

基于优性权重的多目标模糊优选模型

王 波 袁汝华

(河海大学商学院 江苏 南京 210098)

摘要 : 在传统多目标模糊优选模型和基于影响度因子改进模型的基础上 , 提出了优性权重的概念 , 并建立了相应的改进模型 . 应用同一案例对 3 种模型进行了对比分析 . 结果表明 , 新的模型可靠性强 , 区分性好 , 有较高的实用价值 .

关键词 模糊优选 影响度因子 优性权重

中图分类号 :O221.1 文献标识码 :A 文章编号 :1000-1980(2005)02-0220-04

决策是综合考虑多个因素对多个方案进行评价、优选的工作 , 而模糊综合评判(fuzzy comprehensive evaluation)是目前广泛应用的决策方法 . 然而 , 传统的综合评判依赖于隶属函数的确定 , 在实际应用中不可避免地会融入人们的主观色彩 , 甚至有时候所得结果与事实不符 ; 另外在模糊矩阵的合成运算中往往采用“ 加权平均型 ” , 当因素较多时可能会导致最终排序优劣的差异趋于平均化 , 特别是被选方案较多时显得很难取舍 . 为此 , 大连理工大学的陈守煜教授^[1]提出了相对隶属函数概念 , 并在此基础上建立了多因素系统模糊优选模型 . 从目前多个领域的应用成果来看 , 当考虑的因素为定量指标时 , 该模型具有相当强的可操作性 , 但如果机械地使用 , 会出现误判的可能 . 在实际使用中 , 有学者提出了基于影响度因子的改进模型 . 为了使评判结果更具客观性和实用性 , 笔者也对多因素系统模糊优选模型进行了改进 .

1 传统的多目标模糊优选模型

1.1 模型理论框架

设系统由 m 个目标(或指标) 组成 , 由 n 个决策形成决策集 $D = \{d_1, d_2, \dots, d_n\}$, 对决策集 D 的评价目标集为 $P = \{P_1, P_2, \dots, P_m\}$. m 个目标对 n 个决策的评价可以用目标特征值矩阵 X 表示 ; 在目标特征值矩阵 X 的基础上变换出目标相对优属度矩阵 R .

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{m1} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} r_{11} & \cdots & r_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ r_{m1} & \cdots & r_{mn} \end{bmatrix}$$

(1)

由目标特征值矩阵 X 变换为目标相对优属度矩阵 R , 一般采用以下两组公式 .

I 组目标相对优属度公式 :

$$\begin{cases} \text{对越大越优目标} & r_{ij} = (x_{ij} - \bigwedge_j x_{ij}) / (\bigvee_j x_{ij} - \bigwedge_j x_{ij}) \\ \text{对越小越优目标} & r_{ij} = (\bigvee_j x_{ij} - x_{ij}) / (\bigvee_j x_{ij} - \bigwedge_j x_{ij}) \end{cases}$$

(2)

II 组目标相对优属度公式 :

$$\begin{cases} \text{对越大越优目标} & r_{ij} = x_{ij} / (x_{ij} + \bigwedge_j x_{ij}) \\ \text{对越小越优目标} & r_{ij} = 1 - x_{ij} / (x_{ij} + \bigwedge_j x_{ij}) \end{cases}$$

(3)

在相对优属度矩阵 R 的基础上求出最大相对优属度(优等决策的相对优属度)

$$g = (g_1, g_2, \dots, g_m)^T$$

(4)

最小相对优属度(劣等决策的相对优属度)

收稿日期 2003-12-26
作者简介 : 王波(1980—) , 男 , 湖北十堰人 , 硕士研究生 , 主要从事金融保险方面的研究 .

$$\boldsymbol{b} = (b_1, b_2, \dots, b_m)^T$$

(5)

$\boldsymbol{g}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 由式 (6) 求得

$$\begin{cases} \boldsymbol{g} = (\bigvee_j r_{1j}, \bigvee_j r_{2j}, \dots, \bigvee_j r_{mj})^T \\ \boldsymbol{b} = (\bigwedge_j r_{1j}, \bigwedge_j r_{2j}, \dots, \bigwedge_j r_{mj})^T \end{cases} \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

(6)

