

流域洪水演进模型通用算法研究

李光炽,王船海

(河海大学水文水资源与水利工程科学国家重点实验室,江苏 南京 210098)

摘要 提出现实世界、抽象世界和模型世界的概念,通过对基本对象型的赋值,把现实世界映射到抽象世界.在抽象世界里,流域由基本对象组成,基本对象由基本元素组成,构造基本对象的模拟模型,建立水量交换函数和节点水位方程.采用矩阵标识法求解节点水位,由水量交换函数的回代得出所有流域对象的水力要素.在抽象世界里构建模型,用矩阵标识法求解,实现了流域洪水演进模拟,算法具有通用性.

关键词 流域 洪水模型 通用算法

中图分类号 :TV122+.5

文献标识码 :A

文章编号 :1000-1980(2005)06-0624-05

流域洪水模拟包含流域水文模拟和流域洪水演进模拟^[1,2].自然流域可分为上游自由出流区和下游平原区.上游自由出流区,采用水文学方法解决产流和洪水演进问题;下游平原区,采用水文学方法解决产流问题,采用水力学方法解决洪水演进问题,水文模型的输出作为洪水演进模型的输入,形成水文学模型与水力学模型的耦合.在流域洪水运动状态取决于流域水位场的假设下,选择节点水位为基本变量,通过节点间的水量交换函数,建立流域洪水演进模型的通用算法.本文对水量交换函数和通用算法的实现作进一步探讨.

1 流域的基本对象

自发现元素周期表以来,人们认识到世界上任何物质都是由分子组成的,分子是由原子组成的.自然界存在的流域是千变万化的.采用类比的方法,可以把流域看作是由流域的基本对象组成,基本对象是由基本元素组成.所以流域洪水演进模拟可以分解为基本对象洪水演进模拟,流域基本对象洪水演进模拟可以分解为基本元素洪水演进模拟.把流域看作由流域的基本对象组成,分析建立流域基本对象的模拟模型,由一系列基本对象的模拟模型可以组合构造任何一个自然流域洪水模型,从而实现流域洪水演进模型的通用性.

在自然界,流域是多种多样的,表征流域的属性有地理位置、汇流面积、河道、湖泊、行蓄洪区、河网密度、河道比降等.在属性中有自然属性(如流域面积等),也有人工抽象定义的属性(如计算节点等).天然的流域结构十分复杂,内容包罗万象,为了完整表述流域的特征和内容,可以定义流域的型和值.所谓流域的型是规定流域的抽象特征.所谓流域的值是规定流域的具体内容.为了便于构造通用的算法,首先建立现实世界、抽象世界和模型世界的概念.现实世界是人们用肉眼可以观察的世界,抽象世界是由概念抽象表达的世界,模型世界是由计算机表达的世界.从现实世界出发,流域可分解为蓄洪区、河道、行洪区、闸、口门等;从抽象世界出发,流域可分解为零维区域、一维区域、二维区域、连接通道等;从模型世界出发,流域可分解为计算节点、计算断面、计算通道等.

型是抽象的概念,规定基本对象的特征;值是具体的概念,规定基本对象的内容.从数据库的观点出发,型对应于数据表的结构,值对应于数据表的纪录.从面向对象编程的观点出发,型对应于类的定义,值对应于类的实例.因此,通过对流域型的赋值,把现实世界的流域映射到抽象世界的流域.在抽象世界建立流域洪水演进模型,把抽象世界的流域映射到模型世界的流域,由此构建流域洪水演进模型的通用算法.

构造流域洪水演进模型通用算法的关键技术是:(a)构造各种对象的耦合结构,使结构具有方便、灵活、容易增加或减少的特点,不会影响计算的编程,有可能形成通用的解法;(b)计算工作量的协调和处理,应具

有高效的算法,使解法具有足够的速度对模型的干预做出反应,使模型能达到实时响应的要求;(c)数值求解的问题归结于高阶稀疏矩阵的求解方法、方程的形成、系数的存储、求解的过程等,应尽可能做到通用,具有普遍的适应性.

