

混杂纤维水泥基复合材料断裂分析

陈 瑛¹, 姜弘道¹, 朱为玄¹, 冯新权²

(1. 河海大学土木工程学院, 江苏 南京 210098 2. 山东省水利勘测设计院, 山东 济南 250013)

摘要 基于纤维水泥基材料的桥联法则(桥联应力-裂纹张开位移关系)和 K 叠加原理, 建立了混杂纤维水泥基复合材料的桥联裂缝模型, 并针对三点受弯梁建立了简化的断裂分析模型. 桥联裂缝模型能够描述混杂纤维水泥基复合材料断裂全过程的裂缝扩展规律, 灵活地分析不同纤维对断裂韧度的贡献, 并可以计算混杂纤维水泥基复合材料裂纹尖端应力强度因子、断裂韧度和临界缝长.

关键词 混杂纤维 水泥基 断裂分析

中图分类号 :TU37 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-198X(2005)05-0571-04

纤维水泥基复合材料的断裂力学研究表明, 在裂缝尖端存在断裂过程区, 裂缝的弯折、纤维拔出和对裂缝的桥联是产生能耗的主要机制.

混杂纤维水泥基复合材料(HFRCC)的抗拉强度和韧度相对较高. 复合材料的抗拉强度取决于纤维的间距. 粗长纤维虽然能提高复合材料的断裂韧度, 但对抗拉强度的提高贡献不大^[1, 2], 因为拉伸破坏是由于微裂缝逐渐延伸、汇集成宏观裂缝造成的, 一般体积分数的粗长纤维间距较大, 不能有效抑制或钝化微裂缝. 微细纤维的直径与水泥粒径具有相同的数量级($< 25 \mu\text{m}$), 当纤维体积分数一定时, 微细纤维要比长纤维间距密, 能阻止微裂缝汇聚成宏观裂缝. 一旦临界裂缝形成, 较长的纤维能桥联较宽的裂缝, 有益于提高材料韧度.

混杂纤维水泥基复合材料的性能试验很多, 但未见其断裂力学分析模型. 本文建立了混杂纤维桥联裂缝模型, 可计算混杂纤维水泥基复合材料裂纹尖端应力强度因子和临界缝长, 并对裂缝扩展的各阶段进行分析.

1 混杂纤维水泥基复合材料桥联模型

将纤维桥联区视为假想裂缝, 采用桥联裂缝模型, 材料的断裂可用 R 曲线分析. 桥联裂缝模型将断裂过程区内纤维的闭合力视为基体的增韧机制, 以应力强度因子是否达临界值作为断裂是否产生的判据. 当达临界值时, 断裂过程区发展饱和. 在断裂过程区发生微裂缝、集料互锁或纤维拔出等非线性现象时, 以软化曲线即桥联应力-裂缝张开位移 $\sigma_b(\delta(x))$ 关系描述过程区内损伤材料的残余承载力与裂缝面张开位移的关系, 即断裂过程区内部的本构关系.

根据图 1, 设 a_0 为初始缝长, b_1 为粗长纤维桥联区, b_2 为由微细纤维桥联的微裂区. 设假想的裂纹尖端位于桥联区始端, 等效缝长为 $a_c = a_0 + \Delta a_c$, $\Delta a_c = b_1 + b_2$, 基体的连续裂缝长为 $a_0 + b_1$. δ_m 为裂纹嘴张开位移, δ_l 为连续裂纹末端(真正的裂纹尖端)张开位移, $\delta(x)$ 为距假想的裂纹尖端 x 处的张开位移. K_R 由两部分组成: 其一为基体的抗裂能力 K_m , 另一部分由纤维桥联作用 K_b 提供. 由 K 叠加原理^[3], 要使桥联区和真实裂纹扩展, 应满足下列条件:

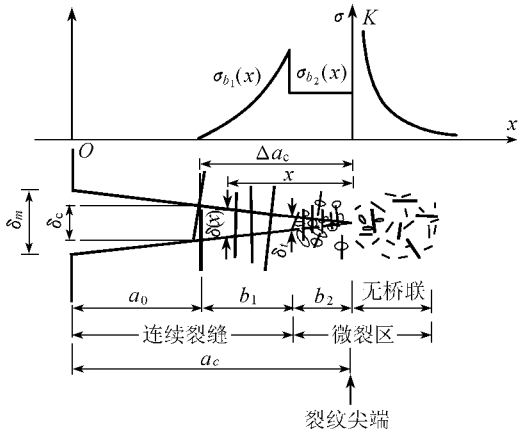


图 1 混杂纤维桥联裂缝模型

Fig.1 Crack bridging model for hybrid fiber

由 K 叠加原理^[3], 要使桥联区和真实裂纹扩展, 应满足下列条件:

