

基于小波分析和尖点突变模型的裂缝转异诊断

李雪红¹,徐洪钟¹,顾冲时²,吴中如²,冯士全³

(1.南京工业大学土木工程学院,江苏 南京 210009;2.河海大学水利水电工程学院,江苏 南京 210098;
3.中国水利水电第六工程局二分局,辽宁 丹东 118216)

摘要 对于带缝运行的水工混凝土结构,用小波分析和突变理论相结合的方法,建立裂缝转异诊断模型.结合工程实例,利用小波分析方法提取裂缝的时效变形,在此基础上建立裂缝的灰色尖点突变模型,提出裂缝的转异判据.结果表明,该方法是可行的和有效的.

关键词 水工混凝土;裂缝;时效变形;小波分析;尖点突变模型;转异诊断

中图分类号 TV642 **文献标识码** A **文章编号** 1000-198X(2005)03-0301-05

一般情况下,在运行期允许荷载的作用下,水工混凝土结构裂缝处于光滑、连续的变化状态,但在特殊情况下,比如不利荷载组合或地震荷载作用下,裂缝可能从一种连续变化状态过渡到不连续状态,即裂缝发生转异.裂缝的转异存在一定的突变性.裂缝的产生和变化除受到荷载作用外,还受到其他已知或未知因素的影响,具有一定灰色度^[1].裂缝的实测资料可以真实地记录裂缝的发展演变过程,其中时效的变化规律及其收敛性在很大程度上反映了裂缝的变形状况^[2],当时效变形突然增大或变化急剧时,则意味着裂缝发生转异.因此可通过分析裂缝时效变形的变化规律来判断裂缝是否发生转异.小波变换^[3]是一种信号的时间-频率分析方法,具有多分辨率分析的特点,裂缝的实测数据序列可以看成是一个由不同频率成分组成的数字信号序列.时效(趋势)变化部分,表现为低频率(长周期)的变化,由此可采用小波分析来提取裂缝的时效变形.在此基础上,应用灰色系统理论^[4]和突变理论^[5]建立灰色尖点突变模型,对裂缝的转异进行诊断.

1 应用小波分析理论提取裂缝的时效变形

1.1 小波分解

设 $\varphi(t) \in L^2(\mathbb{R}) \cap L^\infty(\mathbb{R})$ 表示平方可积的实数空间,即能量有限的信号空间,其傅立叶变换为 $\hat{\varphi}(\omega)$. 当 $\hat{\varphi}(\omega)$ 满足

$$C_\varphi = \int_{\mathbb{R}} \frac{|\hat{\varphi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (1)$$

时,则称 $\varphi(t)$ 为一个基本小波或母小波; ω 为频率.

$\varphi(t)$ 经伸缩和平移后,就可以得到一个小波序列.对于连续的情况,小波序列为

$$\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \varphi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad a, b \in \mathbb{R} \quad a \neq 0 \quad (2)$$

式中: a ——伸缩因子; b ——平移因子.

对于任意函数 $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$ 的连续小波变换为

$$W_f(a,b) = \int_{\mathbb{R}} f(t) \overline{\Psi_{a,b}(t)} dt \quad (3)$$

1988 年, Mallet 在构造正交小波基时提出了多分辨率分析的概念,从空间概念上形象地说明了小波的多分辨率特性,给出了正交小波的构造方法以及正交小波变换的快速算法^[3].以一个三层的小波分解对多分辨率分析方法进行说明,其小波分解树结构如图 1 所示,图 1 中 S 为任意信号; A_1, A_2, A_3 为低频部分; D_1, D_2, D_3

收稿日期 2004-10-15

基金项目 国家自然科学基金重点资助项目(50139030);教育部跨世纪优秀人才培养计划基金资助项目(2003512643);江苏省高校自然科学基金研究计划项目(04KJB560047)

作者简介 李雪红(1974—),女,河南长垣人,讲师,博士研究生,主要从事结构健康监测及诊断研究.

为高频部分.

小波分解的最终目的是力求构造一个在频率上高度逼近 $L^2(R)$ 空间的正交小波基(或正交小波包基), 这些频率分辨率不同的正交小波基相当于带宽各异的带通滤波器. 从图 1 可以看出, 多分辨分析只对低频空间进行进一步的分解, 使频率的分辨率变得越来越高.

