

基于四参数等效应变的各向同性损伤模型

韦 未, 李同春

(河海大学水利水电工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要 针对 Loland 和 Mazars 各向同性损伤模型关于峰值应力前后应力应变曲线假设的缺陷, 做了两点改进 (a) 认为应力峰值前后 $\sigma-\epsilon$ 均为非线性关系 (b) 根据 Hsieh-Ting-Chen 强度破坏准则的基本思想, 给出了一种新的用于各向同性损伤模型的四参数等效应变. 该等效应变不但可以用于描述单轴应力状态下混凝土的本构关系, 而且能描述多轴应力状态下混凝土的本构关系. 数值算例验证了所给等效应变的合理性, 从而说明了修改过的 Mazars 损伤模型的正确性.

关键词 混凝土; 四参数等效应变; 损伤本构模型

中图分类号 :TV313 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-198X(2004)04-0425-05

用损伤力学观点来研究混凝土本构关系, 始于 20 世纪 80 年代. 现已提出了不少计算模型. 其中, 较有代表性的各向同性损伤模型为基于应变等价原理的 Loland 和 Mazars 各向同性损伤模型. Loland 损伤模型认为应力峰值前 $\sigma-\epsilon$ 为非线性关系, 而应力峰值后 $\sigma-\epsilon$ 和 $D-\epsilon$ 都为线性关系, 这与实际情况不符^[1]; Mazars 损伤模型认为应力峰值前 $\sigma-\epsilon$ 为线性关系, 应力峰值后应变增加而应力按指数函数下降, 这也是不合理的. 为此, 本文对 Mazars 各向同性损伤模型做了两点改进 (a) 认为应力峰值前后 $\sigma-\epsilon$ 均为非线性关系 (b) 根据 Hsieh-Ting-Chen 强度破坏准则的基本思想, 给出了一种新的形式单一、计算简单的等效应变. 为了证明该等效应变的正确性, 本文采用了文献 2 的应力应变曲线. 由于目前各种应力应变试验的离散性较大, 并且大部分采用不同试件来进行单轴拉伸和单轴压缩应力应变全曲线的研究, 而文献 2 提供了同种试件的单轴拉伸和单轴压缩应力应变曲线的研究结果, 因此本文选文献 2 作为比较分析的对象. 算例表明, 本文给出的该等效应变不仅能求解单轴应力情况, 而且可推广到求解多轴应力的情况.

1 混凝土各向同性损伤模型

Mazars 损伤模型认为, 峰值之前 ($\epsilon \leq \epsilon_p$), $\sigma-\epsilon$ 为线性关系, 即没有损伤, 此时 $D = 0$; 峰值之后 ($\epsilon > \epsilon_p$), 应变增加而应力按指数函数 ($\sigma = \alpha(\epsilon)$) 下降, 此时 $D = 1 - \alpha(\epsilon)/E\epsilon$. 对于多轴应力情况, 将应变 ϵ 换成 ϵ^* , 并需要考虑拉、压两类损伤的耦合, 此时的总损伤为 $D = \alpha_t D(\epsilon^*) + (1 - \alpha_t) D_c(\epsilon^*)$, 因此计算复杂, 通用性不强. 针对 Mazars 损伤模型, 本文做了如下两点改进.

a. 认为应力峰值前后 $\sigma-\epsilon$ 均为非线性关系. 为便于比较, 本文采用杨木秋等^[2]提出的拉应力应变曲线, 即:

上升段曲线 ($\epsilon/\epsilon_p \leq 1$)

$$\frac{\sigma}{\sigma_p} = \frac{\epsilon/\epsilon_p}{0.8(1 - \epsilon/\epsilon_p)^{1.8} + \epsilon/\epsilon_p} \quad (1)$$

下降段曲线 ($\epsilon/\epsilon_p > 1$)

$$\frac{\sigma}{\sigma_p} = \frac{\epsilon/\epsilon_p}{1.2(1 - \epsilon/\epsilon_p)^2 + \epsilon/\epsilon_p} \quad (2)$$

式中: σ_p ——单轴拉伸峰值应力; ϵ_p ——相应的峰值应变. 整个应力应变曲线均可用损伤变量表示为

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - D} \quad (3)$$

$$\sigma = \alpha(\epsilon_p, D) = \alpha(1 - D) = \epsilon E_0(1 - D) \quad (4)$$

式中: ϵ_p ——峰值应力对应的应变; E_0 ——材料无损时的弹性模量; D ——损伤变量, 这里假设材料初始损伤 $D_0 = 0$.