$$K_{tip} = K_a + (-K_b) = K_m \quad K_b = K_{b_1} + K_{b_2} \quad (1)$$

$$K_a = K_R = K_m + K_b \quad (2)$$

式中: K_{tip} ——裂缝尖端应力强度因子; K_m ——基体的韧度; K_a ——外荷载产生的应力强度因子; K_{b_1} ——粗长纤维产生的裂缝尖端桥联应力强度因子; K_{b_2} ——微细纤维和骨料产生的裂缝尖端桥联应力强度因子, 对于纤维加强砂浆, 可忽略骨料的桥联作用。

K_b, K_a 的一般表达式为

$$K_b = 2 \int_{a_0}^{a_0+b_1} \Omega(x, a, h) \sigma_{b_1}(\delta(x)) dx + 2 \int_{a_0+b_1}^{a_c} \Omega(x, a, h) \sigma_{b_2}(\delta(x)) dx \quad (3)$$

$$K_a = 2 \int_0^{a_c} \Omega(x, a, h) \sigma_a(x) dx \quad (4)$$

式中: $\sigma_{b_1}(\delta(x))$ ——粗长纤维桥联应力, 大小取决于裂缝张开位移 $\delta(x)$; $\sigma_{b_2}(\delta(x))$ ——微细纤维桥联应力; $\sigma_a(x)$ ——外荷载产生的应力; $\Omega(x, a, h)$ ——权函数, 代表作用在裂纹面上的单位力对应应力强度因子的贡献, 与试件的形状和裂缝有关^[4]。裂纹张开位移 $\delta(x)$ 系作用在整个裂缝面上的外荷载产生的应力 $\sigma_a(x)$ 和桥联应力 $\sigma_b(\delta(x))$ 共同作用的结果。

根据 Castigliano 理论, 得奇异方程

$$\begin{aligned} \delta(x) = & \frac{8}{E'} \int_x^{a_c} \left\{ \int_0^{a'} \Omega(x', a', h) \sigma_a(x') dx' \right\} \Omega(x, a', h) da' - \\ & \frac{8}{E'} \int_x^{a_0+b_1} \left\{ \int_{a_0}^{a'} \Omega(x', a', h) \sigma_{b_1}(\delta(x')) dx' \right\} \Omega(x, a', h) da' - \\ & \frac{8}{E'} \int_x^{a_c} \left\{ \int_{a_0+b_1}^{a'} \Omega(x', a', h) \sigma_m dx' \right\} \Omega(x, a', h) da' \end{aligned} \quad (5)$$

式中: E' ——复合材料的弹性模量, 对于平面应力, $E' = E$, 对于平面应变, $E' = E/(1-\nu^2)$; x ——桥联区某点距裂纹嘴的距离; h ——梁高(图2)。

在式(3)中, 须知桥联法则。在 b_1 区, $\sigma_{b_1}(\delta(x))$ 采用以下 σ_b - δ 关系^[5]:

$$\frac{\sigma_{b_1}(x)}{\sigma_0} = \left[\frac{1-\delta(x)}{\delta_c} \right]^n = \left[\frac{1-\delta(x)}{(L_f/2)} \right]^n \quad (6)$$

式中: σ_0 ——纤维最大桥联应力, 对于柔性纤维(如 PP, PVA, PE

等), $\sigma_0 = \frac{1}{2} g V_f \tau \left(\frac{L_f}{2d_f} \right)$, 其中 V_f 为纤维体积, d_f 为纤维的直径, L_f ——纤维的长度; g ——纤维拔出时相应于加载方向存在倾角的影响产生的缓冲因子。当纤维为光滑纤维时, $n=2$ 。对于变形纤维, 易成等^[6]认为, $n=0.5$ 。

在 b_2 微裂纹区, 取纤维的桥联应力为常量:

$$\sigma_{b_2}(\delta(x')) = \sigma_m = \sigma_0 \quad (7)$$

对于三点受弯梁(图2)

$$\sigma_a(x) = \sigma_a(0) \left(1 - \frac{2x}{h} \right) \quad \sigma_a(0) = \frac{3PS}{2h^2t} \quad (8)$$