1.2 裂缝时效变形提取的小波分解方法

裂缝实测资料序列可以看成由不同频率成分组成的数字信号序列, 其中受水位、温度等影响部分具有一定的周期性, 受随机因素及观测误差影响的随机部分表现为高频(短周期)的颤动, 而时效(趋势)变化部分则表现为低频(长周期)的变化. 首先对裂缝的信号序列进行小波多层分解, 然后滤除随机成分以及随着水位、温度而变化的高频部分, 剩下的低频部分就代表大坝观测时间序列的发展趋势, 即为裂缝的时效变形.

2 时效变形的灰色尖点突变模型

2.1 裂缝的转异描述

突变理论^[4]是研究系统的状态随外界控制参数连续改变而发生不连续变化的理论. 如图 2 所示, $ABCD$ 是一个折叠的曲面, 曲面上的不同部位对应裂缝在外界因素作用下的稳定性态. 其中曲面 $ABCD$ 的上半叶代表裂缝转异以前, 处于稳定状态, 而 $ABCD$ 曲面的上、下半叶之间不连续的突变区, 则是裂缝转异与否的突变区, 曲面 $ABCD$ 上、下半叶的折叠区在底面 $EFGH$ 上的投影为 JNM , JNM 为一尖角的区域, 上述模型为尖点型突变模型. 从突变模型上看, 底面 $EFGH$ 的 $PJKH$ 所对应的 $ABCD$ 曲面部分, 是不发生折叠的部分, 若裂缝处于这一状态, 则为不稳定状态, 即发生转异.

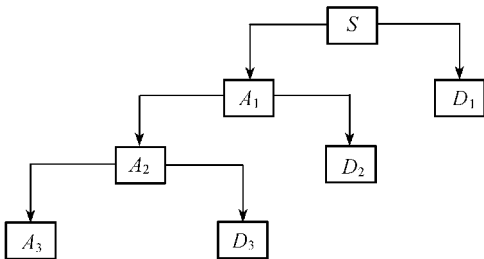


图 1 三层多分辨分析(小波分解)树结构

Fig.1 Tree structure for three layer multi-resolution analysis

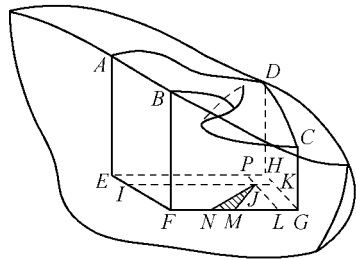


图 2 尖点型空变模型

Fig.2 Cusp catastrophe model

2.2 时效变形的灰色尖点突变模型

裂缝的时效变形呈一定的趋势性变化, 灰色系统理论^[5]为模拟具有一定趋势性变化或单调变化的数据序列提供了理论基础, 但灰色模型适用于数据序列呈指数递增的情况, 对非线性问题的处理不太适用. 因此, 本文建立裂缝时效变形的改进灰色模型.

$k_{\theta}^{(0)}$ 为原始时效序列, $k_{\theta}^{(1)}$ 为其累加生成(AGO)序列:

$$k_{\theta}^{(0)} = \{k_{\theta}^{(0)}(1), k_{\theta}^{(0)}(2), \dots, k_{\theta}^{(0)}(m)\} \quad (4)$$

$$k_{\theta}^{(1)} = \{k_{\theta}^{(1)}(1), k_{\theta}^{(1)}(2), \dots, k_{\theta}^{(1)}(m)\} \quad (5)$$

式中: $k_{\theta}^{(0)}(l)$ —— l 时间的序列值, $1 \leq m$; $k_{\theta}^{(1)}(l)$ —— l 时间的 AGO 序列值, $1 \leq m$.

