况, 本文提出在两种不同介质界面处设置粘结滑移元件, 以界面两侧块体元材料的本构特性反映界面点对的正应力和法向相对位移之间的关系, 以两种材料结合面的粘结滑移特性($\tau-s$)表征界面点对的剪应力和切向相对位移之间的关系. 当界面粘结滑移关系的切向刚度取到两种材料切向刚度同数量级时, 所得到的计算结果和不考虑粘结滑移的结果基本相同. 粘结滑移元件的设立拓宽了界面应力元法的应用范围, 可对非均质材料结构进行线性、非线性界面应力元法分析. 本文以线弹性平面应力问题为例, 说明粘结滑移元件的设立方法.

1 界面应力元法

1.1 块体元分片刚体位移模式

由于块体元只发生刚体的运动, 块体元内任一点的位移可由块体元形心的广义位移确定, 即

$$\mathbf{u} = \mathbf{N} \mathbf{u}_g \quad (1)$$

$$\mathbf{u} = (u, v)^T \quad \mathbf{u}_g = (u_g, v_g, \theta)^T \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & y_g - y \\ 0 & 1 & x - x_g \end{bmatrix}$$

式中: $\mathbf{u}$ ——块体元内任意点在整体坐标系中的位移; $\mathbf{u}_g$ ——块体元形心点在整体坐标系中的广义位移; $\mathbf{N}$ ——块体元分片刚体位移模式的形函数.

1.2 界面层的相对位移模式

由于单元的变形积累于界面层,单元的变形可以由相邻单元界面层上各点的相对位移表示出来,即可以由相邻单元界面处各点对的位移差获得.引入局部坐标系表达的相邻界面处各点的相对位移为

$$\delta = (\delta_l^{(1)} + \delta_l^{(2)}) = (\delta_n^{(1)} + \delta_n^{(2)}, \delta_s^{(1)} + \delta_s^{(2)}) = -L^{(1)}(N^{(1)}u_g^{(1)} - N^{(2)}u_g^{(2)}) \tag{2}$$

式中: δ ——相邻单元界面层上任意点对在局部坐标系中的相对位移; $\delta_l^{(i)}$ —— e_i 单元界面处该点在局部坐标系中的位移向量, $\delta_n^{(i)}$ 和 $\delta_s^{(i)}$ 为其法向、切向分量,以沿局部坐标负向为正; $L^{(1)}$ ——局部坐标系的变换矩阵,并规定局部坐标轴 n 以单元界面外法线方向为正, s 以由 n 逆时针旋转 90° 的方向为正.

1.3 界面应力模式

界面上任意一点的应力模式,由跨越该界面点的微分条的变形、平衡和本构关系导出^[4],即

$$T_l = D(\delta_l^{(1)} + \delta_l^{(2)}) = DL^{(1)}(N^{(1)}u_g^{(1)} - N^{(2)}u_g^{(2)}) \tag{3}$$

式中: T_l ——界面上任意点沿局部坐标的应力向量, $T_l=(\sigma_n, \tau_{s_1}, \tau_{s_2})^T$; D ——弹性矩阵,其表达式为

$$D = \begin{bmatrix} d_n & 0 \\ 0 & d_s \end{bmatrix} \tag{4}$$

1.4 界面应力元支配方程

界面应力元支配方程可由广义变分原理获得^[4],即

$$KU = R \tag{5}$$

式中: K ——界面应力元总体刚度矩阵; R ——整体坐标系中等效块体元整体形心荷载列阵; U ——整体坐标系中块体元形心整体广义位移列阵.

2 粘结滑移问题的界面应力元模型

粘结是两种材料之间的一种相互作用,通过粘结作用使二者之间的应力及变形协调,是两种材料共同工作的基础.粘结的作用同时将伴随着两种材料接触面的相对滑移,因此不同材料之间的粘结滑移对非均质材料结构的力学分析有着决定性的影响.粘结滑移关系随材料的不同而不同,本文以钢筋、混凝土粘结滑移关系的形式为例,介绍粘结滑移问题的界面应力元模型.

