

不同变位模式下挡土墙被动土压力的计算与分析

顾长存 陆海源 刘汉龙 高玉峰 周云东

(河海大学岩土工程研究所 ,江苏 南京 210098)

摘要 基于库仑土压力理论 ,通过对滑动土体中水平薄层单元的分析 ,建立了墙体绕基础转动(RB)模式和墙体绕墙顶转动(RT)模式下的被动土压力的一阶微分方程 ,给出了土压力强度、土压力合力、土压力作用点的理论计算公式 ,并将该理论计算公式与墙体平动(T)模式和库仑理论结果进行了比较 .结果表明 :土压力强度分布呈曲线分布 ,合力作用点到墙底的距离依 RB 模式、T 模式和 RT 模式次序增大 . $q_0=0$ 时 ,各变位模式合力计算值与库仑理论值一致 ; $q_0>0$ 时 ,RT 模式合力计算值比库仑理论值大 ,RB 模式合力计算值比库仑理论值小 .

关键词 变位模式 挡土墙 被动土压力

中图分类号 :TU476 文献标识码 :A 文章编号 :1000-198X(2005)04-0430-04

库仑土压力理论是土压力计算中应用很广的一种理论 ,但关于土压力大小及分布的研究结果与库仑土压力理论存在一些差异 .根据主动土压力的理论研究和试验结果^[1~4] ,主动土压力呈曲线分布 .关于被动土压力的分布 ,也有一些研究^[5~10] .曹振民^[5]认为 ,被动土压力呈曲线分布 ,但分布形式会随着计算参数的变化而变化 .李永刚^[7]利用水平层分法分析了被动土压力的分布规律 ,得出了被动土压力大小与库仑理论结果相同 ,但分布呈凹曲线 ,合力作用点到墙底距离小于 $H/3$ 的结论 .Fang 等^[6~8]的试验数据表明 :当墙体绕墙顶转动时 ,被动土压力呈凹曲线分布 ;当墙体绕基础转动时 ,被动土压力呈凸曲线分布 .徐日庆等^[9]的被动土压力试验数据表明 :当墙体绕墙顶转动时 ,土体上部压力小于下部压力 ;当墙体绕墙基础转动时 ,土体上部压力大于下部压力 .

本文根据库仑理论的假设 ,建立了墙体绕基础转动(RB)和墙体绕墙顶转动(RT)模式下的被动土压力沿墙高分布的理论公式 ,并对不同墙体变位模式下的被动土压力分布和合力作用点进行了分析 .

1 RB 模式下的被动土压力

设土体在挡土墙的作用下处于被动极限状态 ,土体内沿墙背面及过墙基底与水平面夹角为 θ 的平面为破裂面 ,墙体绕基础转动 ,填土表面为水平 ,墙壁为垂直 ,如图 1 所示 .在破裂面内即滑动的土体距表面深度为 y 处取一水平薄层单元 ,作用于单元上的力有单元顶面和底面的平均垂直压力 q 和 $q+dq$,单元顶面和底面的剪切力 τ 和 $\tau+d\tau$,挡土墙的水平反力 p_1 ,挡土墙背与填土的摩擦力 τ_1 ,稳定土体对于单元的垂直压力 p_2 和摩擦力 τ_2 ,以及单元土体的重力 dW ,如图 2 所示 .

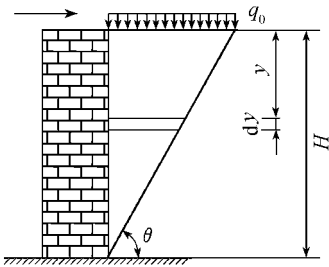


图 1 挡土墙与破坏面位置
Fig.1 Retaining wall and sliding surface

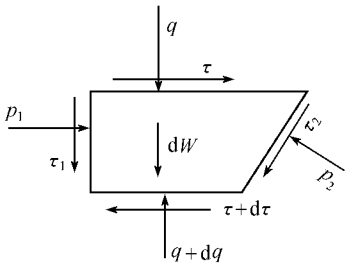


图 2 RB 模式下水平层单元受力模型
Fig.2 Stress model for horizontal layer element under RB mode

由作用于单元土体上的水平方向力的平衡条件得

$$p_1 dy - \tau_2 \frac{dy}{\sin\theta} \cos\theta - p_2 \frac{dy}{\sin\theta} \sin\theta + \tau(H-y)\cot\theta - (\tau + d\tau)(H-y-dy)\cot\theta = 0 \tag{1}$$