灰色理论的一般作法是将 $k_{\theta}^{(1)}$ 表示成指数形式的函数, 若 $k_{\theta}^{(1)}$ 不为指数形式, 就会导致误差太大, 建模失败. 考虑到任何单变量的连续函数总可由泰勒展开式表示成幂级数的形式, 由于时效主要随时间发生变化, 因此, 将 $k_{\theta}^{(1)}$ 展开成时间的幂级数的形式:

$$\hat{k}_{\theta}^{(1)}(t) = A_0 + A_1 t + A_2 t^2 + \dots + A_n t^n \quad (6)$$

式(6)即为改进的灰色模型, 其中 $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n$ 为待确定的常量. 根据中值定理, 改进的灰色模型可在要求的误差范围内代替灰色模型. 截取 5 次项时, 式(6)近似表达为

$$\hat{k}_{\theta}^{(1)}(t) = A_0 + A_1 t + A_2 t^2 + A_3 t^3 + A_4 t^4 + A_5 t^5 \quad (7)$$

对上式求导得还原后模型的表达式,即裂缝的时效可用下式表示:

$$k_{\theta} = A_1 + 2A_2t + 3A_3t^2 + 4A_4t^3 + 5A_5t^4 \tag{8}$$

式中: A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 ——系数; t ——资料系列始测日至观测日的累计天数除以 100.

式(8)中,令 $a_0 = A_1, a_1 = 2A_2, a_2 = 3A_3, a_3 = 4A_4, a_4 = 5A_5$, 则变为

$$k_{\theta} = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4$$

再作变量代换,化成尖点突变模型的标准形式:

$$k_{\theta} = \frac{1}{4}z^4 + \frac{1}{2}az^2 + bz + c \tag{9}$$

式中: $z = 4a_4(a_3/(4a_4) + t)^4, c = a_4q^4 - a_3q^3 + a_2q^2 - a_1q + a_0, a = (6a_4q^2 - 3a_3q + a_2)/\sqrt{a_4}, b = (-4a_4q^3 + 3a_3q^2 - 2a_2q + a_1)/\sqrt[4]{4a_4}.$

式(9)即为以 z 为状态变量,以 a, b 为控制变量的灰色尖点突变模型. 此处有必要指出,上述变换的目的,除了要化成尖点突变模型标准形式外,重要的一点在于找出控制系统状态变化的“重要参量”,而忽略次要参量.

3 裂缝的转异诊断

由式(9)对 z 求导,并令其导数为 0,得到平衡曲面方程为

$$z^3 + az + b = 0 \tag{10}$$

其实根判别式为

$$D = 4a^3 + 27b^2 \tag{11}$$

式(11)即为裂缝系统稳定与否的判据:当 $D > 0$ 时,系统处于稳定状态; $D = 0$ 时,系统处于由稳定到不稳定的临界状态; $D < 0$ 时,系统处于不稳定状态,将由一个平衡状态突变到另一个平衡状态. 由此即可判断裂缝发生转异的可能性.

4 应用实例

以某重力拱坝为例. 该重力拱坝坝顶高程 126.3 m,最大坝高 76.3 m,分三期施工完成. 1959 年 3 月至 1962 年 12 月完成一期混凝土浇筑,后停建; 1969 年复工续建,至 1972 年浇筑至原设计坝顶高程 125.0 m,完成第二期混凝土浇筑; 1978 年又加高坝顶 1.3 m,如图 3 所示. 由于在浇筑二期混凝土时,层面上升速度较快,浇筑层间歇时间短,二期混凝土收缩变形受到一期混凝土强烈约束,导致在一期混凝土顶部(105 m 高程)下游侧产生裂缝,自 5 号坝块一直延伸至 28 号坝块,长达 300 余 m. 经探测,裂缝深达 5 m 以上. 105 裂缝削弱了坝体刚度,对坝体整体性产生了影响,并且在以后的运行过程中,受到水压、温度等荷载作用,裂缝开度可能会继续增大. 为此,1973 年曾在 14~20 号坝块进行跨缝插筋灌浆处理,1987 年用环氧树脂灌浆再作处理. 同时,在 105 裂缝上设有 16 个测缝标点,以便及时观测裂缝开度变化情况,测点分布在 8~26 号坝块,如表 1 所示.

