

基于 EAS 单元的薄壁筒桩与土相互作用的有限元分析方法

李文虎¹,李同春¹,李 瑜²

(1.河海大学水利水电工程学院,江苏 南京 210098;2.上海市水务局排灌处,上海 210002)

摘要 用三维等参 EAS 单元描述混凝土薄壁筒桩的受力变形特性,用薄层接触面单元模拟桩与土体之间的相互作用,建立了由接触面约束内力和桩上作用荷载求解桩体内力的静力平衡方程,提出了考虑桩土相互作用的桩体有限元内力分析方法.对某工程薄壁筒桩在水平荷载作用下的桩体变形和内力进行了分析,并将分析结果与现场试验结果进行比较,验证了本文分析方法的正确性.

关键词 薄壁筒桩 桩土相互作用 梁单元 接触面单元

中图分类号 :TU473.1 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-1980(2005)06-0658-05

规范要求对重要建筑物通过水平静载试验确定承载力和计算参数,但试验费用较高,并且由于实际工程中的桩长、桩型变化及地基的可能分层等特性,很难保证试验得到的有限数据能适用于整个工程.有限元数值分析模型不仅能够充分考虑诸如土体材料的空间差异性、力学响应的非线性、复杂的几何边界条件等,而且还能模拟施工过程.

在桩-土相互作用的有限元分析中,桩结构的有限元模拟有许多方法.对于群桩的有限元计算方法有平面杆系有限元方法^[1]、等代空间梁单元法^[2]等.单桩则有常规实体单元法^[3]、梁杆单元法^[4,5]等.采用一般的梁杆单元离散桩结构,忽略了桩体的几何结构,一定程度上反映了桩-土相互作用的特点,避免了网格加密,但难以反映桩体材料的非线性特性.

由于三维等参单元易于考虑桩体材料的非线性变形特性和钢筋的影响,因而若能应用于薄壁筒桩,则可方便地求解桩的极限承载能力.但由于薄壁筒桩属于薄壁梁结构,弯曲变形及弯曲应力较大,常规的等参单元位移模式难以正确反映这一特性.此外,用常规的实体单元对结构进行离散后得到的是结构应力而非内力,而现行设计规范是基于结构的内力制定的,这就给结构设计带来一定的困难.

为了解决实体单元求解弯曲变形及弯曲应力较难的问题,人们提出了各种不协调单元.早期用得较多的是 Wilson 单元^[6],这类单元可反映正应变在相应坐标轴上的线性变化,但桩的变形是三次的,因此用于桩体的应力变形和应力分析并不合适.Simo 等提出的二维强化假定应变单元(EAS)可反映正应变和剪应变在坐标轴上的线性或二次变化,Wilson 单元是其一种特殊形式.Andelfinger^[7]在 Simo 等工作的基础上提出了三维强化假定应变单元模式.

随着施工机械及工艺水平的提高,工程中越来越多地使用强度高、混凝土用量小的薄壁圆筒空心桩.对于这种桩体与土相互作用的研究还不多见.本文用 EAS 单元模拟桩体的受力变形特性,采用厚度较小的薄层单元,模拟桩与土体的相互作用,从而建立薄壁筒桩与土相互作用的有限元分析方法.

1 非协调强化假定应变单元模式

强化假定应变单元内的未知量包含连续位移和不连续附加应变.

$$u_n = Nd \tag{1}$$

$$\varepsilon_n = M\alpha \tag{2}$$

式中: u_n ——连续位移; N ——常规的等参单元位移插值矩阵; d ——单元节点位移向量; M ——附加应变插值矩阵; α ——内部应变参数向量, $\varepsilon_n = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{zx}]$.

根据变分原理对每一单元建立如下方程：

$$\begin{bmatrix} D & L \\ L^T & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ R \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$K = \int_{\Omega_e} B^T C B d\Omega \tag{4}$$