由作用于单元土体上的垂直方向力的平衡条件得

$$\tau_1 dy + q(H-y)\cot\theta + dW - (q + dq)(H-y-dy)\cot\theta - p_2 \frac{dy}{\sin\theta} \cos\theta + \tau_2 \frac{dy}{\sin\theta} \sin\theta = 0 \tag{2}$$

$$\begin{cases} \tau_2 = p_2 \tan\varphi & \tau_1 = p_1 \tan\delta & p_1 = Kq & \tau = q \tan\varphi' \\ dW = \frac{[(H-y)\cot\theta + (H-y-dy)\cot\theta]dy}{2} \rho g \end{cases} \tag{3}$$

式中： φ ——土体内摩擦角； δ ——土体与墙背的摩擦角； K ——侧压力系数，其值应介于静止土压力系数和被动土压力系数之间； φ' ——墙体绕基础转动时土层间的等效摩擦角， φ' 应比土体的内摩擦角小； ρ ——土体密度； g ——重力加速度。

整理式(1)(2)(3)并略去高阶微量，得

$$\frac{dq}{dy} = (aK + 1) \frac{q}{H-y} + b\rho g \tag{4}$$

$$a = -\frac{\cos(\delta + \theta + \varphi) \tan\theta \cos\varphi'}{\sin(\theta + \varphi - \varphi') \cos\delta} \quad b = \frac{\cos\varphi' \sin(\theta + \varphi)}{\sin(\theta + \varphi - \varphi')} \tag{5}$$

方程(4)满足边界条件 $y=0$ 时 $q=q_0$ ，求解得

$$q = \left(\frac{H}{H-y}\right)^{aK+1} \left(q_0 + \frac{Hb\rho g}{aK+2}\right) - \frac{b\rho g(H-y)}{aK+2} \tag{6}$$

由于 $p_1 = Kq$ ， $\tau_1 = p_1 \tan\delta$ ，被动土压力 p_p 与 p_1 和 τ_1 的合力为一对相互作用力，所以作用于挡土墙上的水平土压力为

$$p_{px} = \frac{K}{\cos\delta} \left[\left(\frac{H}{H-y}\right)^{aK+1} \left(q_0 + \frac{Hb\rho g}{aK+2}\right) - \frac{b\rho g(H-y)}{aK+2} \right] \tag{7}$$

由积分式(7)得被动土压力的合力为

$$P_p = -\frac{q_0 H}{a \cos\delta} + \frac{\rho g H^2}{2} \frac{\sin(\theta + \varphi)}{\cos(\theta + \varphi + \delta) \tan\theta} \tag{8}$$

根据土压力对墙底的力矩

$$M_p = \int_0^H (H-y) p_p \cos\delta dy = \left(q_0 + \frac{b\rho g H}{3}\right) \frac{KH^2}{1-2K} \tag{9}$$

得到合力作用点到墙底的高度

$$h_p = \frac{M_p}{P_p \cos\delta} = -\frac{2}{3} \frac{aKH}{1-aK} \frac{3q_0 + b\rho g H}{b\rho g H + 2q_0} \tag{10}$$

2 RT 模式下的被动土压力

RT 模式下土体的受力状态与 RB 模式下的受力状态基本相同，只是土层间的水平剪力的作用方向与 RB 模式下的方向相反，如图 3 所示。

由作用于单元土体上的水平方向力的平衡条件得

$$p_1 dy - \tau_2 \frac{dy}{\sin\theta} \cos\theta - p_2 \frac{dy}{\sin\theta} \sin\theta - \tau(H-y)\cot\theta + (\tau + d\tau)(H-y-dy)\cot\theta = 0 \tag{11}$$

垂直方向力的平衡条件与 RB 模式下垂直方向力的平衡条件一样，即方程(2)，整理式(11)(2)并略去高阶微量，得

$$\frac{dq}{dy} = (aK + 1) \frac{q}{H-y} + b\rho g \tag{12}$$

$$a = -\frac{\cos(\delta + \theta + \varphi) \tan\theta \cos\varphi'}{\sin(\theta + \varphi + \varphi') \cos\delta} \quad b = \frac{\cos\varphi' \sin(\theta + \varphi)}{\sin(\theta + \varphi + \varphi')} \tag{13}$$

方程(12)与方程(4)为同一形式，所以 RT 模式下的 p_p 、 M_p 和 h_p 也与 RB 模式下的 p_p 、 M_p 和 h_p 一样，区别就是 a 、 b 值的不同。

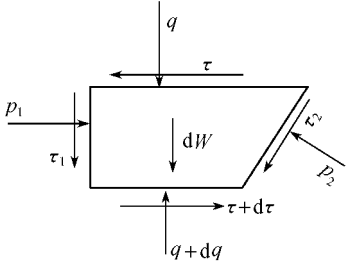


图 3 RT 模式下水平层单元受力模型
Fig.3 Stress model for horizontal layer element under RT mode

