

P-III 型分布参数的矩估计与设计洪水的计算频率

黄振平 林小丽 侯云青 葛 慧 胡进宝

(河海大学水资源环境学院,江苏 南京 210098)

摘要:水文频率计算成果的可靠性与防洪安全有直接的关系.如按现行水文频率计算方法推求设计值,则会出现目标设计频率远远小于期望概率的问题,将会造成防洪安全隐患.为提高设计值的精度,在探讨上述问题的同时提出了一种根据计算频率推求设计值的方法.

关键词:P-III 型分布参数 矩估计 设计洪水 计算频率

中图分类号:P333.9 文献标识码:A 文章编号:1000-1980(2005)01-0049-03

水利工程界一直把设计频率 p 作为衡量设计目标安全程度的指标,而从水文意义上讲,对于某一工程,当未来任一年内实际来水量大于或等于设计来水量时,设计目标就会遭受水文意义上的破坏.因此,仅当下式成立时,设计频率 p 才能真实地刻画设计目标的安全程度.

$$P(X \geq x_p) = p \tag{1}$$

式中: X ——实际来水量; x_p ——设计值; p ——设计频率.

设计值是根据样本估计的,由于抽样的随机性,实际上它是一个随机变量,可记为 X_p ,故 x_p 只是 X_p 的一个观测值.也就是说,一旦样本给定,就可根据某种水文频率计算方法求得 X_p 的值 x_p .若 X 的分布函数为 $F(x)$,则无论 $F(x)$ 具有何种形式,也不管采用何种方法估算设计值 x_p ,均有

$$P(X \geq X_p) = E\{F(X_p)\} \tag{2}$$

由于 x_p 是 X_p 的一个观测值(即用某容量为 n 的实测样本估计的设计值),因此按此 x_p 设计的工程,其破坏概率应为 $P(X \geq x_p) = F(x_p)$ ^[1].式(2)表明,容量为 n 的样本估算的频率为 p 的设计值,其平均破坏概率为 $E\{F(x_p)\}$.文献[2]称其为期望概率.本文认为,应该将其称为期望破坏概率.文献[1]指出,对任何分布,采用现行估计方法,当设计频率 $p < 50\%$ 时,皆有 $p < E\{F(x_p)\}$.这说明,在采用现行水文频率计算方法的情况下,设计目标的破坏概率大大高于设计频率.因此,设计频率不能作为衡量设计目标安全程度的指标.

文献[3]探讨了适线法估计参数条件下 P-III 型分布期望破坏概率与设计频率的关系,本文探讨矩法估计参数时 P-III 型分布期望破坏概率和设计频率的关系.

1 参数的矩估计及设计频率与期望破坏概率的关系

矩法是以样本资料的各阶矩来估计总体分布的各阶矩,进而确定总体分布的统计参数的^[4,5],其均值 \bar{x} , C_v 及 C_s 可直接用下列公式算出.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \tag{3}$$

$$C_v = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (K_i - 1)^2} \tag{4}$$

$$C_s = \frac{\sum_{i=1}^n (K_i - 1)^3}{(n - 1)C_v^3} \tag{5}$$

式中: n ——样本容量; $K_i = \frac{x_i}{\bar{x}}$.

为了确定设计频率 p 和期望破坏概率的关系,假设总体 EX, C_v, C_s 和设计标准 p (百年一遇或千年一遇),根据总体参数随机抽取 k 组容量为 n 的样本,对每组样本用矩法估计参数,得到 3 个参数的估计值 $\bar{x}_k, \hat{C}_{vk}, \hat{C}_{sk}$. 根据设计频率 p 及各组估计的参数,可以计算出 k 个设计值 $\hat{x}_p^{(k)}$. 根据已知总体 EX, C_v, C_s 及上述求出的 $\hat{x}_p^{(k)}$,可以求得 $\hat{p}_k = P(X > \hat{x}_p^{(k)})$. 计算其平均值 $\bar{p} = (\hat{p}_1 + \hat{p}_2 + \dots + \hat{p}_k) / k$. 若 k 很大,则可作为设计频率 p 的期望破坏概率的近似值. 表 1 为设计频率 $p = 1\%, 0.1\%$, $k = 1000$ 时,用矩法计算的各种 P-III 型总体的期望破坏概率.