设系统中 m 个目标的权重不同, 权重向量为

$$\begin{cases} \boldsymbol{w} = (w_1, w_2, \dots, w_m)^T & (0 \leq w_m \leq 1) \\ \sum_{i=1}^m w_i = 1 & (i = 1, 2, \dots, m) \end{cases}$$

(7)

设决策 j 对优等决策的相对隶属度以 u_j 表示, 文献 [1] 推导出单元系统模糊优选模型

$$u_j = \frac{1}{1 + \left\{ \frac{\sum_{i=1}^m [w_i (g_i - r_{ij})]^p}{\sum_{i=1}^m [w_i (r_{ij} - b_i)]^p} \right\}^{2/p}}$$

(8)

式中 p 为距离参数, $p = 1$ 时为海明距离, $p = 2$ 时为欧氏距离。

按式 (8) 计算出所有决策相对优属度 u_j , u_j 最大的决策即为满意决策。 u_j 按从大到小的顺序排列, 即为决策满意排序。

1.2 实例

以发电为主的中小型流域规划有 A, B, C, D 4 个方案^[2], 目标有 3 个: 目标 1“年发电量”为越大越优型, 目标 2“移民数”为越小越优型, 目标 3“单位发电成本”为越小越优型。目标权重向量 $\boldsymbol{w} = (0.4, 0.3, 0.3)^T$ 。

用 I 组目标相对优属度公式得到目标相对优属度矩阵 $\boldsymbol{R}$

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} 0.040 & 0.143 & 1.000 & 0.000 \\ 0.218 & 0.791 & 0.000 & 1.000 \\ 0.000 & 0.644 & 1.000 & 0.033 \end{bmatrix}$$

利用式 (6) 得到: 最大相对优属度 $\boldsymbol{g} = (1, 1, 1)^T$, 最小相对优属度 $\boldsymbol{b} = (0, 0, 0)^T$ 。

利用式 (8) (本文取 $p = 1$) 计算决策相对优属度矩阵 $\boldsymbol{u}$ 。

在数据 1 (方案 C (574.5, 34 500)) 中, $\boldsymbol{u} = (0.008, 0.422, 0.845, 0.168)$, 方案优排序为 CBDA ①

为了进一步揭示该模型的特点, 方便后文在不同模型中的比较, 设对 C 方案的年发电量和移民数指标给出如下变动:

C 方案目标 2 的特征值劣向变动
C 方案目标 2 的特征值仍然相对最劣

→

数据 2 (574.5, 50 500)

$$\boldsymbol{u} = (0.093, 0.562, 0.845, 0.168)$$

方案优排序: CBDA ②

C 方案目标 1 的特征值劣向变动
C 方案目标 1 的特征值仍然相对最优

→

数据 3 (520, 50 500)

$$\boldsymbol{u} = (0.121, 0.747, 0.845, 0.168)$$

方案优排序: CBDA ③

1.3 小结

- a. 在模型的整个判别过程中, 充分利用了客观可靠的定量数据, 理论严谨, 计算简便实用。
- b. 从实例看, 3 组数据中 C 方案都被评为最优方案, B 方案其次。但就这两个方案进行比较后, 会发现特别在 C 方案在经过两次劣化的数据 3 中, C 方案与 B 方案相比, 只是在目标 1 (520 > 501.4, 103.7%) 和目标 3 (1 048 > 1 080, 103.1%) 有着微弱的优势, 而在目标 2 中却有极其恶劣的属性 (50 500 < 28 700, 176.0%)——无论从经济效益还是社会效益来看, 都很难让人相信 C 方案是最优选择。

研究发现: 当 $\bigwedge_j x_{ij} \neq 0$ 时, 使用 I 组公式会夸大某些目标在决策中的作用 (如本文所示), 使用 II 组公式则

明显弱化了某些目标的作用,而混合使用两组公式又面对根据目标选择公式的问题.

2 引进影响度因子的多目标模糊优选模型

2.1 模型理论框架

文献[3]认为:(a)应该将目标 i 特征值的相对变化范围纳入考虑因素;(b)目标相对优属度应该同时运用Ⅰ组和Ⅱ组公式计算.

$$r_{ij} = e_i \cdot {}_1r_{ij} + (1 - e_i) \cdot {}_2r_{ij} \quad e_i \in [0, 1] \quad (9)$$

式中: ${}_1r_{ij}$ ——按Ⅰ组目标相对优属度公式计算的 r_{ij} ; ${}_2r_{ij}$ ——按Ⅱ组公式计算的 r_{ij} .目标 i 的相对变化范围越突出, e_i 越大,第Ⅰ组公式的强化作用越突出;反之则加大第Ⅱ组公式的弱化作用.