2 基本对象模拟

2.1 零维水流模拟

平原流域的湖荡、水塘和蓄洪区等处有较大的水面,把这些水面归结于某些节点上,认为这些节点是可调蓄节点,调蓄面积为水面面积 A . 利用水量平衡原理可得

$$\sum Q = A_s(Z) \frac{\partial Z}{\partial t} \tag{1}$$

式中 $A_s(Z)$ 为水面面积,一般为水位的函数. 对方程(1)离散,

$$\sum Q_i = A_s(z) \frac{Z - Z_0}{\Delta t} \tag{2}$$

式中 Z ——水位; Z_0 ——初始水位; Q_i ——流入零维区域的流量; Δt ——时间步长.

2.2 一维水流模拟

描述河道水流运动的圣维南方程组为

$$\begin{cases} B \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial Z}{\partial x} + gA \frac{1}{K^2} \frac{Q}{Q} = qV_x \end{cases} \tag{3}$$

式中 q ——旁侧入流; Q, A, B, Z ——河道断面流量、过水断面面积、河宽和水位; V_x ——旁侧入流流速在水流方向上的分量; K ——流量模数; α ——动量校正系数.

考虑全流域耦合求解的需要,对圣维南方程组(3)的求解采用 4 点线性隐格式^[3~6]. 对任一河道,首节点 N_b ,末节点 N_e ,首断面号 L_1 ,末断面号 L_2 ,离散得如下差分方程组:

$$\begin{cases} -Q_i + Q_{i+1} + C_i Z_i + C_i Z_{i+1} = D_i \\ E_i Q_i + G_i Q_{i+1} - F_i Z_i + F_i Z_{i+1} = \Phi_i \end{cases} \quad (i = L_1, L_1 + 1, \dots, L_2 - 1) \tag{4}$$

式中 Q_i, Z_i —— i 断面的水位; $C_i, D_i, E_i, F_i, G_i, \Phi_i$ —— i 河段的差分系数.

以首节点水位和末节点水位为自由变量,设任何断面有如下关系:

$$\begin{cases} Q_i = \alpha_i + \beta_i Z_i + \xi_i Z_{N_e} & (i = L_2 - 1, \dots, L_1) \\ Q_i = \theta_i + \eta_i Z_i + \gamma_i Z_{N_b} & (i = L_1 + 1, \dots, L_2) \end{cases} \tag{5}$$

采用三系数追赶法求解系数 $\alpha_i, \beta_i, \xi_i, \theta_i, \eta_i, \gamma_i$,最后可得到首、末断面的流量表示为首、末节点水位的线性函数.

$$\begin{cases} Q_{L_1} = \alpha_{L_1} + \beta_{L_1} Z_{N_b} + \xi_{L_1} Z_{N_e} \\ Q_{L_2} = \theta_{L_2} + \eta_{L_2} Z_{N_e} + \gamma_{L_2} Z_{N_b} \end{cases} \tag{6}$$

式中 Z_{N_b} ——首节点水位; Z_{N_e} ——末节点水位,即首、末断面流量表达为首、末节点水位的线性组合. 一旦首、末节点水位求得,利用同一断面的追赶方程(5),联立可得 Z_i 和 Q_i .

2.3 二维水流模拟

描述二维水流运动的基本方程是浅水波方程

$$\begin{cases} \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + u \frac{\partial U}{\partial x} + v \frac{\partial U}{\partial y} + gh \frac{\partial Z}{\partial x} + gU \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{c^2 h} - c_w |W| W_x - fV = \nu \nabla^2 U \\ \frac{\partial V}{\partial t} + u \frac{\partial V}{\partial x} + v \frac{\partial V}{\partial y} + gh \frac{\partial Z}{\partial y} + gV \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{c^2 h} - c_w |W| W_y + fU = \nu \nabla^2 V \end{cases} \tag{7}$$

式中: x, y, t ——平面坐标和时间; Z, u, v ——水位和流速; h ——水深, $h = Z - Z_d$; Z_d ——河床高程; ν ——紊动扩散系数; U, V ——沿 x 和 y 方向的单宽流量, $U = uh, V = vh$; c_w ——风应力系数; $|W|$ ——风速的大小; f ——柯氏力系数; g ——重力加速度.