3 各种模式下被动土压力的比较

取墙高 $H = 10\text{ m}$,土体 $\rho = 1800\text{ kg/m}^3$, $\varphi = 30^\circ$,墙与土体的摩擦角 δ 分别为 0° , 10° , 15° , 20° , φ' 分别为 0° , 15° , 20° , 30° , $q_0 = 0$ 时 ,按 RB 模式、T 模式(设 $a = -\frac{\cos(\delta + \theta + \varphi)\tan\theta}{\sin(\theta + \varphi)\cos\delta}$, $b = 1$)^[7]、RT 模式和库仑土压力理论^[11]进行了计算 ,计算结果如图 4 ~ 图 6 所示.

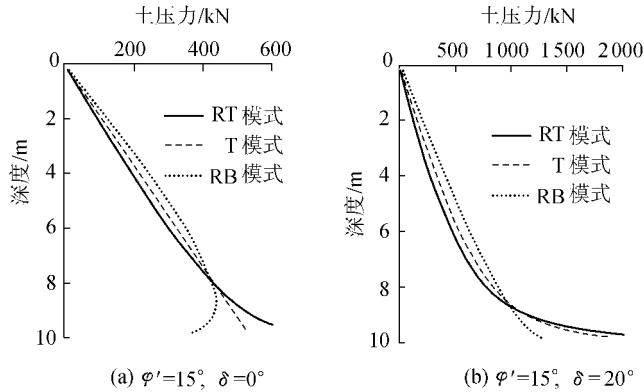


图 4 3 种变位模式下的土压力分布
Fig.4 Earth pressure distribution under three modes of wall movement

由图 4 可以看出 墙体绕墙顶转动或平移时 ,土压力呈凹曲线分布 ,而绕基础转动时 ,土压力有呈凹曲线分布的也有凸曲线分布的 ,合力作用点到墙底的距离 ,按墙体绕墙顶转动、平移及墙体绕基础转动模式依次变大 ; $\varphi' = 0^\circ$ 时 3 种变位模式下的土压力分布曲线形式一样 ,合力值大小相等 ,且与库仑土压力理论解一致.

墙体绕基础转动时随着 δ 的增加 ,土压力从呈凸曲线分布变为呈凹曲线分布 ,在某一 δ 角度会发生突变(图 5(a))随着 φ' 的增加 ,土压力分布曲线越来越上凸 ,合力作用点随着 δ 的增大而降低 ,随着 φ' 的增大而升高 ,在某一 φ' 角度会发生突变(图 5(b)) ,总体位于 $0.27H \sim 0.41H$ 之间.

墙体绕墙顶转动时 ,土压力分布曲线随着 δ 或 φ' 的增大而越来越下凹 ,合力作用点随着 δ 或 φ' 的增大而变低 ,如图 6 所示.

墙体平移时的被动土压力曲线分布形式、合力作用点的位置变化情况见文献 [7] .

合力的大小还与 q_0 有关 . $q_0 = 0$ 时 3 种模式的合力大小一样且与库仑土压力值相等 . $q_0 > 0$ 时 ,RB 模式下 ,合力随着 φ' 的增大而减小 , $\varphi' = 0^\circ$ 时合力与库仑土压力值相等 ;RT 模式下 ,合力随着 φ' 的增大而增大 , $\varphi' = 0^\circ$ 时合力与库仑土压力值相等 ;T 模式下 ,合力与库仑土压力值相等 .

4 结 语

本文基于库仑土压力理论中墙后土体为极限平衡状态的假设 ,以滑动土体中一微层单元为分析对象建立了一阶微分方程 ,并给出了 RB 和 RT 模式下的土压力分布、合力及其作用点位置的解 .由计算结果可知 :

a. $q_0 = 0$ 时 3 种模式的土压力大小相等且与库仑土压力理论值相等 ; $q_0 > 0$ 时 ,RB 模式下的土压力比库仑土压力理论值小 ,RT 模式下的土压力比库仑土压力理论值大.