定义:目标 i 对决策的影响度为 E_i

$$E_i = w_i \left[\left(\bigvee_j x_{ij} - \bigwedge_j x_{ij} \right) / \left(\bigvee_j x_{ij} + \bigwedge_j x_{ij} \right) \right]^\alpha \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n) \quad (10)$$

式中 $\left(\bigvee_j x_{ij} - \bigwedge_j x_{ij} \right) / \left(\bigvee_j x_{ij} + \bigwedge_j x_{ij} \right)$ 反映目标 i 特征值的相对变化范围.

定义:目标 i 对决策的影响度因子 e_i 为

$$e_i = (E_i - \bigwedge_i E_i) / (\bigvee_i E_i - \bigwedge_i E_i) \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (11)$$

2.2 实例

应用前文的3组数据,由引进影响度因子的多目标模糊优选模型得:

在数据1(574.5, 34500)中, $\mu = (0.107, 0.397, 0.622, 0.378)$,方案优排序为CBDA ④

在数据2(574.5, 50500)中, $\mu = (0.443, 0.602, 0.435, 0.566)$,方案优排序为BDAC ⑤

在数据3(520.0, 50500)中, $\mu = (0.646, 0.855, 0.163, 0.838)$,方案优排序为BDAC ⑥

2.3 小结

a. 影响度因子 e 的引进,充分考虑了影响评价结果的两项主要因素——初始权重和特征值的相对变化范围,从而使评价结果更加客观、准确.

从实例来看,数据1所得结论与传统模型相同,而数据2和数据3C方案都由最优方案跌为最劣方案,这是由于:第一次劣化使得C方案目标1的优势大大降低;第二次劣化使得C方案目标2的劣势大大增强.

b. 本模型中 E_i, e_i 的确定仍带有一定的主观性;用“ ${}_1r_{ij}$ 和 ${}_2r_{ij}$ 加权平均得到 r_{ij} ”的思路作为实际运用的技巧较好,但理论上的解释不够充足.

3 引进优性权重的多目标模糊优选模型

3.1 模型的建立

传统的和引进影响度因子的多目标模糊优选模型的共同之处在于: j 方案隶属于最优方案的 $u_j = f(w_i, r_{ij})$.其中: r_{ij} 是方案之间横向比较的单目标优属性; w_i 是单个方案各目标特征值关于重要性的纵向分配; u_j 是 j 方案整体优性的描述.用初始重要性权重 w_i 来规划“折射”后的优性特征值 r_{ij} (这里用“折射”是想表明 r_{ij} 已经是原始数据处理过的),从而得到的 u_j 在有效性上打了折扣.

笔者认为:应该依据特定环境下各目标不同的离散情况,先对初始权重进行修正,然后利用修正过的权重来计算 u_j .即 j 方案隶属于最优方案的 $u_j = f(w'_i, r_{ij})$,而 $w'_i = g(w_i, d_i)$.

定义: w'_i 为目标 i 的优性权重.

定义: d_i 为目标 i 在目标体系中的相对离散程度, d_i 用来修正初始权重 w_i .

$$d_i = D_i / \bigvee_j D_i \quad D_i = X / \sigma \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n) \quad (12)$$

式中 D_i 为目标 i 的离散系数,中间过度权重向量

$$w^0 = (d_1 w_1, d_2 w_2, \dots, d_m w_m) \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (13)$$

归一化后得到目标的优性权重向量

$$w'_i = (w'_1, w'_2, \dots, w'_m) \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n) \quad (14)$$

然后仍然利用目标相对优属度矩阵 R 和式(8)算出决策相对优属度矩阵 μ .

