

混凝土的统计尺寸效应

黄海燕 张子明

(河海大学土木工程学院 ,江苏 南京 210098)

摘要 :首先阐述了经典 Weibull 统计尺寸效应理论 ,然后从尖锐宏观裂纹、表面裂隙、应力重分布、能量释放和空间相关性、混凝土骨料粒径等方面对该理论进行了综合评述 ,最后将统计理论的修正公式与基于能量释放的尺寸效应律及多重分形尺寸效应律进行了分析比较 .分析表明 ,经典统计理论仅适用于金属材料 ,而基于非局部理论修正的统计理论能应用于混凝土材料的失效分析 .

关键词 :尺寸效应 ;失效 ;统计理论 ;分形 ;混凝土

中图分类号 :TU528 文献标识码 :A 文章编号 :1000-198X(2004)03-0291-04

结构失效时产生尺寸效应是各种材料都存在的一种普遍现象 .尺寸效应是指材料的力学性能不再是一个常数 ,而是随着材料几何尺寸的变化而变化 .在土木、水利等学科中 ,实际结构尺寸比较大 ,难以进行实际结构的系统实验 ,仅能在实验室进行小尺寸的结构模拟 .由于不太可能获得全尺寸的充分的测试数据 ,而在实验室中测到的实验数据对实际结构的指导意义和实用性如何 ,则成为研究人员面临的难题之一 .结构失效时尺寸效应的统计理论由 Weibull 提出 ,并逐渐形成系统的理论 .笔者将对结构失效时尺寸效应统计理论的进展、局限性进行回顾、综合评述与分析比较 .

1 经典 Weibull 统计尺寸效应理论

该理论认为尺寸效应起源于下述事实 :在较大的结构中 ,遇到某个低强度材料的小单元的概率随结构尺寸的增加而增加 .

1.1 基本假设

(a)材料的某一个小单元达到强度极限时 ,结构就失效 (b)每个单元的失效是独立的 (c)材料的强度极限是随机的 .

1.2 失效概率

基于最弱连接模型 ,Weibull 导出了结构的失效概率^[1]

$$P(\sigma) = 1 - \exp \left[- \frac{V}{V_0} \left(\frac{\sigma - \sigma_1}{\sigma_0} \right)^m \right] \tag{1}$$

式中 : V_0 ——参考体积 ; σ_0 、 σ_1 ——常数 ; m ——Weibull 系数 ; σ ——应力 ; V ——单元体积 .

尺寸效应是通过比较具有不同特征尺寸 D 的几何相似结构来定义的 .当材料性质随机变化时 ,由式 (1) 可导出结构在一般应力状态下用名义应力表示的失效概率

$$P(\sigma_N) = 1 - \exp \left[- \frac{V_N}{V_0} \left(\frac{\sigma_N}{\sigma_0} \right)^m \right] \tag{2}$$

式中 V_N 是等效单轴体积 .则平均名义强度

$$\bar{\sigma}_{Nu} = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_N dP(\sigma) = \left(\frac{V_0}{V_N} \right)^{\frac{1}{m}} \bar{\sigma}_0 \quad \bar{\sigma}_0 = \Gamma \left(1 + \frac{1}{m} \right) \sigma_0 \tag{3}$$

式中 Γ 为 Γ 函数 .

1.3 统计尺寸效应律

对于三维几何相似体,有 $V_N = D^3 \beta$, β 为独立于 D 的积分常数. 因而, 据式(3)可导出二维和三维几何相似体的平均名义强度对尺寸的依赖性, 分别为

$$\bar{\sigma}_{Nu} = \bar{\sigma}_0 \left(\frac{D_0}{D} \right)^{\frac{2}{m}} \qquad \bar{\sigma}_{Nu} = \bar{\sigma}_0 \left(\frac{D_0}{D} \right)^{\frac{3}{m}} \tag{4}$$

平均名义强度的统计尺寸效应律为

$$\bar{\sigma}_{Nu} = \bar{\sigma}_0 \left(\frac{D_0}{D} \right)^{n/m} \tag{5}$$

式中: D_0 ——参考尺寸; n ——结构的维数($n = 2$ 或 3).

