

混凝土二维复合型软化曲线的一种推算方法

邵 勇,王向东

(河海大学土木工程学院,江苏 南京 210098)

摘要 基于虚拟裂缝模型(FCM),通过对混凝土二维复合型裂缝梁试验数据的拟合,得到了Ⅰ-Ⅱ,Ⅰ-Ⅲ,Ⅱ-Ⅲ3种二维复合型软化方程中参数 α, β 的数学表达式.据此表达式可直接求得二维复合型缝端2个应力强度因子之任意比值(即任意权重比)下混凝土二维复合型的软化曲线.这克服了通过试验求软化曲线的困难,为断裂能 G_F 计算及损伤分析等提供了方便.

关键词 混凝土 虚拟裂缝模型 应力强度因子 软化曲线 软化方程

中图分类号 TV431 **文献标识码** A **文章编号** 1000-1980(2004)04-0430-04

在研究混凝土断裂问题时,混凝土材料的 $P-\Delta$ 全曲线(包括上升段和下降段)占有极其重要的位置.因为该曲线是混凝土在各种荷载作用下的变形、内部微裂纹的发展、损伤积累以及最终破坏等一系列变化过程完整的宏观反应^[1].

现普遍存在的一个问题是,混凝土 $P-\Delta$ 全曲线在普通材料试验机上很难得到.因为当加载到试件的极限荷载时,试件会突然断裂,试件断裂就得不到稳定的下降段. Whitney 指出,达到极限荷载时混凝土试件突然破坏是试验机刚度不足所致,要得到稳定的下降段,则试验机须具有闭路伺服控制装置.如果没有这类装置,则试验机应具有足够的刚度,才能控制卸载时的变形速率.

在实际工程结构中,由于裂缝方位不对称、荷载分布不对称以及材料各向异性等原因^[2],通常遇到的是应力强度因子 K_I, K_{II} 和 K_{III} 均不为零的复合型裂缝,其应力强度因子的权重比各不相同,因此要逐一通过试验获取 $P-\Delta$ 全曲线不太现实.而由断裂力学理论^[1]可知,只要知道软化曲线, $P-\Delta$ 全曲线就不难确定了.因此,本文对试验所得的数种不同权重比下的软化曲线进行了分析和拟合,并建立了推算二维复合型裂缝任意权重比下软化曲线的一般方法.

1 软化方程

河海大学在承担国家‘八五’攻关子项目‘高强度混凝土损伤-断裂模型及其在大体积混凝土结构中的应用’时,进行了一系列试验.这些试验主要研究水工建筑物中常用配合比的混凝土的损伤和断裂性能.试验中试件浇注和测试共分35组,每组8根.其中:纯Ⅰ型断裂破坏,纯Ⅱ型断裂破坏,纯Ⅲ型断裂破坏各1组;Ⅰ-Ⅱ复合型断裂破坏8组,各组Ⅰ型、Ⅱ型权重不同,包括拉剪破坏和压剪破坏;Ⅰ-Ⅲ复合型断裂破坏8组,各组Ⅰ型、Ⅲ型权重不同,包含拉扭和压扭;Ⅱ-Ⅲ复合型断裂破坏4组^[3].

由于 $P-\Delta$ 全曲线上上升段基本处于线弹性状态,其 $P-\Delta$ 曲线很容易得到,而下降段则不易得到.因此,对 $P-\Delta$ 全曲线下下降段采用如下软化方程来描述:

$$y = 1 - x^\alpha e^{-\beta/x} \quad y = \frac{\sigma_e}{\sigma_{ec}} \quad x = \frac{w_e}{w_{ec}} \tag{1}$$

式中: α, β ——可调参数; σ_e ——缝端前缘的等效应力; σ_{ec} ——等效应力的极限值; w_e ——等效附加变形; w_{ec} ——等效附加变形的极限值.

分析式(1)可知,虽然 α 不可取为零,但 $\lim_{x \rightarrow 0} y(x) = 1$,满足虚拟裂缝尖端裂缝宽度为零、传递应力为 σ_{ec} 这一条件.若取 $x = 1$,则 $y = 1 - e^{-\beta}$.即裂缝完全张开时,裂缝传递应力为 $1 - e^{-\beta}$.由于 β 值一般远小于1,可知

这个应力非常小,即接近于零.式(1)不但形式简单,而且能较好地符合试验结果,还能把各种类型软化律曲线统一起来.采用无量纲形式主要是为了便于分析和应用.

