

参数对输水管道水流冲击气团压力的影响

张 健¹ ,郑 源¹ ,刘德有¹ ,索丽生¹ ,范波芹²

(1.河海大学水利水电工程学院 ,江苏 南京 210098 ;2.浙江省水利水电技术咨询中心 ,浙江 杭州 310012)

摘要 :从理论上研究了阀门前充水段长度、滞留气团的初始长度、多方指数 n 等参数对输水管道水流冲击气团最大压力的影响.研究表明 ,阀门前充水段长度仅改变系统的波动频率而与冲击气团最大压力无关.在忽略水头损失时 ,滞留气团的初始长度与冲击气团最大压力无关 ,而在考虑水头损失时 ,滞留气团的初始长度越长 ,水流冲击气团的最大压力越小 ,衰减越快 ;随着多方指数 n 值增大 ,水流冲击气团的最大压力减少 ,管路中的初始稳定气压对水流冲击气团产生的最大压力影响显著.

关键词 输水管道 ;水流冲击气团 ;最大压力 ;多方指数

中图分类号 :TV672 文献标识码 :A 文章编号 :1000-198X(2004)06-0655-06

1 忽略水头损失时有关参数对水流冲击气团的影响

1.1 数学模型

1.1.1 基本假设

为简化起见 ,在模型推导中除不考虑水头损失外 ,同时做以下假设 (a)刚性水流模型 (b)忽略阀门后充水段的长度 (c)阀门瞬时开启.

1.1.2 数学模型推导

基本方程包括水流运动方程和气团的状态方程.模型试验装置见图 1.

水流运动方程^[1 2]

$$H_w - \alpha \left| \frac{dX}{dt} \right| \frac{dX}{dt} - H_w \left(\frac{L_w}{L_w - X} \right)^n = \frac{L_{00} + L_0 - L_w + X}{g} \frac{d^2 X}{dt^2}$$
 (1)

初始条件 $X|_{t=0} = L_w - L_0 \qquad \left. \frac{dX}{dt} \right|_{t=0} = 0$

式中 : t ——时间 ; X ——坐标以向左为正 ,以稳定后的交界面为坐标原点 ; L_{00} ——上游水库至球阀 1 间管道距离 ; H_0 ——管路初始绝对气压 ; H_w ——管路稳定绝对气压 ; L_w ——稳定后气管长度 ; L_0 ——滞留气团的初始长度 ; α ——水头损失系数.

因不考虑水头损失 ,并考虑到压缩气体长度较阀门前输水管道长度短很多 ,同时忽略阀门后充水管长度 ,则 $L_0 - L_w + X \ll L_{00}$,并令 $x = X/L_w$,则式(1)变为

$$1 - \left(\frac{1}{1 - x} \right)^n = \beta \frac{d^2 x}{dt^2}$$
 (2)

式中 $\beta = \frac{L_{00} L_w}{g H_w}$.令 $V = \frac{dx}{dt}$, $\frac{d^2 x}{dt^2} = V \frac{dV}{dt}$,则式(2)变为

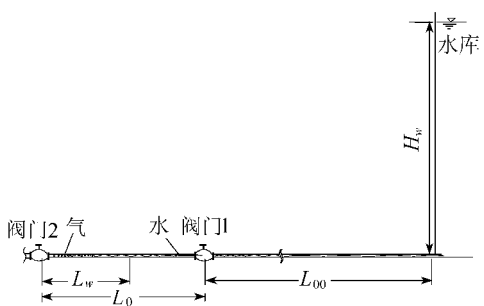


图 1 水流冲击气团解析解示意图
Fig.1 Sketch for analytic solution of current rush to air mass

$$1 - \left(\frac{1}{1-x}\right)^n = \beta V \frac{dV}{dx} \tag{3}$$

积分(3)式,有

$$\int_{1-\frac{L_0}{L_w}}^x \left(1 - \left(\frac{1}{1-x}\right)^n\right) dx = \beta \frac{V^2}{2} \tag{4}$$