2 经典 Weibull 统计尺寸效应理论的综合评述

2.1 尖锐宏观裂纹的影响

当几何相似结构中出现尖锐的宏观裂纹时, 其等效单轴体积

$$V_N = b D^2 \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\rho(\theta)} \rho^{-\frac{m}{2}} [S(\rho, \theta, m)]^n \rho d\rho d\theta \tag{6}$$

式中: ρ, θ ——极坐标分量; $\rho(\theta)$ ——裂尖到边界点的相对径向坐标; $S(\rho, \theta, m)$ ——无量纲函数; b ——试件厚度. 注意到该方程由于 $\rho^{-\frac{m}{2}}$ 的出现而发散, 这说明当尖锐的宏观裂纹出现时, 应力奇异性导致统计理论预测了不真实的强度分布.

2.2 应力重分布

2.2.1 裂纹起始处失效的结构

这类结构在失效以前只包含微裂纹或其它裂隙. 这种失效是陶瓷和疲劳脆性金属结构的典型失效. 在这类结构中, 存在下式所示的尺寸为 H 的一个区域(如图 1 所示).

$$a \ll H \ll D \tag{7}$$

式中: D ——结构尺寸; a ——微裂纹或裂隙尺寸. 条件 $H \ll D$ 意味着在区域 H 内应力分布几乎是均匀的, 即 $|\Delta\sigma| \ll |\sigma|$; 条件 $a \ll H$ 意味着尺寸为 a 的微裂纹或裂隙的存在只是局部影响应力分布. 这说明, 该状态与无限大空间内作用有相同应力所产生的裂纹状态相同. 因而, 微裂纹或裂隙导致材料的宏观强度减少. 这表明, 初始裂隙的随机变化与材料强度的随机变化相联系, 这正好与经典 Weibull 统计理论所描述的变化相一致.

2.2.2 稳定的宏观裂纹发展以后失效的结构

这种失效是钢筋混凝土结构或诸如大坝、隧洞、岩石和山体等结构失效的情形. 对于这类结构, 在达到失效荷载以前, 在宏观稳定裂纹发展以后, 通常会有显著的非弹性变形, 这不可避免地引起显著的应力重分布. 这种新的应力分布与上述统计理论中使用的应力分布不一样. 这说明, 统计理论无法应用于钢筋混凝土结构、混凝土结构及岩石结构, 除非在统计理论中考虑稳定的宏观裂纹的发展对应力分布函数的影响.

2.3 结构失效时的能量释放

从力学的观点看, 经典 Weibull 统计理论忽略了由于宏观裂纹发展而引起的结构能量释放的影响. Bazant 教授使用能量理论导出了与上述统计尺寸效应律不同的尺寸效应律. 到目前为止, Bazant 尺寸效应律已得到了更多的理论和实验数据的支持. 例如, 在钢筋混凝土梁变得不稳定并失效以前, 临界缺陷超过横截面尺寸的 80% ~ 90%, 在如此大的裂纹发展期间, 发生了大量的应力重分布, 并引起储存能量的大量释放, 从而产生了尺寸效应, 即尺寸效应是由于能量释放而引起的.

2.4 单元之间的空间相关性

经典 Weibull 统计理论也忽略了单元之间的空间相互关联. 对一般的连续体或同一时间浇筑的混凝土结构来说, 如果一个材料单元的强度值低于平均强度值, 那么, 相邻单元的强度值比平均强度值低的可能性要大于高的可能性. 这表明从最弱连接模型发展起来的统计理论存在缺陷.

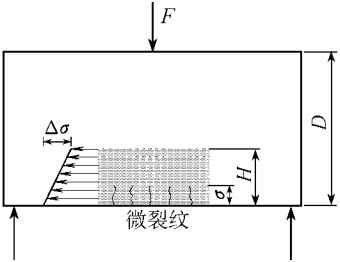


图 1 含微裂纹的几何相似结构
Fig.1 Geometrically similar structure with microscopic cracks

2.5 混凝土骨料粒径的影响

文献[2]认为,对于全级配和湿筛混凝土的抗压强度均存在尺寸效应,其变化规律符合 Weibull 脆性强度统计理论;同时认为混凝土骨料粒径越大,其表征材料强度尺寸效应的材料常数越大,这表明其脆性比小骨料粒径混凝土的脆性要小。

