

单轴压缩下岩石损伤统计本构模型与试验研究

杨圣奇¹,徐卫亚¹,韦立德²,苏承东³

(1.河海大学岩土工程研究所,江苏 南京 210098;2.中国科学院武汉岩土力学研究所,湖北 武汉 430071;
3.焦作工学院资源与材料工程系,河南 焦作 454159)

摘要 基于岩石应变强度理论和岩石强度的随机统计分布假设,采用损伤力学理论,建立了能够反映残余强度的单轴压缩下岩石损伤统计本构模型.利用伺服试验机对大理岩进行了单轴压缩试验,基于试验结果确定出损伤统计本构模型参数,理论结果和试验结果吻合较好.

关键词 岩石;损伤;强度;本构模型

中图分类号 :TU452 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-198X(2004)02-0200-04

岩石是一种复杂的自然地质体,由于各种外界荷载和环境的长期作用,其内部存在着各种各样的缺陷.损伤力学正是从各种缺陷导致结构劣化这一基本点出发来研究这些缺陷的产生、扩展及汇合的过程及其对力学性质的影响规律的^[1].某些岩石材料,尽管从宏观上看似乎非常均匀,但从微细观上看却很不均匀.宏观的破坏现象可看作是许多微观破坏的平均效应,不均质的微细观破坏可以用概率统计理论来描述.文献[2]指出,由于岩石物理力学性质的非均质性,因此应对其强度进行概率统计分析.文献[3]将模糊统计方法引入岩石变形与破坏研究过程,并建立了岩石材料的模糊强度理论.文献[4]将随机过程与模糊统计相结合,研究了隧道周围岩石的强度.因此,可运用统计方法更好地分析岩石强度特性.本文从岩石强度统计特性入手,建立了岩石损伤统计本构模型,并对理论模型进行了试验验证.

1 岩石强度的统计特性和损伤本构模型的建立

岩石材料具有明显的非均质性,内部存在多种缺陷,各种缺陷的力学性质有很大的差异,且它们是随机分布的.同时,这些缺陷的损伤也以随机方式分布于岩石材料中.因此,可认为岩石强度是一个随机变化的量,是大量因素(如岩石中矿物成分的比例、晶粒的大小、胶结物的性质、缺陷的分布等)综合作用的结果.而这些因素本身也相互独立的,且是具有某种统计规律的随机变量,所以,岩石强度可用统计分布来描述.本文假设岩石强度服从 Weibull 分布^[5],其概率密度函数为

$$P(\varepsilon) = \frac{m}{F} \left(\frac{\varepsilon}{F} \right)^{m-1} \exp \left[- \left(\frac{\varepsilon}{F} \right)^m \right] \quad (1)$$

式中: ε ——岩石材料应变变量; m, F ——表征材料物理力学性质的参数,反映的是材料对外在荷载的不同响应特征.对某一种固定岩石材料而言, m 和 F 是与杨氏模量 E 、泊松比 ν 等一样的材料力学参数.

岩石材料的损伤是由局部微元体的不均匀破坏引起的.设在某一荷载下已破坏的微元体数目为 c ,并定义统计损伤变量 D 为已经破坏的微元体数目 c 与总微元体数目 N 之比,即 $D = c/N$.这样,在任意区间 $[\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon]$ 内产生破坏的微元数目为 $N P(\varepsilon) d\varepsilon$,当加载到某一水平 ε 时,已经破坏的微元体数目为^[6]

$$\alpha(\varepsilon) = \int_0^\varepsilon N P(x) dx = N \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{\varepsilon}{F} \right)^m \right] \right\} \quad (2)$$

将式(2)代入 $D = c/N$ 可得

$$D = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\varepsilon}{F} \right)^m \right] \quad (3)$$

式(3)为岩石受荷载时的统计损伤演化方程, $D=0$ 时相当于无损的完整材料, $D=1$ 时相当于所有微元都破坏, D 值的大小反映了岩石材料内部损伤的程度.