考虑适应全流域隐式耦合求解, 将方程(7)按物理性质剖分为如下两步^[7]:

第一步

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\partial Z}{\partial t} = 0 \\ \frac{1}{2} \frac{\partial U}{\partial t} + u \frac{\partial U}{\partial x} + v \frac{\partial U}{\partial y} = \nu \nabla^2 U \\ \frac{1}{2} \frac{\partial V}{\partial t} + u \frac{\partial V}{\partial x} + v \frac{\partial V}{\partial y} = \nu \nabla^2 V \end{cases} \tag{8}$$

第二步

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \\ \frac{1}{2} \frac{\partial U}{\partial t} + gh \frac{\partial Z}{\partial x} + gU \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{c^2 h} - c_w |W| W_x - fV = 0 \\ \frac{1}{2} \frac{\partial V}{\partial t} + gh \frac{\partial Z}{\partial y} + gV \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{c^2 h} - c_w |W| W_y + fU = 0 \end{cases} \tag{9}$$

计算网格采用非均匀直角坐标剖分, 变量采用交错布置(图1), 应用控制体方法进行数值离散. 首先求解方程(8), 然后求解方程(9), 两步的求解基本相同. 图1所示的单元 Z_p 为水位计算的控制体, 控制面为 U_e, U_w, V_s, V_n 所在的4条边 E, W, S 和 N . 对于方程(9)的动量方程, 在 U_w 处离散为

$$\frac{U_w^{n+1} - U_w^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} + gh_0 \frac{Z_p^{n+1} - Z_w^{n+1}}{\Delta x} + g \frac{|V|}{c^2 h_0^2} U_w^{n+1} - fV_w^{n+\frac{1}{2}} - c_w |W| W_x = 0$$

解得
$$U_w^{n+1} = \alpha_u (Z_p^{n+1} - Z_w^{n+1}) + \beta_u \tag{10}$$

在点 V_s 类似地可得
$$V_s^{n+1} = \alpha_v (Z_p^{n+1} - Z_s^{n+1}) + \beta_s \tag{11}$$

因此可得流量
$$Q_w = \Delta y U_w^{n+1} = f_w(Z_w, Z_p)$$

$$Q_s = \Delta x V_s^{n+1} = f_s(Z_s, Z_p)$$

同理有
$$\begin{cases} Q_w = f_w(Z_w, Z_p) & Q_s = f_s(Z_s, Z_p) \\ Q_e = f_e(Z_p, Z_e) & Q_n = f_n(Z_p, Z_n) \end{cases} \tag{12}$$

对于方程(9)的连续方程离散得

$$\sum_{W, S, E, N} Q_i = \frac{A_S}{\Delta t} (Z^{n+1} - Z^{n+\frac{1}{2}}) \tag{13}$$

将式(12)代入式(13)得

$$f(Z_p, Z_w, Z_e, Z_n, Z_s) = 0 \tag{14}$$

对每一个单元, 都可建立式(14)的方程. 对整个计算区域, 形成以单元中心水位为基本未知量的线性代数方程组, 可唯一地求解 Z^{n+1} , 由式(10)和式(11)可求得 u^{n+1}, v^{n+1} .

在建立方程(14)的过程中, 可以把单元的每条边看作一个连接通道, 计算每一个连接通道的通量, 向对应的单元叠加的方法形成求解方程. 这样可使计算单元编码任意, 无序化, 方便灵活, 易于扩充. 式(12)以流量形式表达, 使得二维计算能够同一维计算耦合联解.