表 1 $p = 1\%, 0.1\%$ 时的期望破坏概率Table 1 Expected damage probability for $p = 1\%$ and $p = 0.1\%$

C_v	$p = 1\%$				$p = 0.1\%$			
	$C_s/C_v = 1.5$	$C_s/C_v = 2.0$	$C_s/C_v = 2.5$	$C_s/C_v = 3.0$	$C_s/C_v = 1.5$	$C_s/C_v = 2.0$	$C_s/C_v = 2.5$	$C_s/C_v = 3.0$
0.5	1.49	1.60	1.66	1.71	0.33	0.37	0.40	0.41
0.6	1.52	1.65	1.71	1.77	0.34	0.39	0.41	0.44
0.7	1.56	1.69	1.76	1.83	0.35	0.40	0.44	0.47
0.8	1.56	1.73	1.81	1.88	0.37	0.42	0.46	0.50
0.9	1.54	1.77	1.86	1.94	0.37	0.44	0.49	0.54
1.0	1.50	1.81	1.90	2.00	0.36	0.46	0.51	0.57

从表 1 可以看出,所有总体的期望破坏概率都大大超过设计频率 p . 所谓 100 a 一遇,实际只有 50 ~ 67 a 一遇;所谓 1000 a 一遇,实际只有 175 ~ 300 a 一遇,都远远小于设计标准. 这些结果与文献 [1, 3] 的结果完全一致. 这就说明,采用矩法估计参数时,其结果也不能使设计对象达到安全标准.

2 矩法估计参数时频率计算方法的改进

为解决上述问题,本文引进计算频率 p_c 的概念. 所谓计算频率就是在频率曲线上查取设计值时所依据的频率. 这样,设计频率只表示设计对象的安全标准,它并不直接参与设计值的计算,只是通过相应的计算频率参与计算. 计算频率与总体参数、设计频率及样本容量有关. 对于参数 EX, C_v, C_s 已知的 P-III 型总体 $F(x)$,为了确定设计频率为 p 的计算频率 p_c ,先用 Monte-Carlo 方法从该总体中抽取 k 个容量为 n 的样本,然后对每一个样本用矩法估计参数并求得拟合的“理论”频率曲线 $F(x) \ (i = 1, 2, \dots, k)$,再假定一个计算频率 $p_c (< p)$,从拟合的各条“理论”频率曲线上求取分位点 $x_{p_c}^{(i)} \ (i = 1, 2, \dots, k)$,根据这些点,从总体频率曲线 $F(x)$ 上求得 k 个频率 $p_i = F(x_{p_c}^{(i)}) \ (i = 1, 2, \dots, k)$,最后计算平均值

$$\bar{p} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k p_i \quad (6)$$

当 k 很大时, \bar{p} 就是相应于某个设计频率的期望破坏概率的近似值. 如果 \bar{p} 不等于给定的设计频率 p ,则重新假定一个 p_c ,重复上述计算过程,直至 $\bar{p} = p$ 为止. 此时的 p_c 即为该总体、设计频率为 p 、样本容量为 n 的设计值的计算频率.

为便于实际应用,可预先将若干总体、不同样本容量和设计频率制成表格. 表 2 为本文计算的样本容量 $n = 50$ 时,若干 P-III 型总体相应于设计频率 $p = 1\%, 0.5\%$ 的计算频率 p_c . 据文献 [1], $k = 500$ 即可使 \bar{p} 对期望破坏概率的误差控制在 5% 以内. 为使计算结果有足够的精度,本文取 $k = 1000$.

