

单个三维气泡运动的直接数值模拟

张淑君¹ 吴锤结² 王惠民¹

(1. 河海大学环境科学与工程学院, 江苏 南京 210098; 2. 中国人民解放军理工大学理学院, 江苏 南京 211101)

摘要 采用 VOF(Volume-of-Fluid) 中的 PLIC(Piecewise Linear Interface Calculation) 界面重构方法模拟了三维气泡在另一种静止流体中的上升和变形运动, 在数值模拟的例子中分别考察了不同黏度和表面张力对气泡在上升过程中的变形及上升速度等的影响. 计算结果表明, PLIC 界面重构方法可以正确地模拟气泡的变形、破裂等过程. 黏性和表面张力在气泡运动过程中的作用可以用 Eötvös 数和 Reynolds 数来描述. 在相同的密度和黏度比的情况下, 表面张力越大, 则气泡的形状变化越小, 上升的速度越快. 表面张力起着使气泡保持原状的作用, 黏性越小, 则气泡在上升过程中射流穿透上表面的时间越早, 变形速度越快.

关键词 气泡; 表面张力; 黏滞系数; 数值模拟

中图分类号 O351.1 **文献标识码** A **文章编号** 1000-198X(2005)05-0534-04

气泡运动存在于许多自然现象和工程实际中, 如水轮机和水泵的空化空蚀、船舶螺旋桨水流、气-液化学反应、废水处理等, 因此气泡运动规律的研究也越来越受到国内外学者的关注, 各种运动界面追踪的数值模拟方法在该领域得到了广泛的应用^[1~3], 如 MAC 方法、锋面跟踪法、边界积分法、水平集方法等. 在众多数值模拟方法中, VOF(Volume-of-Fluid) 方法以其容易实现、计算量小和模拟精度高等优点在模拟气泡运动方面有着不可替代的作用. 本文采用 VOF 中的 PLIC(Piecewise Linear Interface Calculation) 界面捕捉方法, 结合考虑表面张力的运动方程, 模拟单个三维气泡在重力作用下的上升及变形运动.

1 控制方程及其离散

1.1 控制方程

考虑表面张力的动量方程为

$$\rho[\partial \mathbf{u} / \partial t + \mathbf{u} \mathbf{u}] = -p + 2\mu D + \sigma \kappa \delta_s \mathbf{n} + \rho \mathbf{g} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{u}$ ——速度矢量; ρ ——密度; σ ——表面张力; p ——压强; μ ——动力黏度; κ ——界面的曲率; δ_s ——与界面有关的 Dirac 分布; $\mathbf{n}$ ——界面单位法向矢量.

D 为应力张量, 满足

$$D_{ij} = \frac{1}{2}(\partial u_j / \partial x_i + \partial u_i / \partial x_j) \quad (2)$$

不可压缩流体连续方程

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (3)$$

采用 VOF 方法模拟气泡界面的体积函数 C 满足

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{u} C = 0 \quad (4)$$

对于两相流, 式(1)中的 μ 和 ρ 均由体积函数 C 决定

$$\rho = \rho_1 C + \rho_2 (1 - C) \quad \mu = \mu_1 C + \mu_2 (1 - C) \quad (5)$$

式中 $\rho_1, \rho_2, \mu_1, \mu_2$ 分别为两种流体的密度和动力黏度.

1.2 界面跟踪

本文采用 Youngs 的 PLIC 方法在单个网格内用直线段近似界面方法进行界面重构. 首先确定界面法向

量 m (不一定是单位矢量) 将其定义在网格中心, 步长为 h . 以二维为例, 网格中心法向量 m 可由 4 个角点处的 m 值确定

$$m_{ij} = \frac{1}{4} \left(m_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} + m_{i-\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} + m_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} + m_{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} \right)$$

(6)

界面的位置由界面法向量和同样定义在网格中心的体积函数 C 确定, 并采用 Lagrangin 方法跟踪随流动传播的界面.

1.3 动量方程的离散

物理量定义采用 MAC 交错网格及经典的中心差分格式. 另外, 由于在界面处密度、黏度和压强突变, 计算过程中采用多重网格技术, 每个节点处的密度和黏度采用简单的网格体积平均进行计算.

为便于计算, 式(1)可表示为

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \boldsymbol{p} + L_i(C, \boldsymbol{u}) + L_\mu(C, \boldsymbol{u}) + L_s(C) + \boldsymbol{g}$$

(7)

其中惯性项为

$$L_i(C, \boldsymbol{u}) = -(\boldsymbol{u} \otimes \boldsymbol{u})$$

(8)

黏性项为

$$L_\mu(C, \boldsymbol{u}) = \frac{1}{\rho} (2\mu D)$$

(9)

表面张力项可表示为如下形式并采用 CSF(Continuous Surface Force)进行离散:

$$L_s(C) = 1/\rho [(1 - n \otimes n) \sigma \delta_s] = 1/\rho [(|C| - C \otimes C / |C|) \sigma]$$

(10)

压强通过 Poisson 方程求解.