式中： K ——常规的劲度矩阵； R ——节点力向量； C ——弹性矩阵； B ——应变矩阵； D, L 则分别定义为

$$D = \int_{\Omega_e} M^T C M d\Omega \tag{5}$$

$$L = \int_{\Omega_e} M^T C B d\Omega \tag{6}$$

将方程(3)进行静力凝聚,可得只包含位移变量的单元劲度矩阵

$$k = K - L^T D^{-1} L \tag{7}$$

附加应变插值矩阵为

$$M = \frac{|J_0|}{|J|} T_0^{-1} M_\xi \tag{8}$$

式中： $|J|$ ——雅可比矩阵 J 的行列式值； $|J_0|$ ——单元局部坐标系原点处的雅可比矩阵行列式值； M_ξ ——局部坐标下的附加应变插值函数。

$M_\xi =$

$$\begin{bmatrix} \xi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \xi\eta & \xi\zeta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \xi\eta\zeta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \eta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \eta\zeta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \xi\eta\zeta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \zeta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \zeta\eta & \eta\zeta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \xi\eta\zeta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \xi & \eta & 0 & 0 & 0 & 0 & \xi\zeta & \eta\zeta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \xi\eta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \xi\eta\zeta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \eta & \zeta & 0 & 0 & 0 & 0 & \xi\eta & \xi\zeta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \eta\zeta & 0 & 0 & 0 & 0 & \xi\eta\zeta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \xi & \zeta & 0 & 0 & 0 & 0 & \xi\eta & \eta\zeta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \xi\zeta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \xi\eta\zeta \end{bmatrix} \tag{9}$$

矩阵 T_0 包含 J_0 的分量 J_{ij0} ,其表达式为

$$T_0 = \begin{bmatrix} J_{110}^2 & J_{120}^2 & J_{130}^2 & J_{110}J_{120} & J_{120}J_{130} & J_{110}J_{130} \\ J_{210}^2 & J_{220}^2 & J_{230}^2 & J_{210}J_{220} & J_{220}J_{230} & J_{210}J_{230} \\ J_{310}^2 & J_{320}^2 & J_{330}^2 & J_{310}J_{320} & J_{320}J_{330} & J_{310}J_{330} \\ 2J_{110}J_{210} & 2J_{120}J_{220} & 2J_{130}J_{230} & J_{110}J_{220} + J_{210}J_{120} & J_{120}J_{230} + J_{130}J_{220} & J_{110}J_{230} + J_{130}J_{210} \\ 2J_{210}J_{310} & 2J_{220}J_{320} & 2J_{230}J_{330} & J_{210}J_{320} + J_{220}J_{310} & J_{220}J_{330} + J_{320}J_{230} & J_{210}J_{330} + J_{310}J_{230} \\ 2J_{110}J_{310} & 2J_{120}J_{320} & 2J_{130}J_{330} & J_{310}J_{120} + J_{110}J_{320} & J_{120}J_{330} + J_{320}J_{130} & J_{110}J_{330} + J_{310}J_{130} \end{bmatrix} \tag{10}$$

2 桩土相互作用接触面单元

结构与土相互作用主要考虑结构与土接触面之间的相对变形,该变形是 3 个方面作用的结果,即结构的变形、土的变形及结构与土的相互作用。当土体假设为弹塑性材料时,不论接触面光滑或粗糙,接触面上的抗剪强度均小于土体内的抗剪强度。

本文采用姚纬明等^[8]提出的薄层接触面单元,该接触面单元构造方法如下:保持单元底边(平面)或底面(空间)的坐标不变,求解底边或底面的法向方向余弦,将底边(平面)或底面(空间)的坐标值沿法向加上接触面的厚度成为边顶(平面)或顶面(空间)的坐标值。文献[9]证明了该接触面单元的数值稳定性。文献[8]建议单元的厚度 t 取为

$$t = \frac{1}{1000} l \tag{11}$$

式中 l 为与结构面相连实体单元沿接触面法向的长度。

对于结构与土相互作用问题,与接触面或结构面相连两种材料的相对尺寸一般总是一大一小,此时薄层

单元的弹性常数数值可取与较小尺寸相对应材料的数值.

接触面采用文献[10]提出的广义摩尔库仑屈服准则:

$$a\sigma_n + \tau_n - c = 0 \tag{12}$$

式中: σ_n, τ_n ——结构面上的正应力和剪应力; c ——黏聚力.

设结构面法向与 x, y, z 坐标轴夹角的方向余弦分别为 l, m, n , 则当用常规单元描述结构面时, σ_n, τ_n 可由式(13)和(14)求得:

$$\sigma_n = l^2 \sigma_x + m^2 \sigma_y + n^2 \sigma_z + 2lm\tau_{xy} + 2mn\tau_{yz} + 2nl\tau_{zx} \tag{13}$$

$$\tau_n^2 = X_n^2 + Y_n^2 + Z_n^2 - \sigma_n^2 \tag{14}$$

$$\begin{bmatrix} X_n \\ Y_n \\ Z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} \tag{15}$$

当 $\sigma_n \leq 0$ 时, 式(12)中 a 取压剪摩擦系数; 当 $\sigma_n > 0$ 时, $a = \frac{c}{f_t}$.