表 2 $p = 1\%, 0.5\%$ 时的计算频率Table 2 Calculated frequency for $p = 1\%$ and $p = 0.5\%$

C_v	$p = 1\%$				$p = 0.5\%$			
	$C_s/C_v = 1.5$	$C_s/C_v = 2.0$	$C_s/C_v = 2.5$	$C_s/C_v = 3.0$	$C_s/C_v = 1.5$	$C_s/C_v = 2.0$	$C_s/C_v = 2.5$	$C_s/C_v = 3.0$
0.5	0.623	0.536	0.492	0.474	0.266	0.220	0.153	0.139
0.6	0.598	0.496	0.474	0.451	0.249	0.192	0.161	0.160
0.7	0.573	0.483	0.455	0.426	0.179	0.171	0.130	0.144
0.8	0.557	0.467	0.434	0.401	0.187	0.173	0.153	0.125
0.9	0.567	0.451	0.414	0.377	0.166	0.135	0.113	0.076
1.0	0.377	0.434	0.393	0.351	0.191	0.135	0.087	0.094

从表 2 可以看出:所有总体,两种设计频率的计算频率都比设计频率小;对于同一设计频率,计算频率随 C_s 的增大而减小.例如:若要推求设计频率 $p = 1\%$ 的设计值,当总体参数 $C_v = 0.5$, $C_s/C_v = 2.0$ 时,需用计算频率 $p_c = 0.536\%$ 从“理论”频率曲线上查取;若 $p = 0.5\%$,则应用 $p_c = 0.22\%$ 查取.

在实际应用中,总体参数是未知的,这只能用样本估计值代替(这也是随机水文学中通用的方法).也就是说,先用矩法拟合一条频率曲线^[6],再根据估计出的参数、设计频率 p 和样本容量,从相应的表中找出所需的计算频率 p_c ,最后从上述“理论”频率曲线上求出相应于 p_c 的分位数 x_{p_c} .这个 x_{p_c} 就是设计频率为 p 的设计值.

3 结 语

现行的水文频率计算方法,通常以设计值的无偏性和有效性为准则推求设计值.据此设计值设计的水工建筑物,其水文意义上遭破坏的概率期望值将大大超过设计频率,因此会造成工程安全隐患.利用本文所得出的计算频率推求设计值,就可解决上述设计标准偏低的问题.

参考文献:

- [1] 丛树铮,张维然.关于水库设计标准问题[J].华东水利学院学报,1978,(6):1—14.
- [2] 美国水文小组委员会.确定洪水频率指南[J].徐映波,许大明译.水文计算,1984,(2):16—18.
- [3] 刘治中,王俊德,丛树铮.P-III型分布的期望概率计算[J].河海大学学报,1989,(4):59—64.
- [4] 陈元芳,沙志贵,陈剑池.具有历史洪水时P-III型分布线性矩法的研究[J].河海大学学报(自然科学版),2001,29(4):5—7.
- [5] 黄振平,萨迪伊,王春霞.关于适线法中经验频率计算公式的对比研究[J].水利水电科技进展,2002,22(5):5—7.
- [6] 王春霞,黄振平,马军建,等.几种频率曲线稳健性初步研究[J].河海大学学报(自然科学版),2004,32(4):380—383.

Moment estimation for parameters of Pearson Type-III distribution and calculated frequency of design flood

HUANG Zhen-ping, LIN Xiao-li, HOU Yun-qing, GE Hui, HU Jin-bao

(College of Water Resources and Environment, Hohai Univ., Nanjing 210098, China)

Abstract: The reliability of hydrological frequency calculation is directly related to the safety of flood control. The fact that, in current methods for hydrological frequency calculation, the design frequency of objectives is far lower than the expected frequency may result in some hidden troubles in flood control according to the criterion for flood control. Based on an analysis of the above problem, an approach for its solution is proposed, i. e. to derive the value of design frequency based on the calculated frequency, so that the precision of the design value can be improved.

Key words: parameters of Pearson Type-III distribution; moment estimation; design flood; calculated frequency