

# 大涡模拟理论及其应用综述

王玲玲

(河海大学水利水电工程学院,江苏 南京 210098)

**摘要** 对大涡模拟(Large Eddy Simulation-LES)理论的发展过程、基本理论及其应用现状和前景进行了系统的论述,并概要地介绍了运用 LES 理论,数值模拟方柱绕流的流动分离现象和动量射流与线性波相互作用的数值模拟成果,表明了 LES 理论对紊流细部结构具有较强的数值模拟能力,可望用以解决大量的工程实际问题。

**关键词** 大涡模拟;紊流;Smagorinsky 模型;方柱绕流;涡脱落;射流

**中图分类号** O35    **文献标识码** A    **文章编号** 1000-1980(2004)03-0261-05

众所周知,求解紊流问题的困难主要来自于两方面,一是紊流的非线性特征难以数值模拟,二是紊流脉动频率谱域极宽,数值模拟技术难以模拟出连续变化的各级紊流运动。由于工程应用中人们对紊流运动的时间平均效应较为关心,所以目前常用的紊流模型,大都以雷诺时间平均为基础而获得的。雷诺时均的过程抹平了紊流运动的若干微小细节,模型模化过程带有很多人为因素。因此,封闭雷诺时均方程的各类紊流模型对复杂精细的紊流结构例如绕流体的流动分离、卡门涡街等流动现象的模拟能力还很有限。

随着计算机的计算速度和计算容量的大幅度提高,已有一些研究机构对 Navier-stokes 方程不作任何形式的模化和简化,利用极为细密的网格直接数值求解 N-S 方程,这就是直接数值模拟(DNS—Directly Numerical Simulation)。但目前普通的研究者尚无法实现 DNS,而介于 DNS 和雷诺时均方法之间的 LES,由于其较雷诺时均理论更为精细且在常规的计算机上即可实现,因而已在计算流体力学(CFD—Computational Fluid Dynamics)界逐渐兴起并发展成为最有发展潜力的紊流数值求解方法。

## 1 LES 理论发展简介

早在 1963 年,Smagorinsky J.S. 就提出了大涡模拟的构想和著名的 Smagorinsky 模型<sup>[1]</sup>。1970 年,Deardorff 将 LES 理论用于解决简单的渠道水力学问题<sup>[2]</sup>。20 世纪 80 年代,大多数研究者将目光从 LES 转向了 DNS,但这期间 Poimelli 等<sup>[3]</sup>,Moin and Kim<sup>[4]</sup>仍然在 LES 研究中得出了一些有意义的成果,并对 Smagorinsky 模型提出了若干改进。自 20 世纪 90 年代初至今,人们的研究重点又重新回到了 LES。目前 LES 理论已开始在实际问题中得到应用,如航空航天领域的燃烧室问题研究、绕流体流场模拟等。数值实验证明雷诺时均方法在模拟复杂流动现象如涡脱落、浮力影响、流线弯曲、旋转和压缩运动时会遇到难以克服的困难,对台阶后回流长度的预测总是偏大等,而 LES 在复杂流动的模拟中可以得到很多雷诺时均方法无法获得的紊流运动的细微结构和流动图像。国际水力学界已举行多次关于 LES 模型的数值方法、几何区域处理等技术的专题会议,系列科研成果被相继报道<sup>[5,6]</sup>。

## 2 LES 理论和方法

目前计算机的计算能力仍对数值模拟紊流时所采用的网格尺度提出了严格的限制条件。人们可以获得尺度大于网格尺度的紊流结构,但却无法模拟小于该网格尺度的紊动结构。大涡模拟的思路是:直接数值模拟大尺度紊流运动,而利用次网格尺度模型模拟小尺度紊流运动对大尺度紊流运动的影响。因此文献[5]将 LES 戏称为“穷人的 DNS”。

## 2.1 过滤函数

不可压常粘性系数的紊流运动控制方程为 N-S 方程:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\alpha u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\alpha \gamma \cdot 2 S_{ij}}{\partial x_j} \quad (1)$$