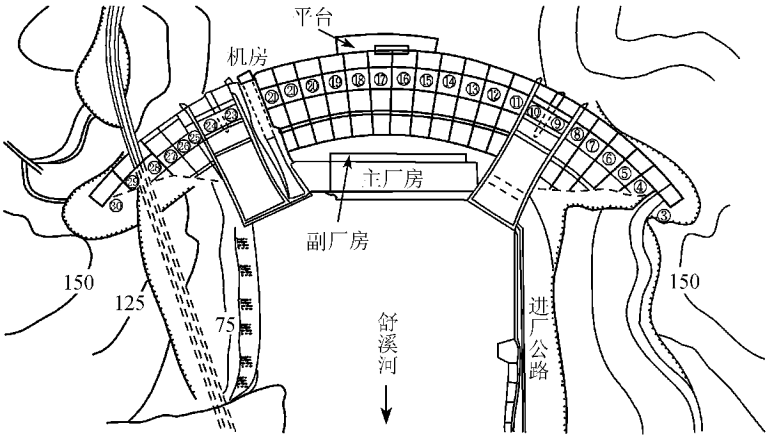


图 3 某水电站枢纽平面布置

Fig.3 Plan view of a hydropower station

表 1 105 裂缝测点分布统计

Table 1 Crack survey point at 105 m elevation of dam

观测标点	8 - I	11 - I	12 - I	13 - I	14 - II	15 - I	16 - I	18 - I
部 位	8 坝段	11 坝段	12 坝段	13 坝段	14 坝段	15 坝段	16 坝段	18 坝段
观测标点	18 - II	18 - IV	18 - V	19 - I	20 - I	21 - I	22 - I	26 - I
部 位	18 坝段	18 坝段	18 坝段	19 坝段	20 坝段	21 坝段	22 坝段	26 坝段

该坝设计洪水位 122.2 m,校核洪水位 124.6 m,汛限制水位 117.0 m.在运行过程中,其下游面 105 裂缝在水压、温度等荷载作用下,是否会发生转异,其稳定性如何将直接关系到整个坝体的安全.根据实测资料,1976 年初至 1978 年底,105 裂缝各坝段测点的测值均出现明显的增大.本文以 18 - I 测点实测值为例(过程线见图 4)利用本文提出的方法,分析该测点处裂缝在 1976 年初至 1978 年底是否发生转异.

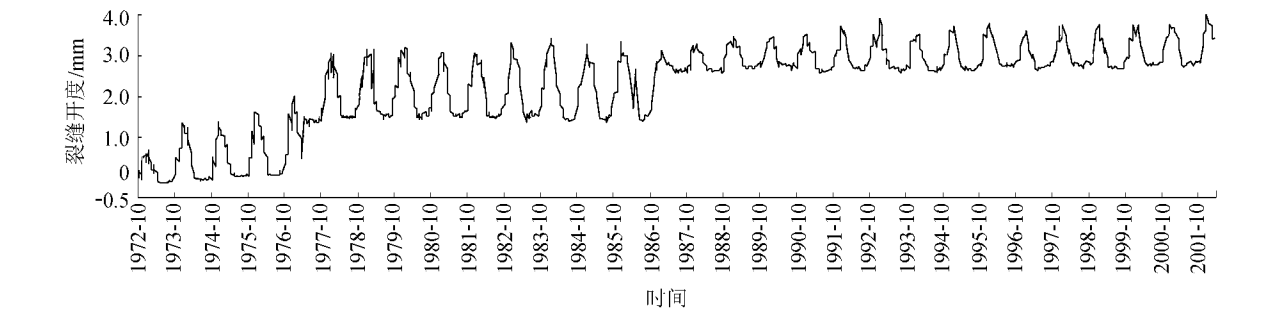


图 4 裂缝开度实测值变化曲线

Fig.4 Observation data of crack opening

利用 Daubechies 小波中 db6 小波将信号分解,当分解到第 5 层时,高频率的信息被滤去,则剩下的就是信号的发展趋势.图 5 即为用小波分析理论提取的时效变形,对 1976 年初至 1978 年底时效变化较显著的区段进行分析.