2 模拟结果分析

本文模拟了三维圆形气泡在静止无限流场中重力作用下的上升和变形过程. 算例中, 计算网格为 $66 \times 66 \times 66$. 在计算区域的上、下边界即气泡上升的方向采用周期边界条件, 其余两个边界采用无滑移条件. 气泡初始置于计算区域中心, 初始速度为 0, 在浮力的作用下在静止的流场中开始上升.

描述气泡特性常用的无量纲参数主要有 Morton 数、Eötvös 数、Reynolds 数、密度比 ρ_1/ρ_2 和黏度比 μ_1/μ_2 . 其中:

$$M = g\mu_1^4/\rho_1\sigma^3 \quad Eo = \rho_1gd^2/\sigma \quad Re = Ud/\nu$$

下标 1 和 2 分别代表外部流场和气泡. 本文通过改变 Eötvös 数和 Reynolds 数的大小分别考察表面张力和黏性对气泡运动的影响.

Cliff^[4]等给出了不同参数下上升气泡的变形形状. 本文计算了其中一种参数下 ($Re = 55$, $Eo = 875$, $\rho_1/\rho_2 = 10^3$, $\mu_1/\mu_2 = 10^2$) 的气泡形状, 结果比较满意, 如图 1 所示.

黏性与表面张力在气泡上升过程中对气泡的变形有着不同的影响, 本文通过改变 Reynolds 数和 Eötvös 数的大小分别研究其影响结果. 图 2 给出了无量纲时间 $\tau = 2000$ 、 4000 、 6000 时刻气泡的形状. 气泡在浮力的作用下开始上升, 气泡下部的压力大于上表面的压力, 压力差与气泡表面发展出的涡片共同诱导出一个从下方推向气泡的射流. 初期射流对气泡上表面影响不大, 但气泡上表面的上升速度与其余部分相比开始降低, 因此气泡形状由最初的圆形逐步变为底部凹进的帽子形状. 在 Re 很小即黏性系数很大时, 例如 $Re = 10$ 时, 气泡底部的压力使气泡底部出现凹陷, 但由于黏性系数很大, 这种凹陷的进程很慢且射流很弱, 从图 2(a) 中可以看出, 在 $\tau = 6000$ 时气泡的变形幅度仍然很小. 随着黏性的降低, 气泡下表面形成的射流前端不断向气泡前缘靠近, 使得射流变得更长, 但仍然无法穿透气泡的上表面. 射流长度发展到一定阶段改为向宽度方向扩展, 最后形成如图 2(b) 中所示的形状. 当黏性系数非常小, $Re = 320$ 时, 射流穿透气泡的上表面, 气泡破裂重新形成两个较小的气泡继续上升且随着时间的推移体积变得更小 (图 2(c)). Oğuz 等^[5]发现, 若射流穿过气泡上表面的一点, 则不会形成小的气囊, 否则在射流发生的过程中少量气体会被带到气泡顶部, 形成一个新的气囊.

表面张力的影响可以用 Eötvös 数来描述. 图 3 给出了无量纲时间 $\tau = 1000$ 、 3000 、 5000 时刻的气泡形状. 当表面张力很大时, 如图 3(a) 所示, 气泡上表面与下表面相比变得更加平坦, 最后趋近于椭圆形, 充分说明

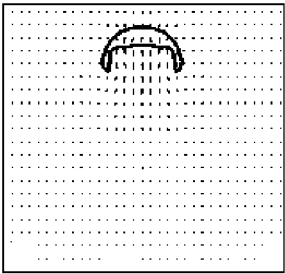


图 1 气泡的形状
Fig.1 Shape of the bubble

表面张力具有维持气泡形状的作用.随着 Eötvös 数的增大,表面张力变小,气泡底部形成的射流使得下缘凹陷变得明显,变形幅度加大.在张力很小时,如 Eötvös 数增大到 600 时,射流长度几乎到达气泡的上表面.

图 4 给出了气泡在上升及变形过程中引起的压强的变化(无量纲).外部流体压强值在计算区域底部最大,且沿着气泡上升的方向逐渐降低.作用在气泡表面的表面张力使得气泡内部的压强接近常数且远大于气泡外流体的压强.

为了考查气泡上升的速度,图 5 给出不同 Eötvös 数亦即气泡在受到不同表面张力的作用下其上升速度的变化图.从图中可以看出,在上升初期速度梯度很大,气泡速度在很短的时间内迅速增大至最大值,其后随着时间的推移速度值变化很小,但由于各种力的综合作用,速度值在一定范围内振荡.在 3 种情况下,椭圆形气泡的上升速度最快,而表面张力最小的气泡上升速度随时间逐渐降低.