3.2 实例

应用上述 3 组数据 ,由引进优越权重的多目标模糊优选模型得 :

在数据 1(574.5 ,34 500)中 , $\mu=(0.016 \ 0.508 \ 0.625 \ 0.385)$,方案优排序为 CBDA ⑦

在数据 2(574.5 ,50 500)中 , $\mu=(0.545 \ 0.875 \ 0.180 \ 0.824)$,方案优排序为 BDAC ⑧

在数据 3(520.0 ,50500)中 , $\mu=(0.718 \ 0.973 \ 0.058 \ 0.944)$,方案优排序为 BDAC ⑨

3.3 两种改进模型的对比与评价

两种模型都充分考虑了影响评价结果的初始权重、特征值的相对变化范围 ,使评判结果可信度更高. 在 3 组数据中 ,两种改进模型对方案优的排序完全一样 ,比较而言 ,后一种方法相对优属度在(0 ,1)两端有着更大的分散性(图 1) ,在方案较多时 ,能一次剔除更多的劣方案 ,有利于上一步的优选决策.

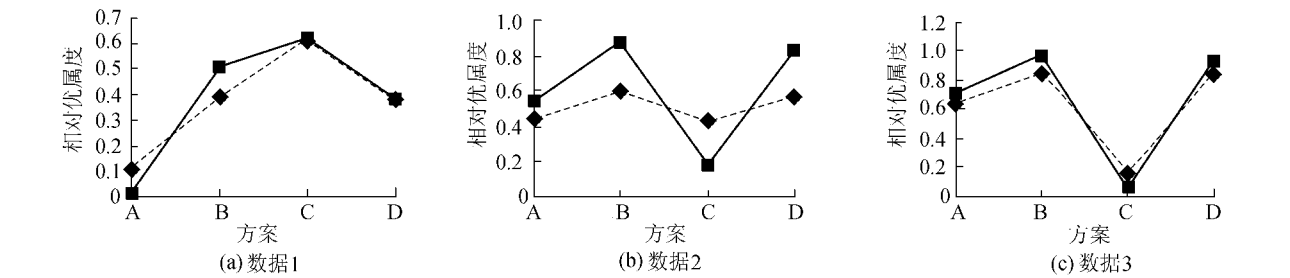


图 1 改进模型相对优属度对比曲线

Fig.1 Comparison of relative grades of membership for two improved models

4 “ 稳定方案相对优的刚性 ”与模型质量的思考

由于各方案的相互独立性 ,在 A 方案的特征值发生变化时 ,其他方案的相对优劣性不应该因为 A 方案的变化而发生改变 .将该性质定义为“ 稳定方案相对优的刚性 ”.

从本文所举例子 ,考虑 C 方案为第 4 组数据(520 ,34 500) ,由上述两种改进模型得

影响因子法 : $\mu=(0.187 \ 0.695 \ 0.262 \ 0.739)$,方案优排序为 DBCA ⑩

优越权重法 : $\mu=(0.016 \ 0.508 \ 0.625 \ 0.385)$,方案优排序为 BDCA ⑪

本文得到的① ~ ⑨ 个方案排序(用 3 种模型计算 3 组数据)都清楚地表示了 $B > D$,这个结论是可信的. 然而如排序⑩所示 ,影响因子法破坏了 B ,D 方案相对优的刚性.

当然 ,仅从一个例子并不能说明基于优越权重的模型具有更好的质量 ,而且在理论上可以证明以上 3 个模型都不能完全维系这一刚性. 是否会有一种改进方法能达到要求是一个需要进一步探讨的问题.

参考文献 :

[1] 陈守煜 . 系统模糊决策理论与应用 [M]. 大连 : 大连理工大学出版社 ,1994. 10—22.

[2] 黄健元 . 模糊集及其应用 [M]. 银川 : 宁夏人民教育出版社 ,2001. 171—203.

[3] 郝聚民 , 纪卓尚 , 戴寅生 , 等 . 多目标模糊优选法及其在船舶主尺度优选中的应用 [J]. 大连理工大学学报 ,1998 ,38(4) : 374—375.

Superior weight-based multi-objective fuzzy optimal-selection model

WANG Bo , YUAN Ru-hua

(Business School , Hohai Univ . , Nanjing 210098 , China)

Abstract :After introduction of the conventional multi-objective fuzzy optimal-selection model and the improved model based on the effective coefficient , the concept of superior weight was put forward , and a corresponding model was developed. The comparison and analysis of three kinds of models in a case study show that the present model is of high stability , high discrimination , and high value of application .

Key words :fuzzy optimal-selection ; effective coefficient ; superior weight