

区间优化方法在水库调度中的应用

苏秋红,董增川

(河海大学水资源开发教育部重点实验室,江苏 南京 210098)

摘要:应用区间分析思想,将区间优化方法引入水库调度问题,同时以水库防洪调度为例,建立了区间优化模型.结合实例对水库调度区间优化方法进行验证,并与传统的动态规划方法做了对比.结果表明,区间优化方法用于水库调度问题,不仅优化原理清晰、计算方法易于理解,而且所得结果优于动态规划方法.

关键词:区间优化;动态规划;水库;优化调度

中图分类号:TV212 **文献标识码:**A **文章编号:**1000-1980(2004)04-0384-03

区间分析作为数学领域内一个新的分支,最初主要应用于方程组求解和误差分析.随着近几年研究的不断成熟,区间分析已成为数值分析中的一个重要组成部分,并已在数值计算和误差分析中得到了广泛应用,开始用于解决一些实际问题.

区间分析引入了区间数的概念:一个区间的两个端点组成的一对有序实数即区间数 $X=[\underline{X},\bar{X}]$.对于区间数,可定义^[1]区间数宽度 $\omega=\bar{X}-\underline{X}$;区间数中点 $m=(\underline{X}+\bar{X})/2$;区间数绝对值 $|X|=\max(|\underline{X}|,|\bar{X}|)$;区间数的四则运算:设两个区间数 $X=[\underline{X},\bar{X}],Y=[\underline{Y},\bar{Y}]$, $*$ 表示四则运算符,则 $X*Y=\{x*y|x\in X,y\in Y\}$ (当 $*$ 为除号时除去 $0\in Y$ 的情况).类似地,还可以定义区间向量和区间矩阵等.

1 区间优化

设 $X^{(0)}=(X_1^{(0)},X_2^{(0)},\dots,X_n^{(0)})$ 是 n 维区间向量, $f(x_1,x_2,\dots,x_n)$ 在 $X^{(0)}$ 上连续,则有如下定理^[1]:若 F 是 f 的具有包含关系单调性的区间扩张,则 $\bar{f}(X_1,X_2,\dots,X_n)\subseteq F(X_1,X_2,\dots,X_n)$.其中 $\bar{f}(X_1,X_2,\dots,X_n)$ 为函数 $f(x_1,x_2,\dots,x_n)$ 在 $X=(X_1,X_2,\dots,X_n)$ 上的值域.因此,计算 $F(X^{(0)})$ 就可以得到一个包含 $f(x_1,x_2,\dots,x_n)$ 值域的区间: $\bar{f}(X^{(0)})\subseteq F(X^{(0)})=[F(X^{(0)}),\overline{F(X^{(0)})}]$.实际上,区间 $F(X^{(0)})$ 的宽度会超过甚至大大超过 f 值域的实际宽度,超出的那一部分宽度 $\omega(F(X))$ 称为 $\bar{f}(X)$ 的超宽度.因此,只要能使超宽度任意小,就可以使所得的区间收敛到 f 的值域,从而得到函数值的上下界.对区间向量 N 等分,只要 N 足够大,就可以得到任意小的超宽度 $\omega(E_N(X))$,但是计算量也会因 N 的增大变得非常可观;对函数的扩张方法也会影响超宽度的大小,例如中心型、中值型区间扩张等具有更高阶的超宽度.

最优化问题就是典型的求有约束多变量函数的最大值或最小值.将区间分析方法引入最优化问题,就是区间优化方法.其具体过程是:通过对区间向量的不断划分,及时去除不满足约束条件的区间向量,并将保留下来的区间向量按优劣排序,排在首位的区间向量作为下次划分的对象,不断循环划分、判别、排序,最终得到满足一定精度要求的最大值或最小值.这种优化方法可以有效地避免复杂目标函数的求导、曲线拟合等过程,只要选择合适的 N 值和区间扩张,就可以在计算量较小的情况下得到满足要求的区间向量和最优函数值区间.最优解可取区间向量的中点.由最优解可得对应的最优函数值及误差.

2 水库优化调度模型

水库最优化调度的基本内容就是根据水库的入流过程,通过最优化方法,对水库调度数学模型进行求解,以寻求最优的控制运行方案.水库照此最优方案蓄泄运行,可使防洪、灌溉、发电等部分所构成的总体在

整个计算周期内总的效益最大而不利影响最小.从数学观点来看,寻求水库最优调度方案,就是求解包含时间因素的多步决策的最优化问题,即有约束多变量函数的最优值问题.

对于无区间来水的防洪水库,在无预泄的情况下,采用最大削峰准则的数学模型为

$$\min J(q) = \min \sum_{t_0}^{t_D} q_t^2 \Delta t \tag{1}$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{t_0}^{t_D} (Q_t - q_t) \Delta t \leq V_{\text{防}} & (2) \\ q_t \leq (Z_t, B_t) & (3) \\ (Q_t - q_t) \Delta t = \Delta V_t & (4) \\ q_t \leq q_{\text{安}} & (5) \end{cases}$$

式中: $q_t, Q_t, Z_t, B_t, \Delta V_t$ ——时段 Δt 内的决策下泄流量、平均入库流量、平均蓄水位、溢洪道操作方式和库容变化量; $V_{\text{防}}, q_{\text{安}}$ ——防洪库容和下游的安全泄量.

根据上述模型,将整个调度期 T 分为 n 个时段,每一时段为 Δt ,考虑库容 V 为状态变量,将约束条件式(4)转换为 $q_i = Q_i - \frac{\Delta V_i}{\Delta t}$,代入式(1),则目标函数可表示为

$$\min J(V) = \min \sum_{i=1}^n \left(Q_i - \frac{V_i - V_{i-1}}{\Delta t} \right)^2 \tag{6}$$

其中 V_0 和 V_n 已定,分别为整个调度期 T 的初始库容和期末库容,则该优化问题为求含有 $n-1$ 个变量($V_1, V_2, \dots, V_{n-1}$)的有约束函数的最小值问题.