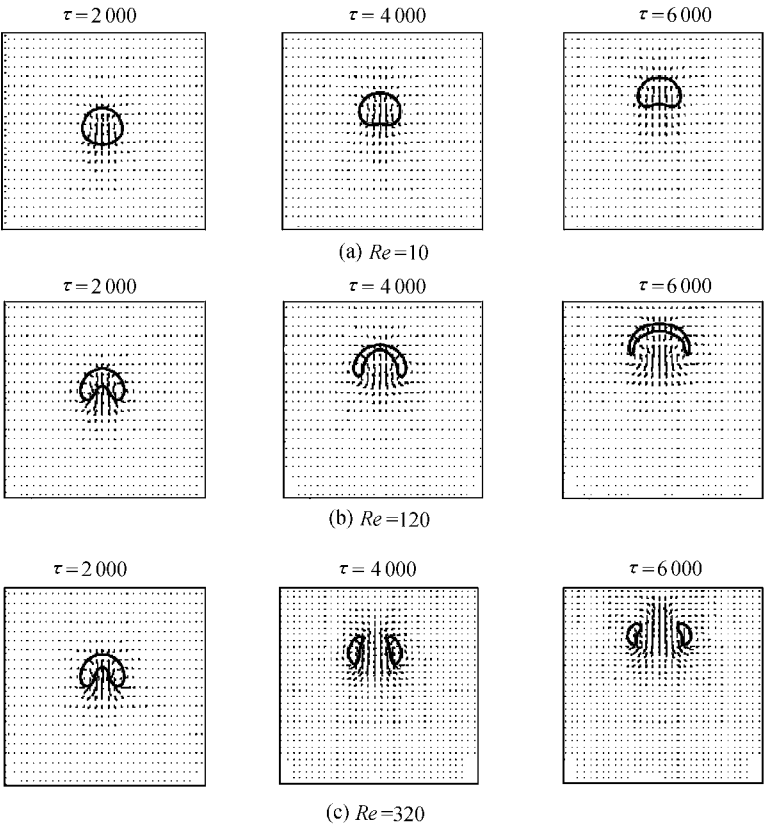


图 2 雷诺数对气泡上升及变形的影响 ($E_0 = 104$, $\rho_1/\rho_2 = 40$)

Fig. 2 Influence of Reynold number on the motion and deformation of rising bubble for $E_0 = 104$ and $\rho_1/\rho_2 = 40$

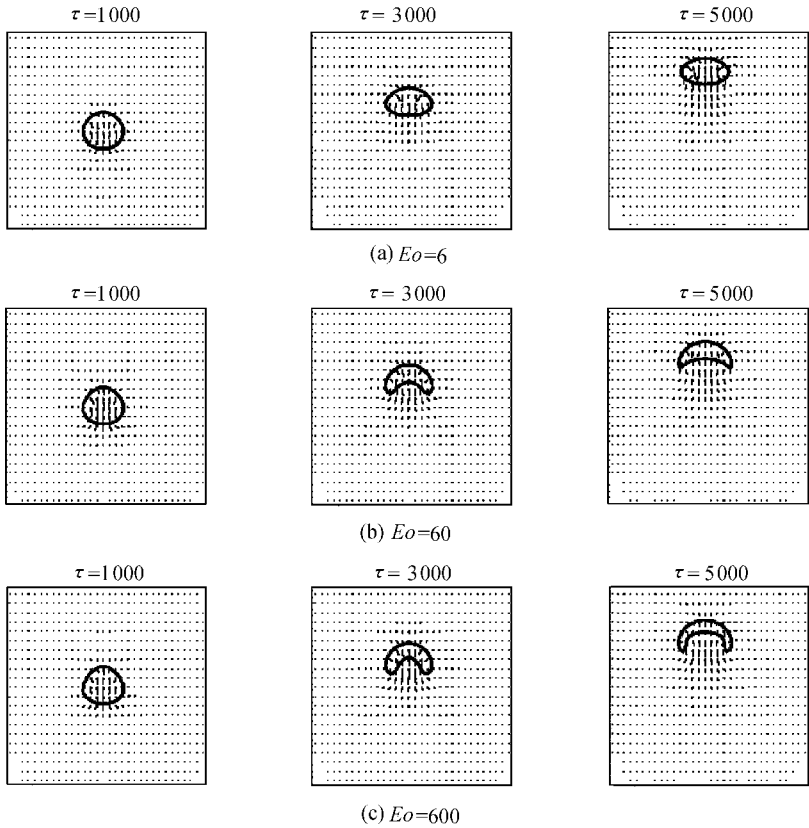


图 3 Eötvös 数对气泡上升及变形的影响 ($Re = 55$, $\rho_1/\rho_2 = 40$, $\mu_1/\mu_2 = 80$)