式中:  $S$ ——拉伸率张量, 表达式为:  $S_{ij} = (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) / 2$ ;  $\gamma$ ——分子粘性系数;  $\rho$ ——流体密度. 根据 LES 基本思想, 必须采用一种平均方法以区分可求解的大尺度涡和待模化的小尺度涡, 即将方程(1)中变量  $u$  变成大尺度可求解变量  $\bar{u}$ . 与雷诺时间平均不同的是 LES 采用空间平均方法. 设将变量  $u_i$  分解为方程(1)中  $\bar{u}_i$  和次网格变量(模化变量)  $u'_i$ , 即  $u_i = \bar{u}_i + u'_i$ ,  $\bar{u}_i$  可以采用 Leonard 提出的算式表示为

$$\bar{u}_i(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(x-x') u'_i(x') dx' \quad (2)$$

式中  $G(x-x')$  称为过滤函数, 显然  $G(x)$  满足

$$\int_{-\infty}^{+\infty} G(x) dx = 1$$

常用的过滤函数有帽型函数(top-hat)、高斯函数等. 帽型函数因为形式简单而被广泛使用

$$G(x-x') = \begin{cases} 1/\Delta & |x-x'| \leq \Delta/2 \\ 0 & |x-x'| > \Delta/2 \end{cases} \quad (3)$$

这里  $\Delta$  为网格平均尺度, 三维情况下,  $\Delta = (\Delta_1 \Delta_2 \Delta_3)^{1/3}$ ,  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$  分别为  $x_1, x_2, x_3$  方向的网格尺度. 当  $\Delta \rightarrow 0$  时, LES 即转变为 DNS.

将过滤函数作用于 N-S 方程的各项, 得到过滤后的紊流控制方程组:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\alpha \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\alpha \gamma \cdot 2 \bar{S}_{ij}}{\partial x_j} \quad (4)$$

由于无法同时求解出变量  $\bar{u}_i$  和  $\bar{u}_i \bar{u}_j$ , 所以将  $\bar{u}_i \bar{u}_j$  分解为  $\bar{u}_i \bar{u}_j = \bar{u}_i \cdot \bar{u}_j + \tau_{ij}$ ,  $\tau$  即称为次网格剪应力张量,

$$\tau_{ij} = (\bar{u}_i \cdot \bar{u}_j - \bar{u}_i \cdot \bar{u}_j) + (\bar{u}'_i \bar{u}_j + \bar{u}_i \bar{u}'_j) + \bar{u}'_i \bar{u}'_j$$

该式右端第一项称为 Leonard 应力, 第二项为交叉应力, 第三项为雷诺应力. 若采用时间平均, 则前两项将趋于零. 由此可以得出空间平均过程的一项重要特性, 即  $\bar{u}_i \neq \bar{u}_i$ . 由此动量方程又可写成:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\alpha (\bar{u}_i \cdot \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \gamma \frac{\alpha (2 \bar{S}_{ij})}{\partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (5)$$

式中  $\tau_{ij}$  代表了小涡对大涡的影响, 需要采用 Smagorinsky 等模型进行模化.

## 2.2 Smagorinsky 模型

Smagorinsky 于 1963 年提出了第一个次网格模型, 直至今日该模型仍然被广泛应用. 与大多数现行的次网格模型一样, Smagorinsky 模型仍采用涡粘性概念假设, 与所求解速度场相关联的拉伸率张量分量  $S_{ij}$  的偏斜部分  $\tau_{ij}^a$  可以表示为

$$\tau_{ij}^a = \tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2\gamma_t \bar{S}_{ij} \quad (6)$$

式中  $\gamma_t$  为涡粘性系数. 采用上述假设的最大好处是使求解  $\bar{u}_i$  的方程形式与求解  $u_i$  的方程形式完全一致, 只需以  $\bar{P} + \delta_{ij} \tau_{kk} / 3$  代替  $\bar{P}$ , 以  $\gamma + \gamma_t$  代替  $\gamma$ , 所以现有的各类求解非恒定 N-S 方程的算法仍可以采用.