2.6 总 结

据以上分析^[3~7]可知,尺寸效应的经典 Weibull 统计理论可应用于下述结构(a)恰好在宏观裂纹起始处失效(或必须假设为失效)的结构(b)失效处只有引起可忽略应力重分布的小断裂过程区的结构。该理论对由疲劳而变脆的金属结构特别适合,但对混凝土材料,该理论还需进行修正。

3 应用非局部理论对尺寸效应统计理论的修正

经典 Weibull 统计理论认为每个单元的失效只依赖于该单元内的应力,并独立于结构其它单元的应力和加载历史。显然,这不是事实。每个单元的失效不仅依赖于该单元的应力,而且依赖于其相邻单元的应力。在非局部理论中,这种依赖性得到了更好的反映。

3.1 Bazant-Xi 公式

Bazant 和 Xi-Y 使用非局部理论对应力奇异性进行了分析^[3,4],并指出大尺寸的任意类型(一维、二维或三维)的几何相似体的渐近尺寸效应是相同的,即

$$\bar{\sigma}_{Nu} \propto D^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{对大尺寸 } D)$$

(8)

这与线弹性断裂力学的预测结果相一致。于是,在大尺寸中使用式(8),在小尺寸中使用式(5),同时考虑 $m \rightarrow \infty$ 的情形,可导出满足这 3 个条件的材料名义强度公式

$$\sigma_{Nu} = \frac{Bf_t}{\sqrt{\beta^{2n/m} + \beta}} \quad \beta = \frac{D}{D_0}$$

(9)

式中 Bf_t 和 D_0 是常数,可以通过对试验数据的拟合来确定。注意,该公式忽略了构件厚度的影响。

3.2 Planas 公式

Planas 提出了满足式(5)(8)和 $m \rightarrow \infty$ 的更一般的公式^[8]

$$\sigma_{Nu} = \frac{Bf_t}{(\beta^{\frac{2nr}{m}} + \beta^r)^{\frac{1}{2r}}} \quad \beta = \frac{D}{D_0} \quad r = \frac{m}{m - 2n}$$

(10)

4 尺寸效应律的比较

4.1 能量释放引起的尺寸效应理论——Bazant 尺寸效应律

Bazant 利用能量理论导出的名义强度为^[9]

$$\sigma_{Nu} = \frac{Bf_t}{\sqrt{1 + \beta}} \quad \beta = \frac{D}{D_0}$$

(11)

式中 Bf_t 和 D_0 是依赖于结构的几何参数,可以通过对试验数据的拟合来确定。

4.2 微裂纹或断裂的分形特性引起的尺寸效应理论——Carpinter 多重分形尺寸效应律

$$\text{Carpinter 利用分形理论导出的名义强度为}^{[10]} \quad \sigma_{Nu} = \sqrt{A + \frac{B}{D}}$$

(12)

式中常数 A 和 B 是依赖于结构几何的参数,可以通过对试验数据的拟合来确定。

选用文献[11]中三点弯曲混凝土梁的 12 组试验数据进行分析比较。根据式(9)~(12),通过对试验数据的拟合,可得表 1。各公式对试验数据的最佳拟合曲线如图 2 所示。

表 1 不同尺寸效应律对试验数据的拟合公式

Table 1 Regression formulas of various size effect laws to experimental data				
尺寸效应律	Bazant-Xi 公式	Planas 公式	Bazant 尺寸效应律	Carpinter 多重分形尺寸效应律
拟合公式	$\sigma_{Nu} = \frac{4.482}{\sqrt{\left(\frac{D}{147.3}\right)^{\frac{1}{3}} + \frac{D}{147.3}}}$	$\sigma_{Nu} = \frac{4.208}{\left[\left(\frac{D}{127.8}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{D}{127.8}\right)^{\frac{3}{2}}\right]^{\frac{1}{3}}}$	$\sigma_{Nu} = \frac{6.123}{\sqrt{1 + \frac{D}{54.83}}}$	$\sigma_{Nu} = \sqrt{4.368 + \frac{729.4}{D}}$