对于输水管道系统水流冲击气团,最关心的是最大压力,而系统产生最大压力时, $V=0$ 此时式(4)为

$$\int_{1-\frac{L_0}{L_w}}^{x_{\max}} \left(1 - \left(\frac{1}{1-x}\right)^n\right) dx = 0 \tag{5}$$

积分后的形式较复杂,其形式解可写为^[3]

$$x_{\max} = f\left(n, \frac{L_0}{L_w}\right) \tag{6}$$

1.2 有关参数对水流冲击气团最大压力的影响

1.2.1 阀门前充水段长度 L_{00} 的影响

式(6)中不含阀门前充水段长度 L_{00} , 因此, 阀门前充水段长度 L_{00} 与冲击气团最大压力无关, 阀门前充水段长度仅仅影响最大值出现的时间, 即如果将该系统看作一振动系统, 阀门前充水段长度 L_{00} 仅改变系统的振动频率, 其算例见图 2a).

1.2.2 滞留气团的初始长度 L_0 的影响

在初始压力 H_0 及稳定后的压力 H_w 给定的情况下, 滞留气团的初始长度 L_0 与 $x_{\max}$ 无关. 实际上, 根据理想气体状态方程可以得出

$$\frac{L_0}{L_w} = \left(\frac{H_w}{H_0}\right)^{\frac{1}{n}} \tag{7}$$

则

$$x_{\max} = f\left(n, \frac{H_w}{H_0}\right)$$

根据气体方程^[3], 则有下列式成立:

$$P_{\max}(L_w - x_{\max}L_w)^n = \rho g H_w (L_w)^n \tag{8}$$

即

$$P_{\max} = \frac{\rho g H_w}{\left[1 - f\left(n, \frac{H_w}{H_0}\right)\right]^n} \tag{9}$$

式(9)反映了冲击气团所产生的最大压力与稳定前、后的稳态压力 H_w, H_0 及多方指数 n 密切相关, 但与滞留气团初始长度无关. 图 2b) 给出了滞留气团的初始长度 L_0 不同的取值情况下压力变化过程, 这与充水段长度 L_{00} 对振动系统的影响一样, 仅改变了系统的频率, 而没有对最大压力产生影响.

通常整个输水管道系统中是否含气、含气量的多少以及气团尺寸大小在很大程度上是未知的, 同时实际管道中存在的摩阻及热传递效果, 客观上起着降低最大压力的作用, 也就是说, 式(5)、式(6)实际上给出了存在气团时输水系统可能产生的最大压力, 即给出了气团可能对输水系统所造成的最大危害程度.

1.2.3 多方指数 n 的影响^[4]

据式(9)可得

$$\frac{\partial P_{\max}}{\partial n} = -n \rho g H_w (-1) \left[1 - f\left(n, \frac{H_w}{H_0}\right)\right]^{-n-1} \frac{\partial f\left(n, \frac{H_w}{H_0}\right)}{\partial n} \tag{10}$$

式(5)可改写为

$$F(x_{\max}, n) = 0$$

则得

$$\frac{\partial f\left(n, \frac{H_w}{H_0}\right)}{\partial n} = - \frac{\frac{\partial F(x_{\max}, n)}{\partial n}}{\frac{\partial F(x_{\max}, n)}{\partial x_{\max}}} \tag{11}$$

因为

$$\frac{\partial F(x_{\max}, n)}{\partial x_{\max}} = 1 - \left(\frac{1}{1-x_{\max}}\right)^n \tag{12}$$

又根据 x 的实际物理过程可知 $x_{\max} > 0, n \geq 1$, 则

$$\frac{\partial F(x_{\max},n)}{\partial x_{\max}} < 0 \tag{13}$$

又因为

$$F(x_{\max},n) = \int_{x_0}^{x_{\max}} \left[1 - \left(\frac{1}{1-n} \right)^n \right] dx = x + \frac{(1-x)^{-n}}{1-n} \Big|_{x_0}^{x_{\max}} = x_{\max} - x_0 + \frac{1}{1-n} [(1-x_{\max})^{-n} - (1-x_0)^{-n}]$$