2.4 连接通道水流模拟

流域洪水运动模拟由零维、一维、二维模拟所组成, 各部分模拟必须耦合联立才能求解. 它们的耦合是通过连接通道的模拟来实现的. 连接通道是指流域中控制水流运动的堰、闸及行洪区口门等. 连接通道的过流流量采用水力学的方法模拟. 根据连接通道是否考虑局部水头损失与沿程水头损失, 可分为堰型通道和渠道型通道.

a. 渠道型通道. 渠道型通道概化为棱柱形渠道, 过流能力由谢才公式模拟.

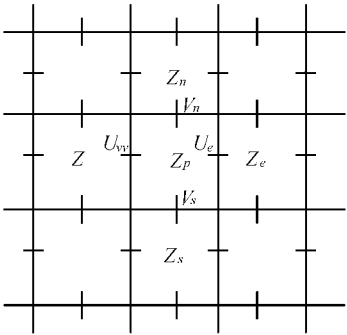


图1 二维计算网络

Fig.1 Two-dimensional computational meshes

$$Q = cA \sqrt{RI} = cA \sqrt{R \frac{\Delta Z}{\Delta S}} \tag{15}$$

用初值线性化得

$$Q = cA \sqrt{\frac{R}{\Delta S (Z_a^0 - Z_b^0)}} (Z_a - Z_b) = \alpha_c (Z_a - Z_b) \tag{16}$$

b. 堰型通道. 堰型通道概化为宽顶堰,水流可分为自由出流、淹没出流两种流态,不同流态采用相应的计算公式.

$$Q = mB \sqrt{2g} H_0^{3/2} \tag{自由出流} \tag{17}$$

$$Q = \varphi_m B h_s \sqrt{2g (Z_a - Z_b)} \tag{淹没出流} \tag{18}$$

式中: B ——堰宽; Z_d ——堰顶高程; Z_a ——堰上水位; Z_b ——堰下水位, $H_0 = Z_a - Z_d$, $h_s = Z_b - Z_d$; m ——自由出流流量系数,一般取 $m = 0.325 \sim 0.385$; φ_m ——淹没出流流量系数,一般取 $\varphi_m = 1.0$.

$$\text{式(17) 离散可得} \quad Q = \alpha_f Z_a + \beta_f \tag{19}$$

$$\text{式(18) 离散可得} \quad Q = \alpha_s (Z_a - Z_b) \tag{20}$$

式中 $\alpha_f, \alpha_s, \beta_f$ 为与 Z_a, Z_b 有关的系数,一般采用时段初水位来计算,也可采用迭代方法计算.

3 洪水演进模型通用算法

3.1 节点水位的概念

为确保数值稳定性,建立全流域隐式耦合的求解系统. 对于流域的基本对象,控制方程的基本变量各不相同,为实现全流域的耦合求解,应以各种流域基本对象的共同变量作为基本变量. 水位是所有对象的共同变量,选择水位作为基本变量. 把基本对象间的耦合点定义为节点,选择节点水位作为求解的基本变量,将全流域的基本对象的模拟求解耦合到节点水位的求解,形成以节点水位作基本变量的全流域统一求解系统.

3.2 流域基本对象的耦合

流域基本对象间的耦合是通过‘连接通道’模拟来实现的. 连接通道水量交换的模拟自动实现了连接通道两端对应的对象间的耦合. 零维对象与一维对象的耦合有两种情况:(a)通过连接通道的耦合,连接通道模拟自动实现耦合;(b)位于同一节点,只要把一维河道节点看作有调蓄节点即可. 一维对象间的耦合比较简单,只要令连接同一节点的河道断面水位相等,就可自动实现一维对象间的耦合. 一维对象、零维对象与二维对象间的耦合相对复杂些. 由于二维对象的求解是分步进行的,耦合也分两步进行. 第一分步有两个方程,根据连接通道水流的运动方向,把连接通道输运的动量交换分解成两个坐标分量,作为源项分别加到对应的方程. 第二分步耦合的是水量平衡,连接通道的模拟自动实现了对应的耦合. 因此,连接通道的隐式模拟成为全流域耦合的基础.