Smagorinsky 模型的第 2 个假设是:  $\gamma_t \propto l q_{SGS}$ .  $l$  是未求解涡运动的长度比尺,  $q_{SGS}$  是对应的速度比尺. 显然  $\Delta$  是一个合适的长度比尺, 所以可以进一步设  $l = C_s \Delta$ . 与普朗特的混合长假设相类似, 速度比尺  $q_{SGS}$  与速度梯度直接相关, 即  $q_{SGS} = l |\bar{S}| = l \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}}$ . 所以

$$\gamma_t = (C_s \Delta)^2 \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}} \quad (7)$$

对于各向同性紊流, 在 Kolmogorov 能谱惯性次区范围内, 可以推导得  $C_s$  的取值大致为 0.18, 但对大多数流动而言, 数值试验已证明该值偏大, 所以通常采用的  $C_s$  值都较 0.18 为小, 有时甚至低于 0.10. 实用中  $C_s$  的取值需要经过适当的调试.

Smagorinsky 模型自被提出以来得到广泛应用. 主要原因是该方法概念简单且易于实施. 该模型的缺点是  $C_s$  不是常数, 其取值受雷诺数、流型及数值离散方法等多种因素的影响, 实用中需要调试以获取其最优值.

另外由式(7)决定的  $\gamma_1$  恒为正值,紊动被描述成严格耗散的过程,这与实际也有出入.因此近年来在 Smagorinsky 模型基础上衍生出了一系列新的模型如动力 SGS 模型、比尺相似模型等<sup>[7]</sup>,其中动力模型已有一些研究成果的报道,其与 Smagorinsky 模型的区别在于动力模型将 Smagorinsky 常数  $C_s$  与求解过程相关联, $C_s$  由 Smagorinsky 模型中的一个常数转变为动力模型中随时间及空间变化的函数.动力模型的计算工作量较 Smagorinsky 模型大很多,是一个极为耗时的计算模型.

### 3 LES 理论的应用

目前 LES 模拟方法在绕流体的流场模拟、波浪传播模拟中已有一系列的研究.研究成果在国际著名的流体力学刊物中均有报道.笔者近两年对 LES 理论特别是 Smagorinsky 模型进行了研究,在此对部分研究成果作简单介绍,详细的计算过程及成果分析将另文介绍.

#### 3.1 绕流体的流动分离

当水流流过海底电缆、桥墩以及风吹过高楼或大跨度桥梁时,将产生复杂的流动分离和涡脱落现象,这些现象对精确模拟流体作用于物体上的拖曳力及提升力至关重要.采用常规的双方程紊流模型是无法模拟出这一流动分离现象的.

在平面尺寸为  $2.0\text{ m} \times 1.0\text{ m}$ 、水深  $0.1\text{ m}$  的水槽中,放置一个  $0.1\text{ m} \times 0.1\text{ m} \times 0.1\text{ m}$  的方柱,其中心位于槽中心、距上游入流边界  $0.6\text{ m}$  处,入流断面的均匀来流流速为  $0.22\text{ m/s}$ ,  $Re = \frac{Ud}{\nu} = 2.2 \times 10^4$ . 该研究工况曾被 Lyr(1995),Rod(1997) 等人进行过大量的物理模型试验研究,因此有丰富的物模对比资料.图 1 为笔者采用 Smagorinsky 模型模拟得到的两个不同时刻方柱绕流的旋度图及其三维影像图.图中显示出清晰的涡脱落,流