所以

$$\frac{\partial F(x_{\max},n)}{\partial n} = (-1)(1-n)^{-2} [(1-x_{\max})^{-n} - (1-x_0)^{-n}] + \frac{1}{1-n} [\ln(1-x_0)(1-x_0)^{-n} - \ln(1-x_{\max})(1-x_{\max})^{-n}] \tag{14}$$

考虑到 $n \geq 1, x_0 < 0, 1 > x_{\max} > 0$,则 $(1-x_{\max})^{-n} > 1 > (1-x_0)^{-n} < 1, \ln(1-x_0) > 0, \ln(1-x_{\max}) < 0$,从而

$$\frac{\partial F(x_{\max},n)}{\partial n} < 0 \tag{15}$$

又 $1 - f\left(n, \frac{H_w}{H_0}\right) > 0$,综合式(10)(11)(13)(15),可推出

$$\frac{\partial P_{\max}}{\partial n} < 0 \tag{16}$$

可见,随着多方指数 n 的增加,输水管道系统水流冲击气团的最大压力减少(图 2c)。图 2c 的结果与理论分析完全一致,多方指数 n 从 1.0 到 1.4 变化时,其压力减小,即 n 越大,最大压力越小。该理论分析结论与模型试验测试的结果是一致的^[3]。

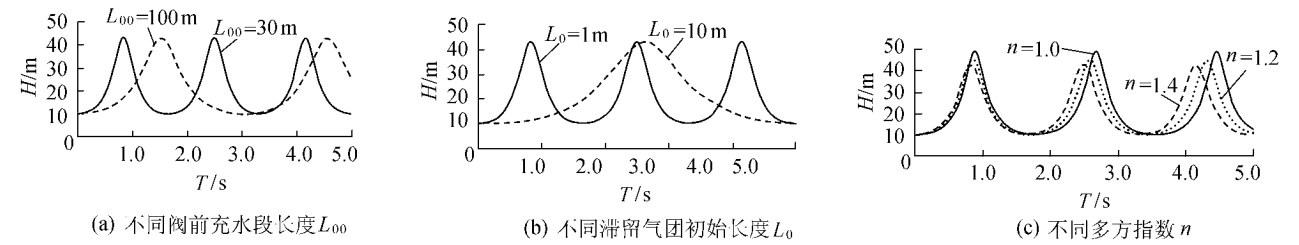


图 2 有关参数对水流冲击气团压力变化影响波形

Fig.2 Waveforms for pressure transformation of current rush to air mass under different values of relevant parameters

1.2.4 管路初始气压 H_0 和稳定气压 H_w 的影响

令 $\frac{H_w}{H_0} = z$,则式(9)为
$$P_{\max} = \frac{\rho g z H_0}{[1 - f(n, z)]^n} \tag{17}$$

当 H_0, n 一定时,

$$\frac{\partial P_{\max}}{\partial z} = \frac{\rho g H_0}{[1 - f(n, z)]^n} + \rho g z H_0 (-n)(-1) \frac{1}{[1 - f(n, z)]^{n+1}} \frac{\partial f}{\partial z} \tag{18}$$

据式(11)知
$$\frac{\partial f}{\partial z} = - \frac{F_z}{F_f} \tag{19}$$

据式(7),可知式(5)变为

$$\int_{1-z}^{x_{\max}} \left[1 - \left(\frac{1}{1-x} \right)^n \right] dx = 0 \tag{20}$$

则
$$F_f = 1 - \left(\frac{1}{1-x_{\max}} \right)^n < 0 \tag{21}$$

$$F_z = (-1) \left\{ 1 - \left[\frac{1}{1 - (1 - \frac{1}{z^n})} \right]^n \right\} (-1) \left(\frac{1}{n} \right) z^{\frac{1}{n}-1} = \frac{1}{n} (z-1) z^{\frac{1}{n}}$$

因为 $z = \frac{H_w}{H_0} > 1$,所以 $F_z > 0$,则据式(19)可得 $\frac{\partial F}{\partial z} > 0$,则据式(17)可知

$$\frac{\partial P_{\max}}{\partial z} > 0 \tag{23}$$

即随着 H_w 的增大, $P_{\max}$ 也增大, 而且增大相当快. 如当 H_w 为 40 m, H_0 为 10 m 时所产生的冲击气团的绝对压力竟达到了 $221 \text{ m}^{\text{f}^{[1]}}$, 可见滞留气团的存在对输水系统产生的危害是非常大的.