当岩石材料承受荷载作用后,在宏观裂隙出现以前,局部出现的微裂隙已经影响了岩石材料的力学性质.由连续介质损伤力学理论^[1]可得如下本构关系:

$$\sigma = E\varepsilon(1 - D) \tag{4}$$

式中 E 和 ε 分别表示无损岩石的弹性模量和应变变量,所定义的有效应力是为了分析受拉金属的损伤现象而引入的.该式假定损伤不能传播应力.然而,在岩石受压过程中,岩石微元破坏后还可以传递部分压应力和剪应力.由于破坏后依靠传递压应力和剪应力的有效面积是一样的,而各个方向的损伤变量都为 D ,因而可假设受压过程中有效应力为^[7]

$$\sigma = E\varepsilon(1 - \delta D) \tag{5}$$

式中 δ 在 $0 \sim 1$ 范围内变化, $\delta = 1$ 时即为式(4).将式(3)代入式(5)可得

$$\sigma = E\varepsilon \left\{ 1 - \delta + \delta \exp \left[- \left(\frac{\varepsilon}{F} \right)^m \right] \right\} = E\varepsilon - \delta E\varepsilon + \delta E\varepsilon \exp \left[- \left(\frac{\varepsilon}{F} \right)^m \right] \tag{6}$$

式(6)即为单轴压缩下岩石材料的损伤统计本构模型.如果将式(6)推广到三轴试验结果的情形,即考虑主应力 σ_2 和 σ_3 的作用,则可得

$$\sigma = E\varepsilon - \delta E\varepsilon + \delta E\varepsilon \exp \left[- \left(\frac{\varepsilon}{F} \right)^m \right] + \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \tag{7}$$

2 参数 F , m 的确定及物理意义

岩石在单轴压缩下的损伤统计本构模型的参数 F 和 m 可以通过单轴压缩下的全程应力应变曲线上的峰值强度点 $(\varepsilon_c, \sigma_c)$ 来确定.

单轴压缩的峰值强度点 $(\varepsilon_c, \sigma_c)$ 处的斜率为 0,因而有

$$\left. \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=\varepsilon_c} = (1 - \delta)E + \delta E \left[1 - m \left(\frac{\varepsilon_c}{F} \right)^m \right] \exp \left[- \left(\frac{\varepsilon_c}{F} \right)^m \right] = 0 \tag{8}$$

同时,在峰值强度点 $(\varepsilon_c, \sigma_c)$ 处满足关系式

$$\sigma_c = (1 - \delta)E\varepsilon_c + \delta E\varepsilon_c \exp \left[- \left(\frac{\varepsilon_c}{F} \right)^m \right] \tag{9}$$

联立式(8)(9),整理后得

$$m = - \frac{\sigma_c}{\left[\sigma_c + (\delta - 1)E\varepsilon_c \right] \ln \left[\frac{1}{\delta} \left(\frac{\sigma_c}{E\varepsilon_c} + \delta - 1 \right) \right]} \tag{10}$$

$$F = \varepsilon_c \left[\frac{1}{m \sigma_c + (\delta - 1)E\varepsilon_c} \right]^{-\frac{1}{m}} \tag{11}$$

将式(10)的 m 值代入式(11)即可求得 F .

由此可见,只要先选择好 δ 值,然后通过式(10)和式(11)求得 m 和 F ,将求得的 m 和 F 值代入式(6)就可得到单轴压缩下岩石的损伤统计本构模型

$$\sigma = (1 - \delta)E\varepsilon + \delta E\varepsilon \exp \left\{ - \left[\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \left(\frac{1}{m \sigma_c + (\delta - 1)E\varepsilon_c} \right)^{\frac{1}{m}} \right]^m \right\} \tag{12}$$