据已有试验,得到了混凝土单一型及不同权重比下 3 种二维复合型软化律曲线方程中的 α, β 值,如表 1~表 4 所示.

表 2 I-II 复合型不同 $K_I:K_{II}$ 下软化方程参数 α, β

参数	$K_I:K_{II}$							
	1:0.32	1:0.79	1:1.51	1:1.89	-1:0.40	-1:0.97	-1:1.30	-1:1.72
α	0.274	0.382	0.484	0.506	1.179	1.099	0.94	0.903
β	0.063	0.068	0.061	0.048	-0.025	-0.014	0.003	0.007

表 3 I-III 复合型不同 $K_I:K_{III}$ 下软化方程参数 α, β

参数	$K_I:K_{III}$							
	1:0.31	1:0.61	1:0.77	1:1.58	-1:0.19	-1:0.54	-1:0.66	-1:1.31
α	0.225	0.299	0.331	0.361	0.716	0.612	0.526	0.434
β	0.047	0.072	0.074	0.079	0.022	0.028	0.036	0.045

各类二维复合型裂缝的权重比通过表中 $K_I:K_{II}, K_I:K_{III}, K_{II}:K_{III}$ 来反映.根据上述数据拟合出任意权重比下软化律曲线方程中的 α, β 表达式,从而可确定其软化曲线.

2 参数 α, β 的拟合

找出 α, β 随权重比变化的规律,并使 α, β 拟合表达式满足二维复合型在权重比为 0 或 ∞ 时退化为单一型的条件.据此,本文拟合时采用了双曲函数和 S 形曲线函数^[4].

表 4 II-III 复合型不同 $K_{II}:K_{III}$ 下软化方程参数 α, β

参数	$K_{II}:K_{III}$			
	1:0.52	1:0.79	1:1.06	1:1.84
α	0.526	0.484	0.457	0.412
β	0.048	0.050	0.052	0.056

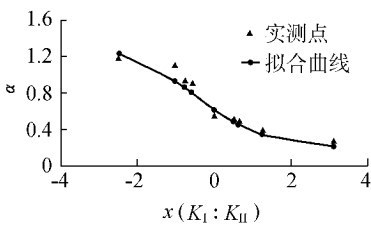


图 1 I-II 型不同权重与 α 关系

Fig.1 Relationship between proportion of $K_I:K_{II}$ and α

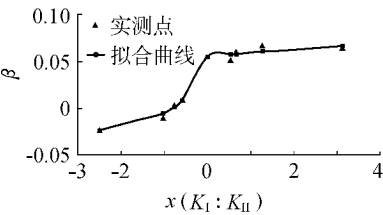


图 2 I-II 型不同权重与 β 关系

Fig.2 Relationship between proportion of $K_I:K_{II}$ and β

2.1 I-II 复合型

如图 1 所示,当 $K_I:K_{II} = 0$ 时, I-II 复合型退化为 II 型,此时 $\alpha = 0.620$ (表 1 单一型所对应的 $\alpha = 0.539$) ;当 $K_I:K_{II} = \infty$ 时, I-II 复合型退化为 I 型,此时 $\alpha = 0.194$,与表 1 单一型所对应的 α 值相吻合. α 拟合表达式为

$$\alpha(x) = d + \frac{1}{a + b e^{-cx}}$$

(2)

式中 : $a = -0.858$; $b = -0.494$; $c = 1.08$; $d = 1.36$.

拟合 β 时,根据 β 分布规律并考虑退化问题,分拉-剪和压-剪两部分进行拟合.如图 2 所示,当 $K_I:K_{II} = 0$ 时, I-II 复合型退化为 II 型,此时 $\beta = 0.055$;当 $K_I:K_{II} = \infty$, I-II 复合型退化为 I 型,此时 $\beta = 0.02$,均与表 1 单一型所对应的 β 值相吻合. β 拟合表达式为

拉-剪($K_I > 0$)

$$\beta(x) = c + d e^{-b(x-a)^2}$$

(3)

式中 : $a = 5.975$; $b = 0.01$; $c = 0.02$; $d = 0.05$.