2 忽略水头损失时有关参数对水流冲击气团的影响

2.1 数学模型

基本假设同 1.1.1. 模型试验装置见图 1. 水流运动方程见式(1). 式(1)可写为

$$H_w - \alpha_2 \left| \frac{dX}{dt} \right| \frac{dX}{dt} - H_w \left(\frac{L_w}{L_w - X} \right)^n = \alpha_1 \frac{d^2 X}{dt^2}$$
$$\alpha_1 = \frac{L_{00} + L_0 - L_w + X}{g} \approx \frac{L_{00}}{g}$$

(24)

式中 α_2 为水头损失系数, $\alpha_2 = \frac{L_{00}}{C^2 R}$, C 为谢才系数, $C = \left(\frac{R}{n} \right)^{\frac{1}{6}}$, R 为水力半径.

因

$$H_w \left(\frac{L_w}{L_w - X} \right)^n \approx H_w \left[1 - \frac{nX}{L_w} + \frac{n(n+1)}{2} \left(\frac{X}{L_w} \right)^2 - \frac{n(n+1)(n+2)}{6} \left(\frac{X}{L_w} \right)^3 \right]$$

(25)

由式(24)和式(25)得

$$\frac{d^2 X}{dt^2} + \omega^2 X = \beta_1 \left| \frac{dX}{dt} \right| \frac{dX}{dt} + \beta_2 X^2 + \beta_3 X^3$$

(26)

式中 $\omega^2 = \frac{ngH_w}{L_w L_{00}}$ $\beta_1 = -\frac{4g}{C^2 D}$ $\beta_2 = -\frac{n(n+1)gH_w}{2L_w^2 L_{00}}$ $\beta_3 = -\frac{n(n+1)(n+2)H_w}{6L_w^3 L_{00}}$.

对式(26)用小参数幂渐近展开法进行近似求解^[3], 其近似表达式为

$$x = a \cos \varphi + \varepsilon u_1(a, \varphi) + \varepsilon^2 u_2(a, \varphi) + \varepsilon^3 u_3(a, \varphi) + \dots$$

(27)

式中 ε ——正的小参数; $u_1(a, \varphi)$, $u_2(a, \varphi)$ 等——角 φ 的周期函数, 周期为 2π , 而 a, φ 是时间的函数, 表示振动系统的振幅与相位, 由下面的微分方程确定:

$$\left. \begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \varepsilon A_1(a) + \varepsilon^2 A_2(a) + \varepsilon^3 A_3(a) + \dots \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \omega + \varepsilon B_1(a) + \varepsilon^2 B_2(a) + \varepsilon^3 B_3(a) + \dots \end{aligned} \right\}$$

(28)

对于一阶近似, 式(27)(28)可写为

$$x = a \cos \varphi + \varepsilon u_1(a, \varphi)$$

(29)

$$\frac{da}{dt} = \varepsilon A_1(a) \quad \frac{d\varphi}{dt} = \omega + \varepsilon B_1(a)$$

(30)

按照上述方法, 对式(26)进行近似求解, 可得水流冲击气团在经过半个周期时(此时发生最大冲击压力)的振幅近似表达式

$$a = \frac{a_0}{1 + 4\beta_1 a_0 / 3}$$

(31)

其中 $a_0 = L_0 - L_w$. 由于 a_0 所反映的是气体初始势能, 在不考虑水流冲击气团热交换的情况下, 系统的能量衰减仅与管道摩阻有关, 摩阻越大, 衰减越快.