钢筋、混凝土粘结应力状态有锚固粘结应力和局部粘结应力(裂缝间粘结应力)两种,因此所采用的数值计算模型应能反映这两种粘结应力状态.传统有限元分析模型主要有双弹簧单元^[10]、无厚度结合面节理粘结单元^[10]、斜弹簧单元^[10]等.这些模型在一定程度上较好地解决了粘结滑移问题的力学分析,但至少存在 4 个方面的不利因素:(a) 粘结面法向弹簧的刚度难以确定;(b) 单元相互嵌入的问题难以解决,致使结构分析模型与实际几何形态有一定的偏差;(c) 过多弹簧单元的增设使得对大型复杂的结构分析难以实现,甚至总体刚度矩阵有可能出现病态,使得有限元分析无法进行;(d) 在梁、柱的端部一定区域设置粘结单元来仿真锚固粘结应力状态,使得单元的划分较为复杂.因此,寻找较为简单、精确的数值计算模型是完全必要的.

基于不连续介质模型界面应力元分析方法为粘结滑移问题的力学分析提供了新的思路.界面应力元法将单元的变形积累于界面层,因此如何将离散单元的相对滑移累积于界面层是这类问题分析的关键.这一问题需通过粘结滑移本构关系试验测定方法^[11]的分析来解决.钢筋、混凝土粘结滑移的本构关系的测定方法主要有拉式拔出试验、梁式拔出试验等,无论哪种试验,所测定的滑移量(s)都是材料的剪切变形累积量和相对滑移量的总和,从惟象的观点来看,不同材料单元界面的剪应力与所测定的滑移量建立了相应的对应关系,可以反映界面切向相对位移和剪应力的物理关系,因此,在对粘结滑移问题进行线性、非线性界面应力元分析时,可以在不同材料单元界面处增设粘结滑移元件,以界面两侧块体元材料的本构关系反映界面点对的法向相对位移,以两种材料的粘结滑移关系(τ - s)表征界面点对的切向相对位移,同时粘结滑移元件不会改变两种材料单元界面法向的力作用效应.这比有限元法中以法向弹簧来模拟单元法向的作用更能反映出结构的实际工作状态,并且粘结滑移元件的增设不会增加结构离散元的数目,其求解效率远高于有限元分析法.由于粘结滑移元件的滑移量只与界面剪应力有关,因此在对实际结构进行分析时无须确定粘结应力状态是否为局部粘结应力状态.

两种不同材料单元的粘结滑移本构关系,以钢筋、混凝土粘结滑移关系形式表达为^[10]

$$\tau = k(s)s \tag{6}$$

式中： τ ——粘结剪应力； s ——滑移量； $k(s)$ ——粘结滑移的割线刚度。

由前述知式(2)中的 $\delta_s^{(1)} + \delta_s^{(2)} = s$ ，因此得粘结滑移界面应力元法的界面应力模式为

$$T_l = D_b(\delta_l^{(1)} + \delta_l^{(2)}) = D_b L^{(1)}(N^{(1)}u_g^{(1)} - N^{(2)}u_g^{(2)}) \tag{7}$$

$$D_b = \begin{bmatrix} d_n & 0 \\ 0 & k(s) \end{bmatrix} \tag{8}$$

式中各符号意义同前。

若两种不同材料单元的粘结滑移本构关系不能表达为式(6)，则其一般表达式为 $\tau = \tau(s)$ ，即可将式(8)中的 $k(s)$ 替换为 $\tau(s)/s$ ，求解可按分段线性化的非线性求解方法进行。

进行粘结滑移问题的界面应力元法分析时，只需要对粘结界面进行判定后再对弹性矩阵进行修改即可，其求解过程与不考虑粘结滑移的界面应力元法分析一致。粘结滑移元件的设立可以很好地模拟粘结滑移现象。

3 算例与讨论

3.1 算例

如图1所示，两种材料构成的组合悬臂梁在梁端受切向力 $P = 10\text{ kN}$ 的作用，采用 8×3 网格离散，中间一层网格是材料1，上下两层网格是材料2，梁高 0.3 m ，梁长 4 m ，梁宽 $b = 0.2\text{ m}$ ，各网格层高相等。所采用的计算参数为：材料1， $E = 2 \times 10^5\text{ MPa}$ ， $\mu = 0.2$ ；材料2， $E = 2 \times 10^4\text{ MPa}$ ， $\mu = 0.2$ 。两种材料粘结滑移关系为：(a) $\tau = 5.0 \times 10^5 s$ ；(b) $\tau = 5.0 \times 10^7 s$ ；(c) $\tau = 2.0 \times 10^{10} s$ 。粘结滑移关系(a)和(c)是为了对比粘结滑移关系(b)而虚设的，粘结滑移关系(b)的因次取自文献[10]中钢筋、混凝土粘结滑移关系；关系(a)接近于不同材料结合面自由状况，关系(c)接近于完全粘结状况。