有了应力应变曲线(1)(2), 则可求出损伤变量:

$$D = 1 - \frac{\sigma}{E_0 \epsilon} \quad (5)$$

b. 对于多轴应力情况, 将应变 ϵ 换成等效应变 ϵ^* . 为此, 本文根据 Hsieh-Ting-Chen 强度破坏准则的基本思想, 给出了四参数等效应变, 即

$$\epsilon^* = A \frac{J_2}{\epsilon} + B \sqrt{J_2} + C \epsilon_1 + D I_1 \quad (6)$$

其中: I_1 ——应变张量第1不变量, $I_1 = \epsilon_{ii}$; J_2 ——应变偏量第2不变量, $J_2 = e_{ij}e_{ij}/2$; ϵ_1 ——最大主应变, $\epsilon_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{J_2} \sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) + \frac{1}{3} I_1$, $\theta = \frac{1}{3} \sin^{-1}\left(-\frac{3\sqrt{3}J_3}{2\sqrt{J_2^3}}\right)$, $|\theta| \leq 60^\circ$; J_3 ——应变偏量第3不变量, $J_3 = e_{ij}e_{jk}e_{ki}/3$.

式(6)为一关于 ϵ^* 的二次方程, 求解此二次方程即可求出各种应力状态下的等效应变, 代入式(5)可求出损伤变量.

A, B, C, D 4个参数根据文献[3]极限强度破坏准则及4组强度试验数据来确定, 即

$$F(I_1, J_2, \epsilon_1) = A \frac{J_2}{\epsilon_p} + B \sqrt{J_2} + C \epsilon_1 + D I_1 - \epsilon_p = 0 \quad (7)$$

本文 ϵ_p 取当材料达到单轴拉伸强度极限时的峰值应变. 由于试件材料的差别以及试验方法和试验设备的不同, 多轴应力的试验结果离散性较大, 因此本文采用文献[4]建议的统一的特征强度值, 经 Hooke 定律换算后来计算各式中的参数. 即: 单轴抗拉强度 $f_t = 0.1f_c$ 、单轴抗压强度为 f_c 、双轴等压强度 $f_{cc} = 1.28f_c$ 并取三轴压缩子午线上一点 $\sigma_{oct}/f_c = -4$, $\tau_{oct}/f_c = 2.7$ (σ_{oct}, τ_{oct} 分别为八面体正应力和剪应力). 换算后得如下4组数据.

单轴拉伸:

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= 0.1 \frac{f_c}{E} = 0.1 \epsilon_c = \epsilon_t \\ \epsilon_2 &= \epsilon_3 = -\mu \frac{0.1f_c}{E} = -0.1\mu \epsilon_c = -\mu \epsilon_t \end{aligned}$$

单轴压缩:

$$\epsilon_1 = -\frac{f_c}{E} = \epsilon_c \quad \epsilon_2 = \epsilon_3 = \mu \frac{f_c}{E} = \mu \epsilon_c$$

双轴等压:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \end{bmatrix} &= \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\mu & -\mu \\ -\mu & 1 & -\mu \\ -\mu & -\mu & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.28f_c \\ 1.28f_c \\ 0 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & -\mu & -\mu \\ -\mu & 1 & -\mu \\ -\mu & -\mu & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.28\epsilon_c \\ 1.28\epsilon_c \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