3 算 法

基于求有约束规划问题全局最优解的思想,可以推导出合适的区间优化算法.设计变量 $V = (V_1, V_2, \dots, V_{n-1}) = ([\underline{V}_1, \overline{V}_1], [\underline{V}_2, \overline{V}_2], \dots, [\underline{V}_{n-1}, \overline{V}_{n-1}])$.利用目标函数的性质,对 $J(V)$ 进行区间扩张 $F(V')$,初始向量 $V^{(0)} = (V_1^{(0)}, V_2^{(0)}, \dots, V_{n-1}^{(0)})$,则 $F(V')$ 的上下界组成的区间包含 $J(V)$ 的值域.采用平分区间向量方法($N=2$)的优化过程为:将初始区间向量平分为 $V^{(0)} = V^{(1)} \cup V^{(2)}$,利用约束条件去检验其子区间向量是否属于广义可行区间向量^[2].若 $V^{(i)}$ 是非广义可行区间向量,则立即删去,否则计算 $F(V^{(i)})$ ($i=1$ 或 2 或 $1, 2$).选出其中最小的 $F(V^{(i)})$,并将其对应的区间向量 $V^{(i)}$ 按最大宽度方向进行平分(即将向量中宽度最大的区间进行平分,其他区间不变),同时将其其他元素以 $(V^{(i)}, F(V^{(i)}))$ 的形式存储.在平分过程中,将形如 $(V^{(k)}, F(V^{(k)}))$ 的元素根据 $F(V^{(k)})$ 按从小到大的顺序存入 $L = \{(V^{(k)}, F(V^{(k)}))\}$ 中的合适位置.显然, $V^{(k)}$ 均为可行区间向量.那么存储库 L 中最前面的元素具有符合约束条件的最小下界,下一步平分对象将是这个元素中的区间向量 $V^{(k)}$.依此类推,在满足一定精度要求时结束,则排在库中首位的元素就是最优区间向量解和最优函数值区间.其中,由于区间的不断平分,容易导致存储库 L 中的元素过多.为减少计算量和存储量,应采用中点检验法^[1]等及时判别并将不必要元素剔除,或不入库.

4 算 例

已知某水库特征水位、库容曲线表、泄流曲线、水库下游防洪标准 $p=1\%$ 、安全泄量 $2000\text{ m}^3/\text{s}$ 及 $p=1\%$ 的洪水过程.当起调水位为正常蓄水位,遇 $p=1\%$ 洪水时,求以最大削峰准则的最优防洪操作方案.

解:将超过下游安全泄量的洪水过程按照 $\Delta t=3\text{ h}$ 划分为 4 个时段,即 $n=4$.取初始区间向量 $V^{(0)} = (V_1^{(0)}, V_2^{(0)}, V_3^{(0)}) = ([70\ 700, 70\ 730], [89\ 070, 89\ 110], [102\ 790, 102\ 830])$ (单位为万 m^3),对目标函数式(6)进行区间扩张(为简单起见,采用自然区间扩张),当库中首位元素包含的区间向量宽度满足精度要求 $\epsilon=1$ 时结束.

本例如采用动态规划模型,将防洪库容按 10 万 m^3 分格,采用逆时序法进行求解,得到最优解 $(70\ 710, 89\ 080, 102\ 800)$ 与最优值 $16\ 008\ 012$ ^[3],本文取 $m(V^*) = (70\ 708, 89\ 082, 102\ 804)$ 为最优解,对应的 $J(m(V^*)) = 16\ 000\ 002$ 为最优函数值.两者结果相比,由区间优化方法得到的最优值精度较高.

5 结 语

利用区间优化方法将动态规划中目标函数的迭代形式展开,使水库优化调度成为典型的约束多变量非线性最优化问题,从而使调度模型变得更加简单易懂,计算方法具有良好的收敛性^[2]。由于区间优化方法的求解是对所有变量可行区域不断划分和优选的过程,因此不仅避免了动态规划方法中对变量取值的离散化问题,而且得到的结果精度较高并优于动态规划方法。将区间优化方法应用于水库优化调度问题,能够有效地得到符合实际情况的全局最优解。

由于精度的提高意味着对区间划分的细化,如果不能及时去除肯定不会包含最优解的区间,库中元素的个数就会不断增多,从而会影响计算速度。如何利用更有效的数学方法及时地发现并放弃不必要元素以减少计算量,还有待进一步研究。若将区间优化方法和动态规划方法相结合,可望在更少计算量的情况下得到更好的优化结果。

参考文献:

- [1] 沈祖和. 区间分析方法及其应用[J]. 应用数学与计算数学, 1983(2): 1—29.
- [2] 张乃良, 王海鹰, 刘蕴华. 非线性规划的区间方法[J]. 河海大学学报, 1992, 20(3): 97—103.
- [3] 武鹏林, 霍德敏, 马存信, 等. 水利计算与水库调度[M]. 北京: 地震出版社, 2000. 247—261.

Interval optimization and its application to reservoir regulation

SU Qiu-hong, DONG Zeng-chuan

(Key Laboratory of Water Resources Development of Ministry of Education, Hohai Univ., Nanjing 210098, China)

Abstract: The interval optimization method was introduced into reservoir regulation. With the flood regulation of a reservoir as an example, an interval optimization model was established. In combination with a case study, the method was verified and compared with the conventional dynamic planning method. It is shown that the method is clear in the principle of optimization and simple in calculation, and that the calculated result is superior to that of the dynamic planning method.

Key words: interval optimization; dynamic planning; reservoir; optimal operation