水流冲击气团时, 气团的最大压缩长度^[5]为

$$X_{\max} = a + \frac{1}{3\omega^2} \beta_2 a^2 - \frac{1}{32\omega^2} \beta_3 a^3$$

(32)

由于式(32)是基于式(26)小参数幂渐近展开得到的, 而式(26)与式(24)由于泰勒展开的近似性本身也存在误差, 导致了式(32)所得到的显示表达式与式(24)的吻合程度理论上较难分析, 故主要通过算例进行对比. 表 1 列举了不同 n 情况

表 1 冲击气团最大长度理论与计算比较
Table 1 Comparison of theoretical and computational results of maximal length of air mass

n ($\alpha \neq 0$)	初始气团	计算值	理论值	相对误差
	长度/m	/m	/m	/%
1.0	0.5	0.11	0.11	-1.8
	1.0	0.21	0.23	-9.5
	2.0	0.39	0.43	-10.3
	3.0	0.53	0.60	-13.2
	4.0	0.64	0.72	-12.5
	5.0	0.74	0.83	-12.2
1.4	0.5	0.12	0.13	-8.3
	1.0	0.23	0.26	-13.0
	2.0	0.42	0.47	-11.9
	3.0	0.57	0.62	-8.7
	4.0	0.68	0.75	-10.3
	5.0	0.77	0.85	-10.4

注: $H_w = 40 \text{ m}$, $H_0 = 10 \text{ m}$.

下,采用式(32)与式(24)所得到的冲击气团时气体最大压缩量的对比情况.由于式(32)为二阶常微分方程,可采用变步长的龙格-库塔法进行求解.

对于表 1 中计算结果的相对误差最大为 13.2%,产生的主要原因是对式(25)进行泰勒展开项数不够,如果输水系统中滞留气团的初始状态距平衡态相差太远,已非小扰动,非线性干扰太大,导致理论值较计算值偏大,即采用解析式(32)计算水流冲击气团的最大值是偏于保守的.如果将式(25)的泰勒展开项数增加,虽然公式精度会有所提高,但形式相当复杂,将失去解析表达式的简洁实用性,从误差结果来看,解析式(32)还是可以满足对影响冲击气团所产生的最大压力因素进行定量分析的要求.

2.2 有关参数对水流冲击气团最大压力的影响

2.2.1 阀前充水段长度 L_{00} 的影响

式(32)可转化为

$$X_{\max} = a - \frac{n+1}{6L_w}a^2 + \frac{(n+1)(n+2)}{192L_w^2}a^3 \tag{33}$$

式(33)中 $X_{\max}$ 与 L_{00} 无关,对照式(31), a 也与 L_{00} 无关,因此阀前冲水段的长度 L_{00} 与 $X_{\max}$ 无关,而根据 ω 的表达式^[3]:

$$\omega = \sqrt{\frac{ngH_w}{L_{00}L_w}} \tag{34}$$

显然,阀前冲水段的长度 L_{00} 越大,频率 ω 越小.

2.2.2 滞留气团的初始长度 L_0 的影响

当考虑水头损失时,滞留气团的初始长度 L_0 的影响见图 3(a).图 3(a)表明,滞留气团的初始长度 L_0 与水流冲击气团的最大压力和波动频率有关,滞留气团初始长度 L_0 越长,水流冲击气团的最大压力越小,系统波动频率也越小.实际上,式(31)还可以化为

$$a = a_0 \left\{ 1 + \frac{4\beta_1 L_0}{3} \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_w} \right)^{\frac{1}{n}} \right] \right\}^{-1} \tag{35}$$

即在给定的 H_0, H_w 情况下, L_0 越长,衰减越快.

2.2.3 多方指数 n 的影响

多方指数 n 对冲击气团产生压力影响的数值计算结果见图 3(b).可见,考虑水头损失后,多方指数 n 对冲击气团产生压力的影响表现为当 n 从 1.0 到 1.4 变化时,其水流冲击气团的压力逐渐减少,频率略微加大.该结论从式(33)和式(34)也是容易得到的.