Fig. 2 Influence of Eötvös number on the motion and deformation of rising bubble for $Re = 55$, $\rho_1/\rho_2 = 40$ and $\mu_1/\mu_2 = 80$

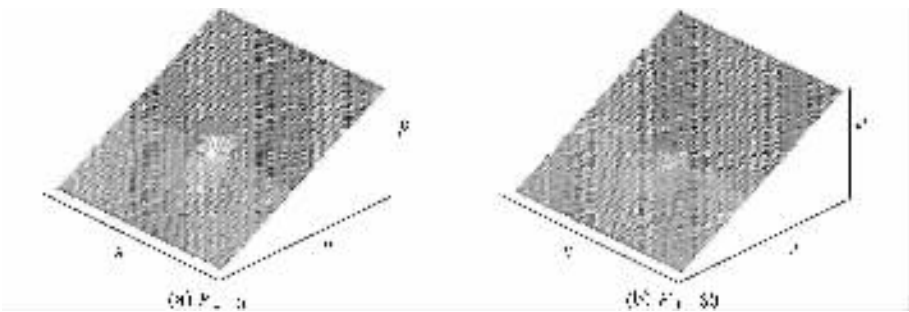


图 4 流场压强分布
Fig.4 Pressure distribution

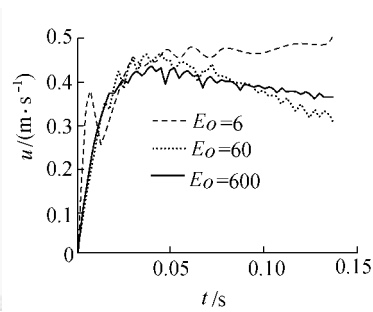


图 5 气泡的上升速度
Fig.5 Rise velocity of the bubble

3 结 语

本文采用 VOF 中的 PLIC 界面重构方法模拟了气泡在三维的另一种静止流体中的上升和变形运动. 计算结果表明, 该方法可以正确地数值模拟气泡的变形、破裂等过程. 在数值模拟的例子中分别考察了不同黏度和表面张力对气泡在上升过程中的变形及上升速度等的影响. 研究结果表明, 在相同的密度和黏度比情况下, 表面张力越大, 产生的射流强度越弱, 气泡的形状变化越小, 表面张力起着使气泡保持原状的作用; 黏性越小, 则气泡在上升过程中变形速度越快. 射流由气泡的下表面穿透上表面发生的时间越早. 就压强而言, 泡内压强在表面张力的作用下保持不变且远大于外部压强.

参考文献：

[1] BOULTON-STORE J M. A comparison of boundary integral methods for studying the motion of a two-dimensional bubble in an infinite fluid [J]. Comput Methods Appl MechEng ,1993 ,102 :213—234.
[2] UNVERDI S O ,TRYGGVASON G. A front-tracking methods for viscous ,incompressible ,multi-fluid flows[J]. J Comput Phys ,1992 ,100 :25—37.
[3] OSHER O ,FEDKIW R P. Level-set methods :an revive and some results[J]. J Comput Phys 2001 ,169 :463—502.
[4] CLIFT R ,GRACE J R ,WEBER M E. Bubbles ,drops ,and particles[M]. New York/London :Academic Press ,1978.22—28.
[5] OGUZ H N ,PROSPERETTI A. Surface tension effect in the contact of liquid surfaces[J]. J Fluid Mech ,1989 203 :149—171.

Numerical simulation of rise and deformation of
a three-dimensional gas bubble

ZHANG Shu-jun¹ , WU Chui-jie² , WANG Hui-min¹

(1. College of Environmental Science and Engineering , Hohai University , Nanjing 210098 ,China ;
2. School of Science , PLA University of Science and Technology , Nanjing 211101 ,China)

Abstract The rise and deformation of a gas bubble in another static fluid were simulated by use of the PLIC (Piecewise Linear Interface Calculation) method. Calculated results show that the method is able to simulate the deformation and breakup of a rising bubble , and the effect of the surface tension and the viscosity of the fluid on the rising bubble can be reflected with Eötvös number and Reynold number. The study of effects of viscosity and surface tension on the deformation and rise velocity of the bubble during its rise process shows that , under the same density and viscosity ratio of fluids , the greater the surface tension , the smaller the bubble deformation , and the higher the rise velocity of the bubble. Therefore , the surface tension makes the bubble keep its original state. It is also indicated that the smaller the viscosity of the fluids , the earlier the jet penetrating the upper surface during the rise process of the bubble , and the faster the deformation of the bubble.

Key words bubble ; surface tension ; viscosity coefficient ; numerical simulation