三轴应力:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\mu & -\mu \\ -\mu & 1 & -\mu \\ -\mu & -\mu & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{2.7}{\sqrt{2}}f_c - 4f_c \\ \frac{2.7}{\sqrt{2}}f_c - 4f_c \\ -2.7\sqrt{2}f_c - 4f_c \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -\mu & -\mu \\ -\mu & 1 & -\mu \\ -\mu & -\mu & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{2.7}{\sqrt{2}}\epsilon_c - 4\epsilon_c \\ \frac{2.7}{\sqrt{2}}\epsilon_c - 4\epsilon_c \\ -2.7\sqrt{2}\epsilon_c - 4\epsilon_c \end{bmatrix}$$

其中 ϵ_t 、 ϵ_c 分别为单轴拉伸和单轴压缩的峰值应变。

2 四参数等效应变 ϵ^* 合理性的验证

为了与文献 [2] 进行比较,采用文献 [2] 中提供的试件和试验数据进行数值分析。试件及试验数据为: 100 mm×100 mm×100 mm 的立方体试件,弹性模量 $E=32.5$ GPa,抗压强度 $f_c=29.55$ MPa,抗拉强度 $f_t=2.83$ MPa, $\mu=0.167$, $\epsilon_t=1.08\times10^{-4}$ 。将材料参数及试验结果代入式 (6) 则可得 $A=2.431\,224\,3\times10^{-2}$, $B=6.263\,600\,3\times10^{-2}$, $C=0.766\,142\,3$, $D=0.271\,201\,5$ 。

单轴应力状态计算结果以及应力应变全曲线与文献 [2] 试验资料的比较见表 1、图 1 和图 2;双轴应力状态比较计算见表 2 及图 3~5;三轴应力状态计算结果见图 6。

表 1 单轴应力状态主要计算结果

Table 1 Main computed results under uniaxial stress states

受力状态	本文采用等效应变的计算结果		文献 [2] 试验结果	
	峰值应力/MPa	峰值应变	峰值应力/MPa	峰值应变
单轴拉伸	2.863	0.000 11	2.83	0.000 108
单轴压缩	29.088	0.001 10	29.55	0.001 900

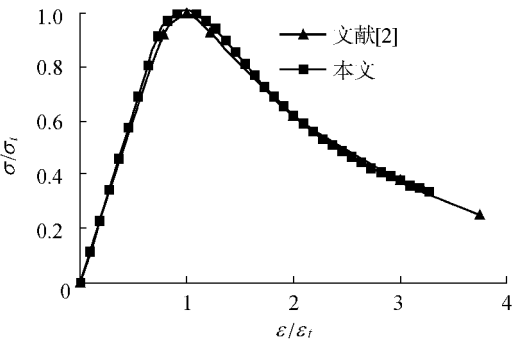


图 1 单轴拉伸应力应变曲线比较

Fig.1 Comparison of stress-strain curves under uniaxial tension

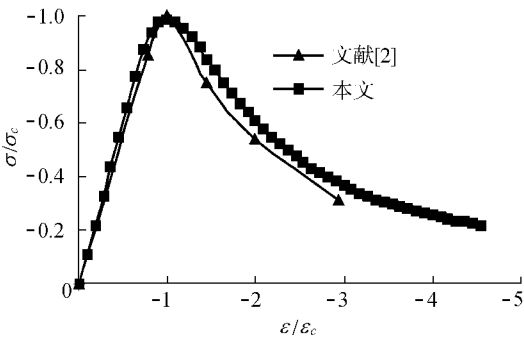


图 2 单轴压缩应力应变曲线比较

Fig.2 Comparison of stress-strain curves under uniaxial compression

表 2 双向应力状态下主要计算结果

Table 2 Main computed results under biaxial stress states

受力状态	峰值应力/MPa	峰值应力/ f_c	受力状态	峰值应力/MPa	峰值应力/ f_c	受力状态	峰值应力/MPa	峰值应力/ f_c
双向拉伸	2.724	0.092	一拉一压	3.029	0.107	双向压缩	37.203	1.260

从表 1、图 1 及图 2 可知,在单轴应力状态下,用本文等效应变假设计算的结果与文献 [2] 试验结果吻合很好。这说明,对于同一种混凝土材料,本文等效应变的假设是正确的。