b. RB 模式下 ,随着 δ 的增加 ,土压力分布的趋势为从凸曲线到凹曲线 ,随着 φ' 的增加 ,土压力分布的

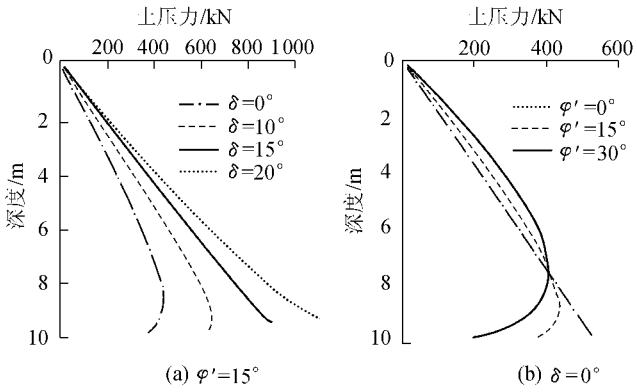


图 5 RB 模式时的土压力分布
Fig.6 Earth pressure distribution under RB model

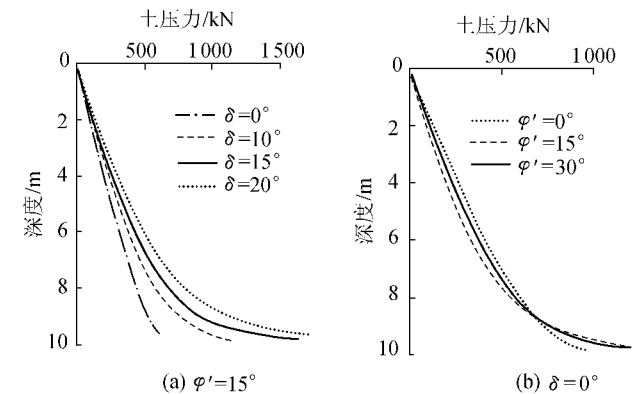


图 6 RT 模式时的土压力分布
Fig.6 Earth pressure distribution under RT model

趋势为从凹曲线到凸曲线. RT 模式下,随着 δ 或 φ' 的增加,曲线会越来越下凹.

c. RT 模式的合力作用点位置低于 T 模式的合力作用点位置, T 模式的合力作用点位置低于库仑土压力理论的合力作用点位置, RB 模式的合力作用点位置高于 T 模式的合力作用点位置.

参考文献:

- [1] FANG Y S ,ISHIBASHI I. Static earth pressure with various wall movements[J]. Journal of Geotechnique Engineering ,ASCE ,1986 ,112 (3) 317—333.
- [2] 王元战,李蔚,黄长虹. 墙体绕基础转动情况下挡土墙主动土压力分布[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(2) 208—211.
- [3] 王元战,黄长虹. 关于挡土墙主动土压力计算问题[J]. 港工技术, 2003 (6) 22—27.
- [4] WANG Y Z. Distribution of earth pressure on a retaining wall[J]. Geotechnique, 2000, 50(1) 83—88.
- [5] 曹振民. 被动土压力非线性分布浅析[J]. 西安公路学院学报, 1994, 14(2) :10—14.
- [6] FANG F S ,CHEN T J ,WU B F. Passive earth pressure with various wall movements[J]. Journal of Geotechnique Engineering ,ASCE , 1994, 120(8) :1307—1323.
- [7] 李永刚. 挡土墙被动土压力研究[J]. 岩土力学, 2003, 24(2) 273—276.
- [8] 克列因. 散粒体结构力学[M]. 陈万佳译. 北京:中国铁道出版社, 1983. 103—132.
- [9] 徐日庆,陈页开,杨忠轩,等. 刚性挡墙被动土压力模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(5) 569—575.
- [10] 朱大勇,钱七虎,姜弘道. 挡土结构中土体被动临界滑动场及被动土压力的数值计算[J]. 水利学报, 2000 (11) :15—20.
- [11] 钱家欢. 土力学[M]. 南京:河海大学出版社, 1995. 160—186.

Passive earth pressure on the retaining wall under various modes of movement

GU Chang-cun , LU Hai-yuan , LIU Han-long , GAO Yu-feng , ZHOU Yun-dong

(*Geotechnical Research Institute of Hohai University , Nanjing 210098 , China*)

Abstract :Based on Coulomb 's earth pressure theory , the first-order differential equation for passive earth pressure on the retaining wall was set up for movement modes of rotation around base(RB) and rotation around top(RT) by analysis of slice elements extracted from sliding soil wedge , and the formulas for calculation of the unit earth pressure , the resultant earth pressure and the action point of resultant pressures were given. The comparison of the calculated results by the present formulas , the formulas for the translation(T) mode , and Coulomb 's theory shows that the unit earth pressure is nonlinearly distributed , and that the distance from the action point of resultant pressures to the base of wall increases with the order of RB mode , T mode , and RT mode. It is also indicated that the calculated results of the resultant pressure under various modes of movement are in accordance with those from Coulomb 's earth pressure theory for $q_0 = 0$, and that the result from Coulomb 's earth pressure theory is smaller than the calculated result of RT mode and greater than that of RB mode for $q_0 > 0$.

Key words :wall movement mode ; retaining wall ; passive earth pressure