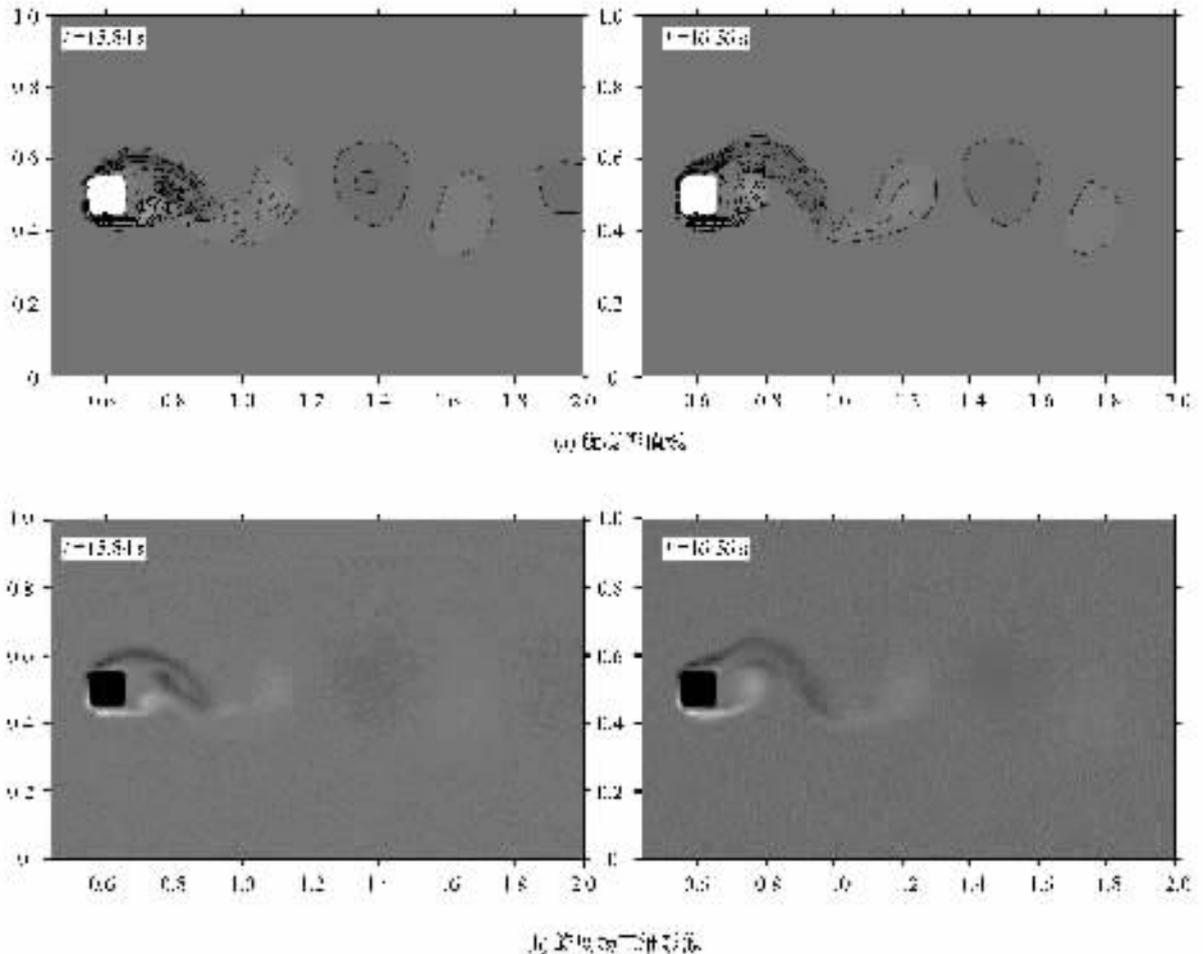


图 1 方柱绕流 LES 模拟结果

Fig.1 LES results of flows around square cyinder

体的流动分离现象始于方柱上游表面的两个角点,均匀来流在对称方柱后侧引起了左右摆动的非恒定流场,这一特定的流动现象已得到了物理模型试验的证实<sup>[8,9]</sup>.图2为方柱四周平均压力系数 $(P - P_0)/(0.5\rho u_0^2)$ 的数模及物模的对比图, $u_0, P_0$ 分别为入流流速和入流边界上与水深对应的压力水头.图2显示出方柱四周的平均压力系数分布与物理模型试验结果吻合良好.

### 3.2 线性波中的二维射流

在平面尺寸为 $5.0\text{ m} \times 0.2\text{ m}$ 、水深 $0.305\text{ m}$ 的水槽中,槽底有宽 $3.2\text{ mm}$ 、长 $0.2\text{ m}$ 射流口,射流速度为 $0.2\text{ m/s}$ .上游入流边界有表面波传入,波周期 $T = 0.96\text{ s}$ 、振幅 $a = 0.006\text{ m}$ .波长 $L$ 约为 $3\text{ m}$ ,水深与波长比为 $0.101$ ,介于 $0.5$ 与 $0.05$ 之间,可以推测,该表面波将对全水深范围内的水流速度有较强影响.