式中 t 为梁宽。

将式(5)~(8)代入式(1), 迭代可确定裂纹尖端应力强度因子 K_{tip} 。将式(3)(5)(6)(7)代入式(2), 迭代可求混杂纤维水泥基复合材料的断裂韧度(R 曲线)。

2 实用的简化混杂纤维水泥基复合材料桥联模型

假定裂纹闭合力垂直于开裂面, 基体为线弹性, 桥联区裂纹面为直面, 则

$$\frac{\delta(x)}{\delta_c} = \frac{x}{\Delta a_c} \quad (9)$$

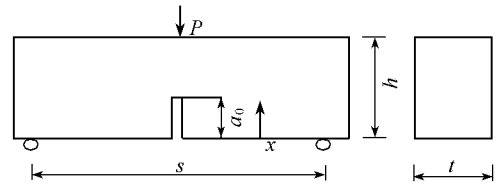


图2 混杂纤维水泥基复合材料三点受弯梁示意图

Fig.2 Geometric and loading configurations of three-point bending HFRCC beam

将式(6)~(9)代入式(5)并取 $n = 2$ 得

$$\begin{aligned} \sigma(x) = & \frac{8}{E'} \int_x^{a_c} \left\{ \int_0^{a'} \sigma_a(x', a', h) dx' \sigma(x, a', h) da' - \right. \\ & \frac{8}{E'} \int_x^{a_0+b_1} \left\{ \int_{a_0}^{a'} \sigma_0 \left(1 - \frac{x}{\Delta a_c} \right) dx' \sigma(x, a', h) da' - \right. \\ & \left. \left. \frac{8}{E'} \int_x^{a_c} \left\{ \int_{a_0+b_1}^{a'} \sigma_m dx' \sigma(x, a', h) da' \right. \right. \right. \end{aligned} \tag{10}$$

由几何关系得

$$a_c = \frac{\delta_m}{\delta_m - \delta_c} a_0 \quad b_1 = \frac{\delta_c - \delta_t}{\delta_m - \delta_c} a_0 \quad b_2 = \frac{\delta_t}{\delta_m - \delta_c} a_0$$

δ_m, δ_t 可由实验测出. 为确定 δ_c 采用迭代法, 先假定一初始值 δ_c' , 据式(10), 计算 $\delta_{m'}, \delta_{t'}$, 若 $\delta_{m'} = \delta_m, \delta_{t'} = \delta_t$, 则假定的 δ_c' 成立, $b_1, b_2, a_c, \Delta a_c$ 可求.

三点受弯梁的应力强度因子为

$$\begin{aligned} K_a &= \sigma_a(0) F(\alpha) \\ F(\alpha) &= \sqrt{\alpha} \frac{1.99 - \alpha(1 - \alpha)(2.15 - 3.93\alpha + 2.7\alpha^2)}{(1 + 2\alpha)(1 - \alpha)^{3/2}} \quad \alpha = \frac{a_c}{h} \end{aligned} \tag{11}$$

裂纹尖端的应力强度因子为

$$K_{tip} = \sigma_a(0) F(\alpha) - 2 \int_{a_0}^{a_0+b_1} \sigma(x, a, h) \left[\sigma_0 \left(1 - \frac{x}{\Delta a_c} \right)^2 \right] dx - 2 \sigma_m \int_{a_0+b_1}^{a_c} \sigma(x, a, h) dx \tag{12}$$

R 曲线的表达式为

$$K_R = K_m + 2 \int_{a_0}^{a_0+b_1} \sigma(x, a, h) \left[\sigma_0 \left(1 - \frac{x}{\Delta a_c} \right)^2 \right] dx + 2 \sigma_m \int_{a_0+b_1}^{a_c} \sigma(x, a, h) dx \tag{13}$$

3 混杂纤维水泥基复合材料断裂过程分析

纤维的断裂过程可用 K_R 阻力曲线进行分析. 根据图 1 所示的混杂纤维模型, 参照徐世烺的混凝土双 K 断裂参数计算理论^[7], 断裂过程共分为 5 个阶段.

阶段 1 $0 < K_a < K_m^*$

K_m^* 为不包含微裂纹消耗能量在内的基体的断裂韧度.

该阶段为线弹性阶段, 无微裂纹形成. 基体的断裂韧度可用线弹性断裂力学公式表示:

$$K_m^* = F(\alpha) \sigma \sqrt{\pi a}$$

式中, $F(\alpha)$ 为形状因子.

阶段 2 $0 < K_a < K_m$

裂纹前端原始的缺陷(如孔洞、界面)处开始形成微裂纹、集料互锁等非线性现象, 产生能耗, 但无纤维的相互作用.