5 结 论

a. 经典 Weibull 统计尺寸效应理论在金属的疲劳断裂分析中应用得很好,但在混凝土材料应用时需作进一步的修正.基于非局部理论修正的统计理论应用于混凝土材料时,与实验数据能很好地吻合.

b. 由图 2 可以看出,混凝土的强度随结构尺寸的增加而减小.用于描述混凝土尺寸效应的各种尺寸效应律对试验数据的拟合之间存在差异.基于非局部理论修正的尺寸效应律(Bazant-Xi 公式和 Planas 公式)与 Bazant 尺寸效应律能对试验数据作出较好的预测,而 Carpinter 多重分形尺寸效应律相对较差一些.

c. 修正的尺寸效应统计理论能较好地预测混凝土强度,可应用于混凝土材料的失效分析.

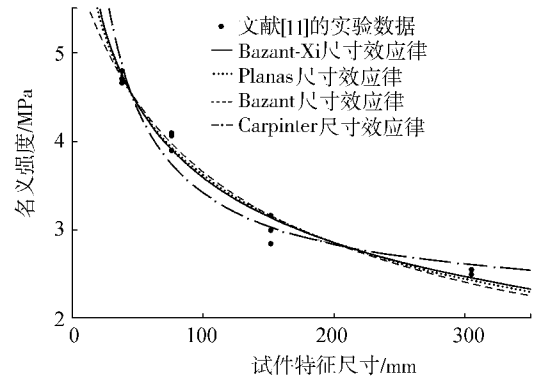


图 2 尺寸效应律对文献 [11] 中的实验数据的拟合
Fig.2 Comparison of regression curves of various size effect laws with experimental data from reference [11]

参考文献:

- [1] WEIBULL W. A statistical distribution function of wide applicability[J]. J Appl Mech, 1951, 18: 293—297.
- [2] 杨成球, 吴政. 全级配混凝土强度尺寸效应及变形特性研究[J]. 大连理工大学学报, 1997, 37(1): 129—134.
- [3] BAZANT Z P, XI Y, REID S G. Statistical size effect in quasibrittle structures — I is Weibull theory applicable?[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1991, 117(11): 2609—2622.
- [4] BAZANT Z P, XI Y. Statistical size effect in quasibrittle structures — II nonlocal theory[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1991, 117(11): 2623—2640.
- [5] BAZANT Z P, KAZEMI M T. Size effect in fracture of ceramics and its use to determine fracture energy and effective process zone length[J]. J Am Ceram Soc, 1990, 73(7): 1804—1853.
- [6] KITTL P, DIAZ G. Weibull's fracture statistics or probabilistic strength of materials: state of the art[J]. Research of Mechanics, 1988, 24: 99—207.
- [7] 郑建军, 周欣竹. 混凝土断裂能尺寸效应的细观方法[J]. 水利学报, 2001(10): 54—61.
- [8] PLANAS J, GUINEA G V, ELICES M. Generalized size effect equation for quasibrittle materials[J]. Fatigue Fracture of Engineering Materials and Structure, 1997, 20(5): 671—687.
- [9] BAZANT Z P, CHEN Er-ping. Scaling of structure failure[J]. American Society of Mechanical Engineers, 1997, 50(12): 593—627.
- [10] CARPINTERI A, FERRO G. Size effects on tensile fracture properties—a unified explanation based on disorder and fractality of concrete microstructure[J]. Materials and Structures, 1994, 27: 563—571.
- [11] BAZANT Z P, PFEIFFER P A. Determination of fracture energy from size effect and brittleness number[J]. ACI Mater J, 1987, 84(6): 463—480.

Statistical size effect of concrete

HUANG Hai-yan, ZHANG Zi-ming

(College of Civil Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China)

Abstract: An introduction is given to the classic Weibull statistical theory of size effect, and the theory is comprehensively reviewed from the sharp macro-crack, surface flaw, stress redistribution, energy release, spatial correlation, and dimension of concrete aggregates. Then a comparative analysis is made on the modified formula of statistic theory, the Bazant size effect law, and the multi-fractal size effect law, and the result shows that the classic statistical theory is only suitable for metals, while the modified formula based on the nonlocal theory can be applied to the failure analysis of concrete materials.

Key words: size effect; failure; statistical theory; fractal; concrete