$\delta = 0.98$ 和 $F = 2$ 时参数 m 的变化对全程应力应变曲线的影响见图 1(a).从图 1(a)可以看出,随着参

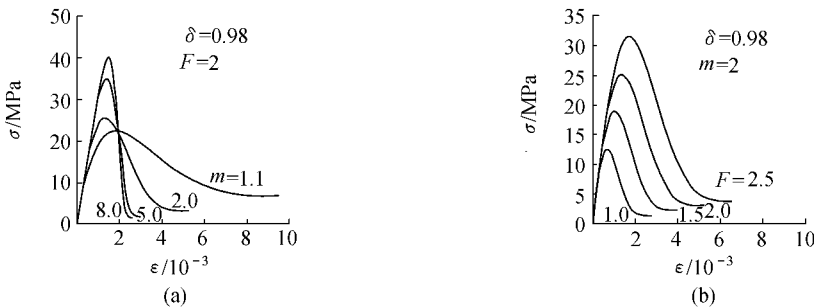


图 1 参数 m 或 F 的变化对全程应力应变曲线的影响

Fig.1 Influence of variance of parameter m and F on complete stress-strain curve

数 m 的增大,岩石的强度和峰值应变均有不同程度的提高,其峰后曲线越来越陡,材料脆性增强.因此,参数 m 反映了岩石材料内部微元强度的分布集中程度.图 1(b)所示为 $\delta = 0.98$ 和 $m = 2$ 时参数 F 变化对全程应力应变曲线的影响.由图 1(b)可知,随着 F 的增大,岩石峰值强度也呈增大趋势.因此, F 反映了岩石宏观统计平均强度的大小,而且 F 的变化对峰后的弱化模量没有影响. $F = 2$ 和 $m = 2$ 时损伤比例系数 δ 的变化对全程应力应变曲线的影响见图 2.由图 2 可知,随着 δ 的减小,岩石峰值强度稍有增大,而且峰后延性增加,残余强度增高.这说明损伤比例系数 δ 在某种程度上反映了岩石的残余强度.因此,选择能够更好地反映试验曲线残余强度特征的 δ 值,可以模拟出包括残余强度和软化特征在内的应力应变全过程线.需要特别说明的是,本文弹性模量 E 的取值为 30 GPa,这里仅定性地讨论参数 δ 、 m 和 F 对全程应力应变曲线的影响,因而 E 的取值不会影响上述定性分析的结果.

3 岩石损伤统计本构模型的试验验证

试验选取的材料为大理岩,颜色为白色,致密块状构造,宏观均匀一致,矿物成分主要为方解石、白云石和菱镁矿,变晶结构,硬度为 3.5~4.0,主要化学成分为 Ca 和 Mg.采用的试验系统为中国科学院武汉岩土力学研究所研制的 RMT-150B 型岩石力学伺服控制系统.按照国际岩石力学学会(ISRM)的要求加工成 $\varnothing 50\text{ mm} \times 100\text{ mm}$ 的标准岩样,然后在伺服试验机上进行单轴压缩试验.采用位移控制加载方式,垂直方向用 1 MN 的压力传感器测试轴向载荷,用 5 mm 的位移传感器测试轴向变形,加载速率为 0.002 mm/s.基于岩样的单轴压缩试验结果得到了岩样的弹性模量 E 、峰值应变 ϵ_c 和抗压强度 σ_c ,通过选择不同的损伤比例系数 δ 求得了岩石的物理参数 m 、 F ,据此建立了单轴压缩损伤统计本构模型.表 1 列出了 2 个大理岩样的损伤统计力学参数.

表 1 岩样的损伤统计力学参数

Table 1 Damage statistical mechanical parameters of rock specimens

岩样序号	E/GPa	$\epsilon_c/10^{-3}$	σ_c/MPa	$\delta = 1.00$		$\delta = 0.98$		$\delta = 0.96$	
				m	$F/10^{-3}$	m	$F/10^{-3}$	m	$F/10^{-3}$
1	41.022	1.884	47.547	2.0585	2.675	2.0729	2.636	2.0882	2.596
2	42.628	2.508	63.915	1.9439	3.530	1.9585	3.474	1.9741	3.418

为了验证式(12)统计损伤本构理论模型的正确性与合理性,将求得的损伤统计参数代入式(12)中,得到岩样的损伤统计本构模型,理论模型与试验结果的对比分析如图 3 所示.由图 3 可知,与 $\delta = 1.00$ 和 $\delta = 0.96$ 的理论曲线相比,所得的 $\delta = 0.98$ 的理论曲线与试验结果吻合较好.由此可知,只要选择好损伤