3 桩内力计算

利用桩与土之间设置的接触面单元可以方便地求解桩上指定截面的内力. 设指定截面上部桩与土之间的接触点集合为 $\{P\} = \{i_1, i_2, \dots, i_n\}$, 土作用在桩上的约束内力为 $F = [F_{xi_1}, F_{yi_1}, F_{zi_1}, F_{xi_2}, F_{yi_2}, F_{zi_2}, \dots, F_{xi_n}, F_{yi_n}, F_{zi_n}]$. 由于接触面单元厚度接近于零, 可不计接触面单元上作用的外荷载, 同时可不计接触面单元沿厚度方向力的传递, 则由该指定截面上部接触面单元集合组成脱离体的静力平衡条件可得

$$F = - \psi \left(\int_{\Omega} B^T \sigma d\Omega \right) \tag{16}$$

式中: B ——应变矩阵; Ω ——指定截面上部接触面单元集合; ψ ——只取与 $\{P\}$ 集合相关点上的值; σ ——接触面单元内部应力.

设 z 轴为桩的轴线方向, 指定该截面上相对于形心点的内力为 $P = [N \quad Q_x \quad Q_y \quad M_x \quad M_y \quad M_z]^T$, 则由式(16)得到的 F 可求得 P

$$\begin{cases} N = \sum_{i_j=i_1}^{i_n} F_{zi_j} + N_0 \\ Q_x = \sum_{i_j=i_1}^{i_n} F_{xi_j} + Q_{x0} & Q_y = \sum_{i_j=i_1}^{i_n} F_{yi_j} + Q_{y0} \\ M_x = \sum_{i_j=i_1}^{i_n} F_{zi_j} (y_{ij} - y_0) + M_{x0} \\ M_y = \sum_{i_j=i_1}^{i_n} F_{zi_j} (x_{ij} - x_0) + M_{y0} \\ M_z = \sum_{i_j=i_1}^{i_n} [F_{xi_j} (y_0 - y_{ij}) + F_{yi_j} (x_{ij} - x_0)] + M_{z0} \end{cases} \tag{17}$$

4 算 例

以上海浦南东片出海闸工程南段导流堤工程为例. 该工程采用联体薄壁筒桩组成两道导流堤挡墙, 挡墙内开挖形成出海河道. 工程采用的薄壁筒桩外径 $\varnothing 1000 \text{ mm}$, 内径 $\varnothing 600 \text{ mm}$, 桩长 14 m , 14 根 $\varnothing 16 \text{ mm}$ 的主筋通长布置. 工程场地土的主要物理力学指标见表 1, 计算简图见图 1.

为了了解薄壁筒桩在水平荷载作用下桩身应力应变的分布情况, 进行了单体薄壁筒桩试验^①, 图 2 为薄壁筒桩上布置的测点位置. 试验时加载点离地面 3 cm , 在 240 kN 水平荷载作用下, 实测桩身最大弯矩为 $217 \text{ kN}\cdot\text{m}$,

① 上海勘测设计研究院科研所. 浦南东片出海闸工程南段河道. 导流堤薄壁筒桩水平受力研究报告, 2002.

位置深度 2 m. 相应该荷载作用下不同高程混凝土最大垂直拉应力值见表 2, 桩顶最大水平位移为 5.96 mm.

为了验证本文提出的分析方法的正确性,进行了相应的有限元分析,有限元网格见图 3. 分析时薄壁筒桩按线弹性考虑,土体采用摩尔-库仑屈服准则,泊松比取 0.35. 桩体按弹性材料考虑,弹性模量取 30 000 MPa,泊松比取 0.17. 在 240 kN 水平荷载作用下,计算得到桩顶最大水平位移为 6.15 mm,最大弯矩为 241.1 kN·m,计算所得的位置与试验测得的基本相同,在 2 m 深处弯矩沿高度方向的分布见图 4,换算得到的桩体最大垂直拉应力见表 2. 由表 2 可看出,计算得到的结果与试验结果基本一致.

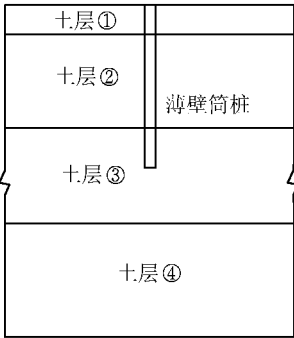


图 1 计算简图
Fig.1 Sketch of calculation

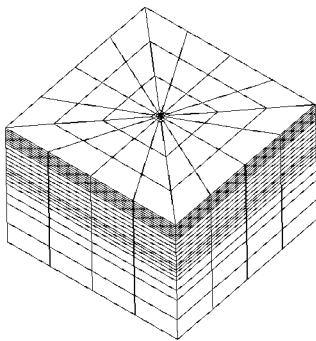


图 3 有限元网格
Fig.3 Finite element mesh

5 结 论

本文以 EAS 单元模拟桩体的受力变形特性,同时采用厚度较小的薄层单元模拟桩与土体的相互作用,建立了薄壁筒桩与土相互作用的有限元分析方法. 对某工程薄壁筒桩在水平荷载作用下的桩体变形和内力进行了分析,计算得到的桩顶最大位移、桩体最大弯矩及发生位置与试验结果相吻合,弯矩沿高度方向的分布规律也基本相同,从而论证了本文所提出的分析方法的正确性.