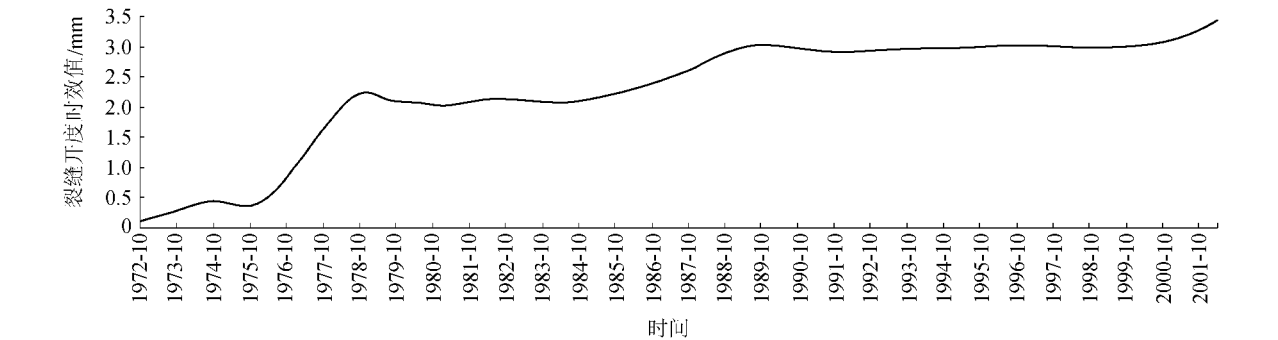


图 5 裂缝时效变形曲线

Fig.5 Time-dependent deformation of crack opening

建立灰色尖点突变模型:

$$k_{\theta} = \frac{1}{4}z^4 - \frac{1}{2} \times 1.9228z^2 + 0.6877z + 2.0874 \tag{12}$$

式中: z ——状态变量,以 a, b 为控制变量.对照式(9)可知, $a = -1.9228, b = 0.6877$.由此可得

$$D = 4a^3 + 27b^2 = -15.6674 \tag{13}$$

式(13)表明该裂缝系统的 $D < 0$,由此可知,裂缝处于不稳定状态,发生了转异.从该坝的运行过程分析,在 1976 年初至 1978 年底时段内,经历了多次低温低水位的不利荷载工况,致使裂缝发生失稳扩展,出现转异,分析结果与运行的实际情况相吻合,但 1979 年之后该不利工况没有继续持续下去,使裂缝又恢复稳定.1987 年春裂缝开度测值出现普遍增大的现象,这是由于当年采取环氧灌浆的工程措施引起的,依然可以使用本文所提出的方法进行分析,在此不再赘述.

5 结 论

裂缝转异诊断方法的研究,在大坝安全监控领域日益成为一个重要的研究课题.本文应用小波分析和突变理论相结合的方法,针对某混凝土重力拱坝的裂缝的时效变形,建立了该坝的某一裂缝转异诊断的灰色尖点突变模型,得到了该裂缝的转异判据,为该裂缝的转异诊断提供了一条新的途径.

参考文献:

[1] 张乾飞,王锦国,李雪红.大坝安全监控中的不确定性信息初探[J].河海大学学报(自然科学版),2002,30(5):113—117.
[2] 吴中如.水工建筑物安全监控理论及其应用[M].北京:高等教育出版社,2003.321—350.
[3] 胡昌华,张军波,夏军,等.基于 MATLAB 的系统分析与设计——小波分析[M].西安:西安电子科技大学出版社,1999.1—35.
[4] 邓聚龙.灰色系统理论教程[M].武汉:华中理工大学出版社,1990.1—45.
[5] 凌复华.突变理论及其应用[M].上海:上海交通大学出版社,1981.1—60.
[6] 李雪红.重大水工混凝土结构裂缝演变规律及转异诊断方法研究[D].南京:河海大学,2003.

Abnormality diagnosis of cracks based on wavelet analysis and cusp catastrophe model

LI Xue-hong¹, XU Hong-zhong¹, GU Chong-shi², WU Zhong-ru², FENG Shi-quan³

(1. School of Civil Engineering, Nanjing University of Technology, Nanjing 210009, China ;

2. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China ;

3. The 2nd Branch of the Sixth Bureau of Water Conservancy and Hydropower Engineering
of China, Dandong 118216, China)

Abstract :An abnormality diagnosis model was developed for hydraulic concrete structures operating with cracks occurring in their bodies by use of the wavelet analysis and cusp catastrophe theory. In combination with observation data of dam cracks, the wavelet analysis method was adopted for extracting time-dependent deformation of cracks. Based on that, a grey cusp catastrophe model was established, and an abnormality criterion for crack diagnosis was put forward. The results show that the method is feasible and effective.

Key words :hydraulic concrete ; crack ; time-dependent deformation ; wavelet analysis ; cusp catastrophe model ; abnormality diagnosis