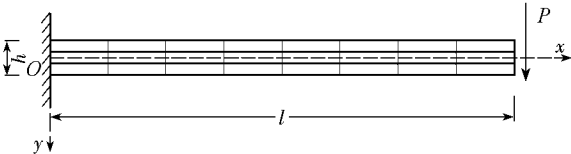


图1 悬臂梁及其网格

Fig.1 Mesh for cantilever beam

本文进行了：(a) 满足平截面假定的材料力学解析计算；(b) 不考虑两种材料粘结滑移的界面应力元法分析；(c) 考虑粘结滑移的界面应力元法分析。所得的悬臂梁轴线竖向位移分布如图2所示； $x = 2\text{ m}$ 处横截面的应力及应变如图3所示。

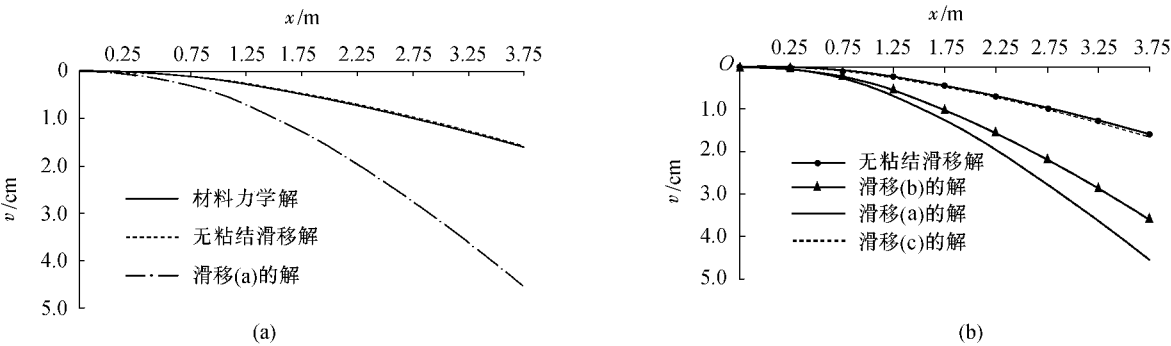


图2 梁轴线竖向位移分布

Fig.2 Distribution of vertical displacement along beam axes

3.2 计算结果讨论

a. 图2(a)和图3说明：当不考虑两种材料粘结滑移时，本文计算结果和材料力学解吻合较好，轴线各点竖向位移误差不超过2.6%，应力误差仅为1.2%左右，说明本文分析方法正确；而考虑两种材料粘结滑移影响时，其刚度明显降低，这与试验现象也是吻合的。

b. 由图 2(b)、图 3、图 4 可以看出,随着粘结滑移割线刚度的增大,组合梁的刚度明显增大,这与实际组合梁的受力状况极为吻合;当粘结滑移割线刚度为材料剪切刚度同数量级时,梁的变形及横截面应力分布状况与材料力学解基本相同,说明粘结滑移元件可以反映材料的剪切变形,故本文模型有更大范围的适用性。

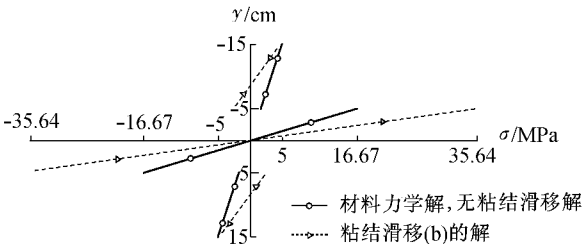


图 3 $x = 2\text{ m}$ 处梁截面的正应力

Fig.3 Normal stress on the beam section for $x = 2\text{ m}$

c. 由图 3、图 4 可知,两种材料界面的相对滑移使得梁截面应力、应变分布呈现不均匀状况,上下两层材料均独自呈现出在横向力和切向力共同作用下弯曲的工作状态,其应力应变较之无粘结滑移时明显减小,说明粘结滑移使得上下层材料刚度未能充分发挥而主要由中间层材料承受荷载,这与组合结构的承载力机理极为吻合。

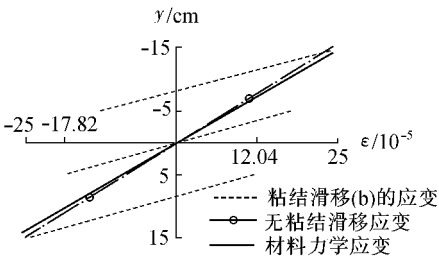


图 4 $x = 2\text{ m}$ 处梁截面的轴向应变

Fig.4 Axial strain on the beam section for $x = 2\text{ m}$

d. 图 4 说明,当考虑界面粘结滑移影响时,梁截面不再符合平截面假定,而每层材料截面仍然符合平截面假定,梁截面的应变可以用折线平截面代替^[12]。这与试验结果完全吻合。