阶段 3 $K_m < K_a < K_m + K_{b_1} \quad \frac{\partial K_a}{\partial a} < \frac{\partial}{\partial a}(K_m + K_{b_1})$

此时微裂纹交汇、稳定扩展, 微细纤维开始发挥桥联作用, 阻碍微裂纹变宽, 但不阻碍微裂纹长度继续增加.

阶段 3a $K_a = K_m + K_{b_1} \quad \frac{\partial K_a}{\partial a} < \frac{\partial}{\partial a}(K_m + K_{b_1})$

开始形成真正的宏观裂纹. 令 $K_{IC}^{ini} = K_m + K_{b_1}$ 称为起裂韧度, 荷载达最大值, 粗长纤维开始发挥桥联作用.

阶段 4 $K_m + K_{b_1} < K_a < K_m + K_{b_1} + K_{b_2} \quad \frac{\partial K_a}{\partial a} < \frac{\partial}{\partial a}(K_m + K_{b_1} + K_{b_2})$

宏观裂纹稳态扩展, 纤维逐渐拔出或断裂, 荷载逐渐降低, 构件的变形集中在开裂面. 在峰后段虽然微细纤维继续桥联裂缝, 阻止裂缝增宽, 但粗长纤维对裂缝的桥联是耗能的主要机制.

阶段 4a $K_a = K_m + K_b \quad \frac{\partial K_a}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a}(K_m + K_b) \quad K_b = K_{b_1} + K_{b_2}$

宏观裂纹扩展达临界状态.

$$\text{阶段 5} \quad K_a = K_m + K_b \quad \frac{\partial K_a}{\partial a} > \frac{\partial}{\partial a} (K_m + K_b)$$

宏观裂纹失稳扩展.

微细纤维由于在发挥桥联作用前微裂缝已交汇,因此在限制裂缝形成方面并不优于粗长纤维,但微细纤维却能在微裂纹形成之际阻止其变宽,正是由于其很小的间距(而不是短的长度)使其在限裂增韧方面卓有成效.

4 结 语

混杂纤维水泥基复合材料的 K_R 阻力曲线与桥联法则 $\sigma_b(\delta(x))$ 有关. 本文建立的桥联模型能够分析不同纤维的增韧机制,并能描述混杂纤维水泥基复合材料的断裂过程,求解裂纹尖端应力强度因子、断裂韧度和临界缝长.

参考文献:

- [1] BATHIA N, MINDESS S, BENTUR A. Impact behavior of concrete beams[J]. Material & Structure RILEM, 1987, 119(20): 293—302.
- [2] SHA S P. Fiber reinforced concrete properties[J]. ACI Journal, Proceedings, 1971, 68(2): 126—134.
- [3] BRIAN C. Fracture mechanics of cementitious material[M]. Madras: Chapman & Hall India, 1996. 189—191.
- [4] TADA H, PARIS P C, IRWIN G. The stress analysis of cracks handbook[M]. 2nd ed. St Louis: Paris Productions Incorporated, 1985. 33—36.
- [5] HU. Crack-bridging analysis for ceramics and monotonic and cyclic loading[J]. J Am Ceram Soc, 1992, 75: 848—853.
- [6] 易成. 纤维拔出时耗能机理对纤维混凝土力学性能的影响[J]. 哈尔滨建筑大学学报, 1998(6): 88—93.
- [7] 徐世烺. 混凝土双 K 断裂参数计算理论及规范化测试方法[J]. 三峡大学学报(自然科学版), 2002, 24(1): 1—8.

Fracture analysis of hybrid fiber reinforced cementitious composites

CHEN Ying¹, JIANG Hong-dao¹, ZHU Wei-xuan¹, FENG Xin-quan²

(1. College of Civil Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Shandong Surveying and Design Institute of Water Resources, Jinan 250013, China)

Abstract A crack bridging model was presented to predict the fracture behavior of hybrid fiber reinforced cementitious composites (HFRCC). The model was based on the K -superposition method and the crack bridging law, i. e. the stress-crack width relationship of the material. A simple fracture analysis model was established for HFRCC beam under three-point bending load. The model is successful in description of crack propagation during the whole fracture process of HFRCC and analysis of the contribution of different fibers to the fracture toughness. With the model, the critical crack length, the critical stress intensity factor, and the fracture toughness of HFRCC can also be calculated.

Key words hybrid fiber; cementitious composite; fracture analysis