3.3 节点方程的建立与求解

前面分析得到了河道断面水位、流量与相应河道首、末节点水位的线性函数关系、连接通道的流量与所连接的节点水位的线性关系以及二维区域内相邻单元之间的交换流量与相应节点水位的线性关系. 这些函数关系通称为水量交换函数. 由水量交换函数,应用水量平衡原理建立节点水位方程. 对于河道计算节点,有

$$\sum Q_i = A \frac{Z_I^{n+1} - Z_I^n}{\Delta t} \tag{21}$$

式中: $\sum Q_i$ ——流进节点 I 的流量代数和; A ——节点水面面积,对于无调蓄节点, $A = 0$.

式(2), (13), (21)同为节点水量平衡方程,故将二维单元、河道节点与零维调蓄单元统称为节点,统一编码. 将式(6), (12), (16), (19), (20)统称为水量交换函数,代入节点水量平衡方程,与边界条件联立得到一组关于节点水位完备的线性代数方程组,可唯一求解节点水位. 由于节点水位方程组是一带状稀疏方程组,为了提高计算效率和通用性,采用矩阵标识法^[3,7]求解. 用矩阵标识法求解该方程组,节点编码可以任意,不要优化,且可以不连续,因而使模型具有灵活性和通用性. 求得每一节点的水位值后,代入式(5)可求得每个断面的水位和流量,代入式(16), (19), (20)可求得每个连接通道的流量,代入式(10)和(11)可求得二维单元间的交换流量以及二维单元节点的流速(大小和方向).

4 结 语

本文讨论了流域洪水演进模型的通用算法. 该算法已成功应用于淮河流域蚌埠—洪泽湖洪水演进模拟^[2]. 根据流域基本对象的分解, 建立了零维水流模拟、一维水流模拟、二维水流模拟以及基本对象间的耦合——连接通道水流的模拟. 应用节点水位的概念, 在流域基本对象的模拟中统一以节点水位作为基本变量, 建立基本对象间的水量交换函数和节点水位求解方程, 用矩阵标识法求解. 通过水量交换函数的回代, 得出所有流域对象的水力要素. 矩阵标识法求解时节点的编码可以任意, 从而实现了全流域隐式耦合求解, 并且该算法具有通用性.

参考文献：

[1] 李光炽. 流域洪水演进模型及其参数反问题研究[D]. 南京 河海大学, 2001.
[2] 李光炽. 流域洪水模拟通用模型结构研究[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2005, 33(1): 14—17.
[3] 李光炽, 王船海. 大型河网水流模拟的矩阵标识法[J]. 河海大学学报, 1995, 23(1): 36—43.
[4] 李光炽, 王船海. 内涝型流域洪灾洪水模拟[J]. 成都科技大学学报, 1995(1): 87—96.
[5] 王船海, 李光炽. 行洪区型流域洪水模拟[J]. 成都科技大学学报, 1995(2): 6—14.
[6] 王船海, 李光炽. 流域洪水模拟[J]. 水利学报, 1996(3): 44—50.
[7] 李光炽, 王船海, 周晶晏. 二维流场模拟的矩阵标识法[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2002, 30(5): 80—84.

Universal algorithm for river basin flood routing model

LI Guang-chi, WANG Chuan-hai

(State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract Presented was the conception of three worlds—the real world, the abstract world, and the model world. By evaluation of basic objectives, the real world was transformed to the abstract world. In the abstract world, the river basin was composed of basic objectives, and the basic objectives were composed of basic components. The simulation model for basic objectives, the water volume exchange function, and the nodal water stage equation were developed. The matrix mark method was employed to solve the nodal water stage, and the hydraulic parameters for river basin objectives were obtained by back computation of the water volume exchange function. The model constructed in the abstract world and the use of the matrix mark method to solve equations make it possible to realize flood routing and simulation, and the algorithm is universal.

Key words river basin ; flood model ; universal algorithm