4 结 语

基于不连续介质变形体的界面应力元法所建立的粘结滑移分析模型,能够较好地仿真组合结构由于粘结滑移影响而出现的各材质界面的位移不连续现象。模型是已有界面应力元模型的合理推广,其构造简单,使用方便,完全可以避免有限元法处理同样问题的局限性。模型既可进行各种非线性分析,也可和有限元法共同构成分区粘结滑移界面元-有限元混合模型。

参考文献:

[1] KAWAI T. New discrete models and their application to seismic response engineering[J]. Nuclear Engineering and Design, 1978, 48: 207—229.

[2] MEGURO K, HAKUNO M. Application of the extended distinct element method for collapse simulation of a double-deck bridge[J]. Structural Eng/Earthquake Eng JSCE, 1994, 11(4): 175—185.

[3] MEGURO K, TAGEL-DIN H. Applied element method for structural analysis: theory and application for linear materials[J]. Structural Eng/Earthquake Eng, JSCE, 2000, 17(1): 21—35.

[4] 卓家寿,章青. 不连续介质力学问题的界面元法[M]. 北京: 科学出版社, 2000. 13—72.

[5] 方义琳,卓家寿,章青. 具有任意形状单元离散模型的界面元法[J]. 工程力学, 1998, 15(2): 27—37.

[6] 赵宁,卓家寿. 结构的三维非线性界面元分析[J]. 河海大学学报, 1995, 23(2): 23—31.

[7] 赵宁. 带锚杆结构分析的界面元法[J]. 水利水电科技进展, 1995, 15(5): 37—41.

[8] 章青,卓家寿. 加锚岩体的界面应力元模型[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(5): 50—53.

[9] 高培正. 动力弹塑性刚体界面元法[J]. 工程力学, 1996, 13(4): 135—144.

[10] 沈聚敏,王传志,江见鲸. 钢筋混凝土有限元与板壳极限分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 1993. 157—161, 240—244.

[11] 过镇海. 钢筋混凝土原理[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999. 143—155.

[12] 赵鸿铁. 钢与混凝土组合结构[M]. 北京: 科学出版社, 2001. 85—86.

Interface stress element model for bond-slip problems

QI Le-lei¹, ZHAO Hong-tie¹, LIANG Ruo-jun³, XUE Jian-yang¹, CHENG Zi-yong²

(1. Institute of Civil Engineering, Xi'an University of Architecture & Technology, Xi'an 710055, China;

2. Department of Water Resources and Hydropower Engineering, Gansu Agriculture University, Lanzhou 730070, China;

3. Science Institute, Gansu University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: Based on the interface stress element method for discontinuous media, a new numerical model of interface stress elements is developed to solve the bond-slip problems. In the model, by placing of bond-slip components on the interface of different media, the relationship between the normal stress and normal relative displacement of face-to-face spots is reflected through the constitutive behavior of lump element materials on both sides of the interface, and the relationship between the shear stress and tangent relative displacement of the spots is reflected through bond-slip characteristics of the interface of two different materials. Furthermore, corresponding programs are compiled for the model. Numerical calculation shows that the model can well simulate the bond-slip phenomenon at the interface of composite materials and can well reveal the working behavior of the structure of composite materials.

Key words: bond-slip; interface stress element; calculation model; composite material

中国科技核心期刊 中国学术期刊综合评价数据库来源期刊
全国水利系统优秀科技期刊 华东地区优秀期刊 江苏省优秀期刊

水利水电科技进展

新颖 实用 快捷



(也可直接汇款至编辑部订阅,
另加6.00元邮寄费)

双月刊 A4开本 彩色封面 64页 2004年全年定价30.00元 全国各地邮局均可订阅

国际标准连续出版物号:

ISSN 1006-7647

国内统一连续出版物号:

CN 32-1439/TV

国外发行代号:DK 32003

(中国出版对外贸易总公司)

国内邮发代号:28-244

编辑部地址:210098 南京市西康路1号

联系电话:(025)83786335

传真:(025)83787381

电子信箱:jz@hhu.edu.cn

网址:kkb.hhu.edu.cn

银行账号:南京工行宁海路分理处

4301011409001024513