从表 2 可知,在双向应力状态下,本文等效应变计算所得峰值应力基本上能达到文献 [4] 建议的强度。图 3~5 双轴应力状态下的应力应变全曲线与 Kupfer^[5] 试验得出的结果一致。即:当混凝土处于双轴压缩时,随着两个方向主应力比 σ_1/σ_2 的变化,双轴破坏强度较单轴受压强度均有所提高,当主应力比 $\sigma_1/\sigma_2\approx0.5$ 时,强度提高幅度最大;当混凝土处于一拉一压时,随着拉应力的增大,抗压强度逐渐减小;双轴拉伸时混凝土的

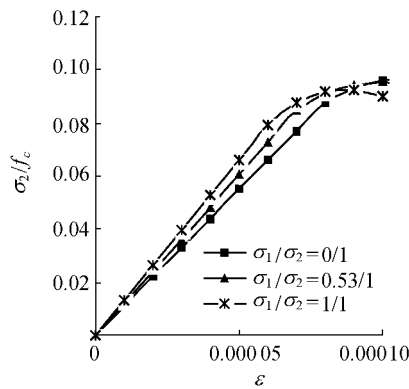


图3 双轴拉伸应力应变曲线

Fig.3 Stress-strain curves under biaxial tension

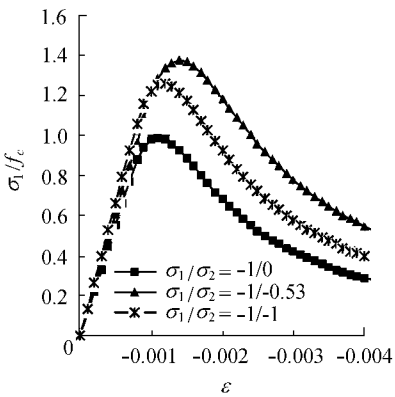


图4 双轴压缩应力应变曲线

Fig.4 Stress-strain curves under biaxial compression

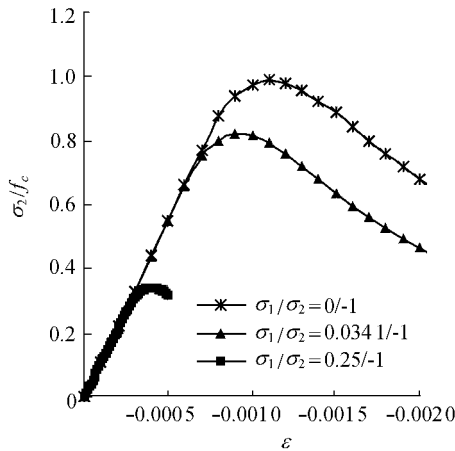


图5 一拉一压应力应变曲线

Fig.5 Stress-strain curves under compression in one direction and tension in other direction

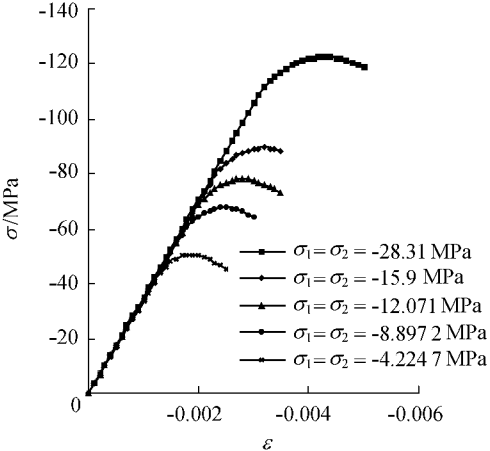


图6 三轴压缩应力应变曲线

Fig.6 Stress-strain curves under triaxial compression

抗拉强度 ,与单轴抗拉强度相比 ,无明显变化.

图6表明 ,一个方向的强度随着另外两个方向压力的增加而提高 ,这与文献 [6] 围压相等的圆柱三轴受压试验应力应变曲线得出的结论一致 ,因此可用于三向应力状态的研究.

由于目前双轴和三轴应力应变全曲线试验离散性很大以及试件本身的原因 ,定量比较很不容易 ,故本文只进行了定性比较.