2.2.4 管路初始气压 H_0 和稳定气压 H_w 的影响

不同的 H_w 和 H_w/H_0 情况下对冲击气团产生的最大压力见图 3(c).从图 3(c)可知,当考虑水头损失影响时,滞留气团的存在对输水系统产生的危害仍然很大.

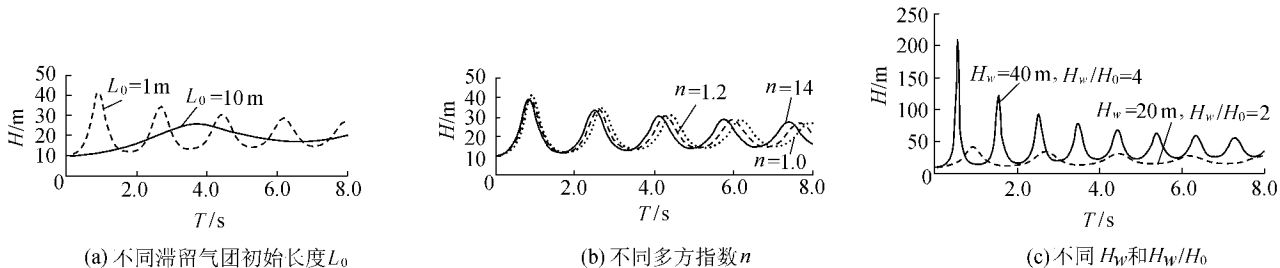


图 3 水流冲击气团压力变化影响波形

Fig.3 Waveforms for pressure transformation of current rush to air mass

3 结 语

- a. 阀前充水段长度仅改变系统的波动频率而与冲击气团最大压力无关.
- b. 多方指数 n 对水流冲击气团的压力有影响,随着 n 值增大,水流冲击气团的最大压力减少.

c. 在忽略水头损失时,滞留气团的初始长度与冲击气团最大压力无关;而在考虑水头损失时,滞留气团的初始长度与水流冲击气团的最大压力有关,滞留气团的初始长度越长,水流冲击气团的最大压力越小,衰减越快.

d. 管路稳定压力对水流冲击气团产生的最大压力影响显著,滞留气团的存在对输水系统产生的危害很大.

参考文献:

- [1] WYLIE E B, STREETER V L, SUO Li-sheng. Fluid transients in system[M]. Engle Wood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 1993. 58—71.
- [2] 郑源, 刘德有, 索丽生. 水电站引水系统取消尾水调压室过渡过程计算研究[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2000, 28(2): 96—100.
- [3] 郑源. 输水管道系统水流冲击截留气团与含气水锤研究[D]. 南京: 河海大学, 2004.
- [4] 沈维道, 蒋智敏, 童钧耕. 工程热力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001. 48—58.
- [5] 张健. 气垫调压室水力性能研究[D]. 南京: 河海大学, 1999.

Influences of relevant parameters on pressure of current rush to air mass in pipeline system

ZHANG Jian¹, ZHENG Yuan¹, LIU De-you¹, SUO Li-sheng¹, FAN Bo-qin²

(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China;

2. Water Resources and Hydropower Technology Consulting Center of Zhejiang Province, Hangzhou 310012, China)

Abstract A study was performed on the influences of some parameters, such as the length of water filling section before valves, initial length of detained air mass, polytropic exponent n , etc. on the maximum pressure of current rush to air mass. The result shows that the length of water filling section before valves is only related to the wave frequency of the system, and is irrelevant to the maximum pressure on air mass induced by current rush. When the water-head loss is neglected, the initial length of detained air mass is irrelevant to the maximum pressure on air mass, whereas, if the water-head loss is taken into account, the longer the initial length of detained air mass, the lower the maximum pressure on air mass, and the more rapid the decay of the maximum pressure. Besides, the maximum pressure on air mass decreases with the increase of the polytropic exponent n , and the initial stable air pressure in pipelines is of notable influences on the maximum pressure of current rush to air mass.

Key words delivery pipeline; current rush to air mass; maximum pressure; polytropic exponent