表 1 场地地基土物理力学性质指标

Table 1 Physical and mechanical parameters of each layer

土层	平均层厚/m	湿密度 $\rho/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	弹性模量/MPa	内摩擦角 $\varphi/(^{\circ})$	黏聚力 c/kPa
①	3.60	19.8	12.60	20.00	22.3
②	2.46	19.4	9.00	17.45	20.0
③	8.07	18.2	6.82	16.20	15.9
④	8.31	17.5	4.76	13.90	15.2

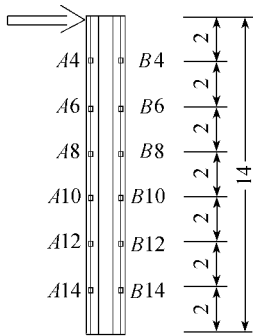


图 2 试验测点位置(单位:m)
Fig.2 Position of test points

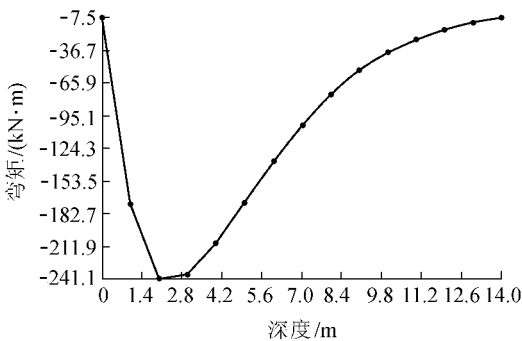


图 4 计算弯矩沿深度的分布
Fig.4 Bending moment along depth

表 2 混凝土拉应力实测值与计算值比较
Table 2 Test and analyzed results of concrete tensile stress

测点	混凝土拉应力/kPa	
	实测值	计算值
A4(2 m)	2 539.7	2 821.5
A6(4 m)	2 388.5	2 449.1
A8(6 m)	1 625.4	1 593.1
A10(8 m)	954.3	890.8
A12(10 m)	402.6	451.8
A14(12 m)	135.9	210.8

参考文献:

- [1] 张启富. 计算桩基的有限元方法及程序设计[J]. 合肥工业大学学报, 1999, 22(增刊) 9—13.
- [2] 黄林, 卜建清, 满洪高. 群桩的等代空间梁单元法[J]. 石家庄铁道学院学报, 2000, 13(4) 87—90.
- [3] 刘利民, 姜静, 陈竹昌. 复合桩基工作性状的非线性分析[J]. 土木工程学报, 2001, 34(1) 56—60.
- [4] 陈小平, 闫军. 深基坑支护结构的三维杆系有限元分析[J]. 岩土力学, 2001, 22(3) 258—261.
- [5] 张友良, 陈从新, 夏元友. 杆件有限元法在抗滑桩设计中的应用研究[J]. 中国地质灾害与防治学报, 2000, 11(1) 30—32.
- [6] 王勖成, 邵敏. 有限单元法基本原理与数值方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997. 275—299.
- [7] ANDELFINGER U, RAMM E. Easlements for two dimensional, three dimensional, plate and shell structures and their equivalence to HR elements[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1993, 36 1311—1337.
- [8] 姚纬明, 李同春, 任旭华. 带软弱结构面岩体的弹塑性有限元分析[J]. 河海大学学报(自然科学版), 1999, 27(3) 34—38.
- [9] 李同春, 温召旺. 拱坝应力分析中的有限元内力法[J]. 水力发电学报, 2002(4) 18—24.
- [10] 姚纬明, 李同春. 岩体材料包络型复合弹塑性计算模型[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(1) 95—99.

EAS element-based FEM analysis of interaction between thin-walled cylindrical piles and soil

LI Wen-hu¹, LI Tong-chun¹, LI Yu²

(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China ;

2. Shanghai Water Drainage and Irrigation Affair Department, Shanghai 210002, China)

Abstract With the three-dimensional isoparametric EAS elements to describe the stress and deformation characteristics of thin-walled concrete cylindrical piles and interface elements to describe the interaction between thin-walled cylindrical piles and soil, static equilibrium equations for calculating stress of pile bodies according to restraint stress of contact surfaces and loads on piles were established, and a finite element method for the stress analysis of piles considering the interaction between piles and soil was presented. With this method, deformation and stress of thin-walled cylindrical piles in some projects under horizontal loads were analyzed. The comparison of the calculated results with those of in-situ test verifies the practicability of the present method.

Key words thin-walled cylindrical pile ; interaction between piles and soil ; beam element ; interface element