3 结 论

a. 本文峰值前后混凝土应力应变关系均为非线性关系的假设 ,弥补了 Mazars 损伤模型的不足 .如将本文给出的四参数等效应变与损伤本构模型结合 ,不仅可模拟单轴应力状态下混凝土受力的全过程 ,也可模拟多轴应力状态下混凝土受力的全过程.

b. 从验证计算结果可以看出 ,在单轴应力状态下 ,采用本文等效应变算得的应力应变曲线与文献 [2] 试验结果具有很好的一致性 ,因此等效应变的提法在理论上是合理的 ,在双向应力状态下 ,用本文等效应变求出的峰值应力与混凝土强度理论的要求 [4] 比较接近 ,在三向应力状态下 ,本文结论与文献 [6] 结论一致 ,因此本文提出的等效应变可以推广至三向应力状态的研究中 ,从而证明了修改过的 Mazars 损伤模型的正确性.

c. 本文等效应变表达式具有形式单一、计算简单、通用性强的优点 ,可用于混凝土非线性本构模型的研究.

参考文献：

[1] 于晓中. 岩石和混凝土断裂力学[M]. 长沙 : 中南工业大学出版社 , 1988. 382—416.
[2] 杨木秋, 林泓. 混凝土单轴受压受拉应力应变全曲线的试验研究[J]. 水利学报, 1992 (6) : 60—66.
[3] 宋玉普, 赵国藩. 应变空间混凝土的破坏准则[J]. 大连理工大学学报, 1991, 31(4) : 455—461.
[4] 过镇海, 王传志, 张秀琴. 混凝土的多轴强度试验和破坏准则研究[A]. 见 清华大学抗震抗爆工程研究室编. 混凝土力学性能的试验研究[C]. 北京 : 清华大学出版社, 1996. 1—51.
[5] KUPFER H, HILSDORF H K, RUSH H. Behavior of concrete under biaxial Loading[J]. Journal of America Concrete Institute, 1969, 66 (8) : 656—666.
[6] 宋启根, 单炳梓, 金芷生, 等. 钢筋混凝土力学[M]. 南京 : 南京工学院出版社, 1986. 90—92.

Four-parameter equivalent strain-based isotropic damage model

WEI Wei , LI Tong-chun

(College of Water Conservancy and Hydropower Engineering , Hohai Univ. , Nanjing 210098 , China)

Abstract : In consideration of the defect in the assumption related to the stress-stain curve before and after the occurrence of the peak stress in the Loland and Mazars isotropic damage models , the models are improved in two aspects , i. e. σ and ϵ are of a nonlinear relationship before and after the occurrence of the peak stress , and the Hsieh-Ting-Chen damage criterion should be followed. Based on the modification , a new four-parameter equivalent strain for the isotropic damage model is presented. The equivalent strain can depict the mechanical behavior of concrete both under uniaxial stress state and multiaxial stress state. A numerical example is given to show the rationality of the equivalent strain , and further to demonstrate the correctness of the modified Mazars model.

Key words : concrete ; four-parameter equivalent strain ; constitutive model of damage

中国科技核心期刊 中国学术期刊综合评价数据库来源期刊
全国水利系统优秀科技期刊 华东地区优秀期刊 江苏省优秀期刊

水利水电科技进展

新颖 实用 快捷



双月刊, A4 开本 彩色封面 64 页 2004 年全年定价 30.00 元 全国各地邮局均可订阅

国际标准连续出版物号：

ISSN 1006-7647

国内统一连续出版物号：

CN 32-1439/ TV

国外发行代号：DK 32003

(中国出版对外贸易总公司)

国内邮发代号：28-244

编辑部地址：210098 南京市西康路 1 号

联系电话：(025) 83786335

传 真：(025) 83787381

电子信箱：jz@hhu. edu. cn

网 址：kkb. hhu. edu. cn

银行账号：南京工行宁海路分理处

4301011409001024513

(也可直接汇款至编辑部订阅 ,
另加 6.00 元邮寄费)