采用 $\sigma$ 坐标和LES理论,对射流过程进行数值模拟,由图3可看出,LES模型可以模拟出射流的成长过程及表面波的影响过程.表面波的影响使得射流轴线扭曲摆动,加强了射流与周围水体的动量交换.

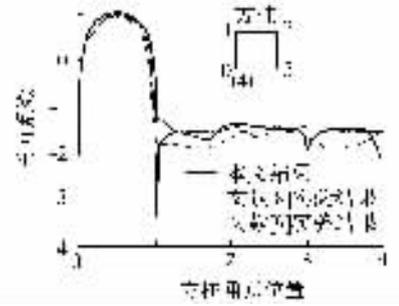


图2 压力系数数模与物模成果比较

Fig.2 Comparison of calculated and model test results of mean pressure coefficient distribution

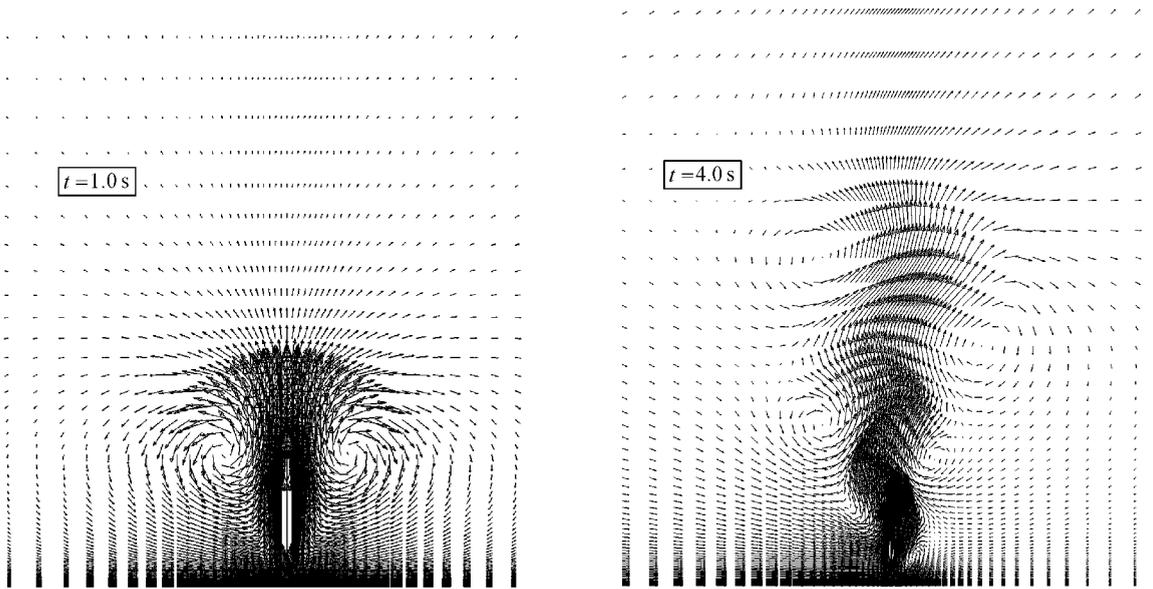


图3 射流成长过程矢量场示意图

Fig.3 Interaction between jet and wave

理论上二维射流的无量纲速度在射流成长区有自相似特性,该特性从图4中可以清楚地看出.图4绘制了不同水深处相对速度分布, $W$ 为某 $(x, z)$ 点的速度( $x, z$ 为水槽中轴线所在立面, $x$ 沿水槽轴线从入流边界指向出流边界, $z$ 为垂向坐标,向上为正), $W_0$ 为中轴线速度, $d$ 为射流口宽度.图4表明在 $z/d$ 小于 $60$ 范围内,射流速度自相似,对应于公式 $W/W_0 = \exp[k(x/z)^{0.5}]$ 中高斯系数 $k = 27$ .