压-剪($K_I < 0$)

$$\beta(x) = c + \frac{x}{ax + b}$$

(4)

式中： $a = -10.1$ ； $b = 6.54$ ； $c = 0.055$ 。

于是，对Ⅰ-Ⅱ复合型裂缝，根据上述拟合，只要知道权重比 $K_I : K_{II}$ 的值，并将其分别代入相应的 α, β 表达式就可确定 α, β 值，从而可得到该权重比下的软化律曲线。

2.2 Ⅰ-Ⅲ复合型

如图3所示，当 $K_I : K_{III} = 0$ 时，Ⅰ-Ⅲ复合型退化为Ⅲ型；当 $K_I : K_{III} = \infty$ 时，Ⅰ-Ⅲ复合型退化为Ⅰ型。 α 拟合表达式为

$$\alpha(x) = d + \frac{1}{a + be^{-cx}} \tag{5}$$

式中： $a = -1.976$ ； $b = -1.357$ ； $c = 0.74$ ； $d = 0.7$ 。

拟合 β 时，根据 β 分布规律并考虑退化问题(见图4)，分拉-扭和压-扭两部分进行拟合。 β 拟合表达式为

拉-扭($K_I > 0$)
$$\beta(x) = c + de^{-b(x-a)^2} \tag{6}$$

式中： $a = 1.029$ ； $b = 0.233$ ； $c = 0.02$ ； $d = 0.055$ 。

压-扭($K_I < 0$)
$$\beta(x) = c + \frac{x}{ax + b} \tag{7}$$

式中： $a = -15.3$ ； $b = 35$ ； $c = 0.063$ 。

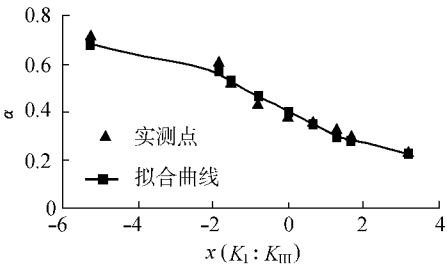


图3 Ⅰ-Ⅲ型不同权重与 α 关系
Fig.3 Relationship between proportion of $K_I : K_{III}$ and α

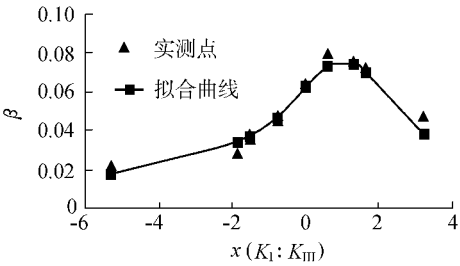


图4 Ⅰ-Ⅲ型不同权重与 β 关系
Fig.4 Relationship between proportion of $K_I : K_{III}$ and β

于是，对Ⅰ-Ⅲ复合型裂缝，根据上述拟合，只要知道权重比 $K_I : K_{III}$ 的值，将其分别代入相应的 α, β 表达式就可确定 α, β 值，从而可得到该权重比下的软化律曲线。

2.3 Ⅱ-Ⅲ复合型

如图5所示，当 $K_{II} : K_{III} = 0$ 时，Ⅱ-Ⅲ复合型退化为Ⅲ型；当 $K_{II} : K_{III} = \infty$ 时，Ⅱ-Ⅲ复合型退化为Ⅱ型。 α 拟合表达式为

$$\alpha(x) = d + \frac{1}{a + be^{-cx}} \tag{8}$$

式中： $a = 5.29$ ； $b = 25.96$ ； $c = 1.96$ ； $d = 0.35$ 。

同样，根据 β 分布规律并考虑退化问题(见图6)，得 β 拟合表达式为

$$\beta(x) = c + de^{-bx^2} \tag{9}$$

式中： $b = 2.105$ ； $c = 0.05$ ； $d = 0.013$ 。

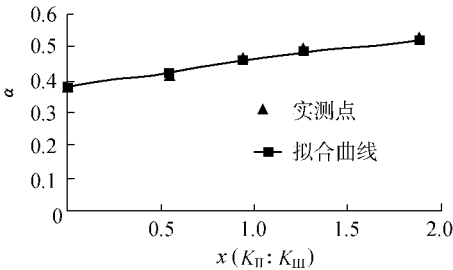


图5 Ⅱ-Ⅲ型不同权重与 α 关系
Fig.5 Relationship between proportion of $K_{II} : K_{III}$ and α