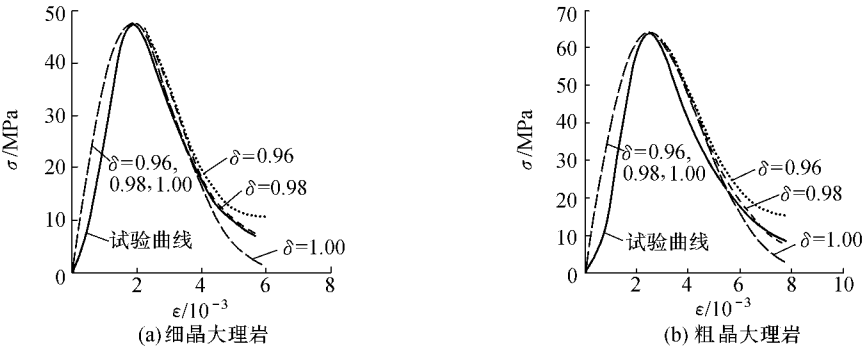


图 3 试验曲线与损伤本构模型理论曲线的比较

Fig.3 Comparison between experimental curve and theoretical curve for damage constitutive model

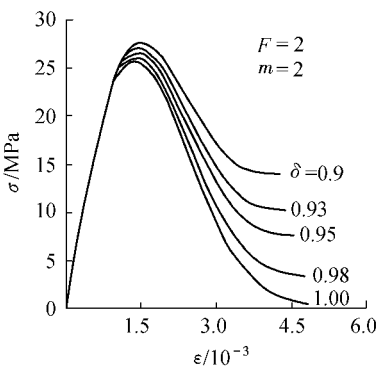


图 2 参数 δ 的变化对全程应力应变曲线的影响

Fig.2 Influence of variance of parameter δ on complete stress-strain curve

比例系数 δ ,完全可以模拟出包括残余强度在内的全程应力应变曲线.但需要特别说明的是:岩石的全程应力应变试验曲线开始上凹,是由于在轴向应力作用下岩石内部裂隙发生闭合的缘故;如果不考虑岩样加载初期的非线性变形,岩石峰值强度前应力应变试验曲线可以很好地与理论曲线相吻合.

4 小 结

首先基于岩石应变强度理论和岩石强度服从于威布尔分布的假设,从损伤力学理论出发,引入损伤比例系数,并建立了能够充分反映残余强度的单轴压缩下岩石损伤统计本构模型,然后讨论了模型各参数的物理力学意义,提出了参数确定方法,最后通过伺服试验机对大理岩石进行了单轴压缩试验,试验结果验证了损伤统计本构模型的正确性与合理性.

参考文献:

[1] 李兆霞. 损伤力学及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2002. 16—19.
[2] 光耀华. 岩石力学参数概率统计的几个问题[J]. 红水河, 1995, 14(1) 37—41.
[3] 张玉卓. 岩石模糊强度理论及其应用[J]. 煤炭学报, 1994, 19(5) 450—455.
[4] 黄修云, 魏莉萍, 乔春生. 隧道岩石力学参数的随机-模糊统计分析[J]. 西部探矿工程, 2000, 12(4) 5—7.
[5] 吴政, 张承娟. 单向荷载作用下岩石损伤模型及其力学特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1996, 15(1) 55—61.
[6] 曹文贵, 方祖烈, 唐学军. 岩石损伤软化统计本构模型之研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1998, 17(6) 628—633.
[7] 徐卫亚, 韦立德. 岩石损伤统计本构模型的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(6) 787—791.

Statistical constitutive model for rock damage
under uniaxial compression and its experimental study

YANG Sheng-qi¹, XU Wei-ya¹, WEI Li-de², SU Cheng-dong³

- (1. *Geo-technical Research Institute of Hohai Univ. , Nanjing 210098 , China ;*
2. *Institute of Rock and Soil Mechanics , Chinese Academy of Science , Wuhan 430071 , China ;*
3. *Dept. of Resources and Material Engineering , Jiaozuo Institute of Technology , Jiaozuo 454159 , China)*

Abstract :Based on the strain strength theory and the random statistical distribution hypothesis of rock strength , a statistical constitutive model for rock damage under uniaxial compression , which can reflect the residual strength of rocks , is established by use of the damage constitutive theory of continuous medium. With the servo-testing machine , uniaxial compressive tests are performed on the marble rock , and the parameters of the damage statistical constitutive model are determined according to the experimental results. Comparative analysis shows that the theoretical result is in good agreement with the data from experiments.

Key words :rock ; damage ; strength ; constitutive model