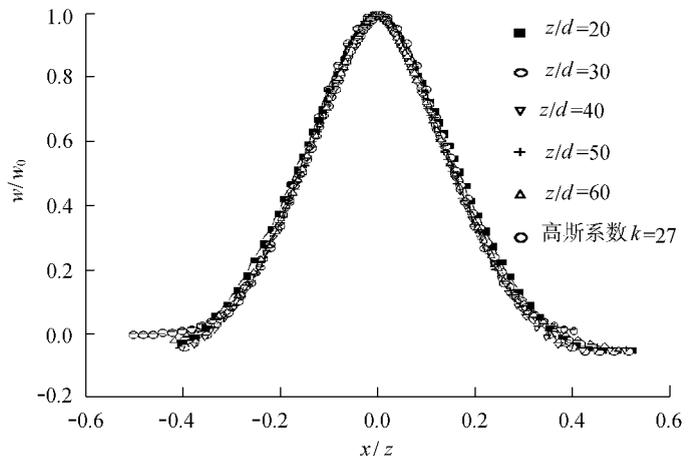


图4 自相似速度分布曲线与高斯曲线的比较

Fig.4 Comparison of self-similarity velocity profile with Gauss curve for a 2D free jet

## 4 结 论

本文系统地阐述了大涡模拟的发展过程、基本理论和方法,并概要地介绍了应用大涡模拟理论数值模拟方柱绕流的涡脱落现象和表面波作

用下的二维射流场,表明 LES 方法对复杂流动现象具有极强的模拟能力,应用 LES 方法可以获得较双方程及多方程紊流模型更为精细的数值模拟成果,同时大涡模拟也是联系雷诺时均紊流模型与直接数值模拟的桥梁,该方法必将在紊流数值模拟中发挥越来越重要的作用。

### 参考文献:

- [1] SMAGORINSKY J S. General circulation experiments with the primitive equations— I , the basic experiment[ J]. Monthly Weather Review ,1963 ,91 :99—164.
- [2] DEARDORFF J W. A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers[ J]. Journal of Fluid Mechanics ,1970 ,41 :453—480.
- [3] POIMELLI U ,FERZIGER J H ,MOIN P ,et al. New approximation boundary conditions for large eddy simulations of wall-boundary flows [ J]. Physics of Fluids ,1989 ,1 :1061—1068.
- [4] MOIN P , KIM J. Numerical investigation of turbulent channel flow[ J]. Journal of Fluid Mechanics ,1982 ,118 :341—377.
- [5] RODI W ,FERZIGER J H ,BREUER M ,et al. Status of large eddy simulation :results of a workshop[ J]. Journal of Fluids Engineering , 1997 ,119 :248—262.
- [6] YU Da-hai ,KAREEM Ashan. Numerical simulation of flow around rectangular prism[ J]. J Wind Eng Ind Aero ,1997 ,67&68 :195—208.
- [7] FROHLICH J ,RODI W. Introduction to large eddy simulation of turbulent flows[ A ]. LAUNDER Brian , SANDHAM Neil. Closure Strategies for Turbulent and Transitional Flows[ C ]. London :Cambridge University Press ,2002 .267—298.
- [8] LEE B E. The effect of turbulence on the surface pressure field of a square prism[ J]. J Fluid Mech ,1975 ,69 :263—282.
- [9] BEARMAN P W ,OBASAJU E D. An experimental study of pressure fluctuations on fixed and oscillation square-section cylinders[ J]. J Fluid Mech , 1982 ,119 :297—321.

## Large eddy simulation theory and its application

WANG Ling-ling

( College of Water Conservancy and Hydropower Engineering , Hohai Univ. , Nanjing 210098 , China )

**Abstract** : A review is made on the basic theory and development process of the large eddy simulation ( LES ) and the current situation and prospects of its application , and an introduction is given to the simulated results of separating phenomena in flows around square cylinder and the interaction between jets and linear waves by use of the LES theory . The research shows that the LES theory has powerful capacity in simulation of micro-structures of turbulent flows , and can be widely applied to the solution of real engineering problems .

**Key words** : large eddy simulation ; turbulent flow ; Smagorinsky model ; flow around square cylinder ; vortex shedding ; jet