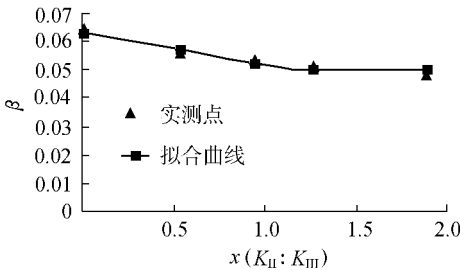


图6 Ⅱ-Ⅲ型不同权重与 β 关系
Fig.6 Relationship between proportion of $K_{II} : K_{III}$ and β

于是,对Ⅱ-Ⅲ复合型裂缝,根据上述拟合,只要知道权重比 $K_{Ⅱ}:K_{Ⅲ}$ 的值,并将其分别代入相应的 α,β 表达式就可确定 α,β 的值,从而可得到该权重比下的软化律曲线.

3 实例验证

对Ⅰ-Ⅱ复合型裂缝,如将应力强度因子 $K_{Ⅰ}:K_{Ⅱ}=1:1.51$ 代入Ⅰ-Ⅱ复合型 α,β 表达式,则可得 $\alpha=0.451,\beta=0.058$.将 α,β 值代入式(1)即可得软化曲线,见图 7.

从图 7 可以看出,实测软化曲线^[3]与拟合软化曲线具有极强的相关性.由此可以认为,通过拟合而得到的软化曲线与实测结果相吻合.因此,可根据式(10)计算权重比 1:1.51 时的断裂能 G_F .

$$G_F=\int_{w_{ec}}\sigma_e dw_e=\int_{w_{ec}}f(w_e)dw_e$$

(10)

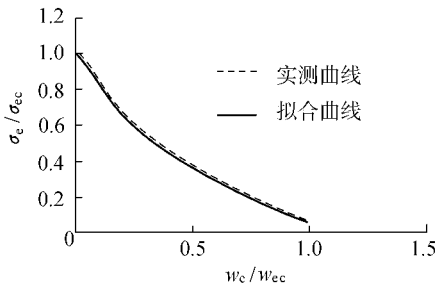


图 7 实测和拟合软化曲线比较

Fig.7 Comparison of inteneration curves by real measurement and regression calculation

4 结 束 语

通过对裂缝尖端应力强度因子 $K_{Ⅰ},K_{Ⅱ},K_{Ⅲ}$ 不同比值(即不同权重比)下软化曲线的研究,拟合出了不同 $K_{Ⅰ}:K_{Ⅱ},K_{Ⅰ}:K_{Ⅲ},K_{Ⅱ}:K_{Ⅲ}$ 权重比下的软化曲线,从而得到了相应的 $P-\Delta$ 全曲线的下降段,并可推算出二维复合型裂缝在任意权重比下的 $P-\Delta$ 全曲线.这克服了必须通过试验得出 $P-\Delta$ 全曲线的困难,为进一步进行复合型断裂研究和工程应用提供了方便.实例验证表明,该方法具有一定的可信度和实用价值.但需要说明的是,本文结果仅适用于水工建筑物混凝土,而关于建筑结构中高标号混凝土的软化曲线,则还需做进一步研究.

参考文献：

[1] 徐道远,符晓陵,寿朝晖.混凝土三维复合型断裂的 FCM 和 G_F [A].见 涂传林主编.第五届岩石、混凝土断裂和强度学术会
论文集[C].长沙 国防科技大学出版社,1993. 73—77.
[2] 尹双增.断裂损伤理论及应用[M].北京 清华大学出版社,1992. 135—142.
[3] 周苏波.混凝土损伤的定量分析[D].南京 河海大学,1999.
[4] 方开泰,全辉,陈庆云.实用回归分析[M].北京 科学出版社,1988.42—45.

A method for calculation of inteneration curve for 2-D composite concrete cracks

SHAO Yong, WANG Xiang-dong

(College of Civil Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China)

Abstract :By fitting of experimental data of concrete beams with 2-D composite cracks based on the fictitious crack model (FCM), mathematical expressions for parameters α and β in the 2-D composite inteneration equations forⅠ-Ⅱ,Ⅰ-Ⅲ, andⅡ-Ⅲ composite cracks are obtained, and based on the expressions, 2-D composite inteneration curves under different proportions of two stress intensity factors, that is under different weights, at the ends of 2-D composite cracks can be directly derived. The method overcomes the difficulties in determining the inteneration curve by experiments, and makes it easy to calculate the fracture energy G_F and perform damage analysis.

Key words :concrete ;fictitious crack model ;stress intensity factor ;inteneration curve ;inteneration equation