

论时间/费用优化中资金的时间价值

李红仙¹, 沈祖诒², 王卓甫¹

(1. 河海大学商学院, 江苏 南京 210098; 2. 河海大学水利水电学院, 江苏 南京 210098)

摘要:以时间/费用优化为例, 给出了考虑资金时间价值后, 对网络进行动态时间/费用优化的数学模型, 编制了遗传算法程序, 通过改进的遗传算法求取了模型的最优解, 并且将优化结果与不考虑资金时间价值条件下的结果进行分析对比, 结果表明, 考虑资金的时间价值对网络进行动态优化其结果才更为可靠、准确。

关键词:网络; 时间/费用优化; 时间价值

中图分类号: F416.9 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-198X(2005)06-0713-04

目前, 国内外有关项目施工阶段的确定型进度计划的研究主要有以下两方面内容^[1]:(a)活动网络时间-费用交换问题(Time-Cost Trade-offs Problem, 简称 TCTP);(b)资源约束网络的计划问题。但是, 人们在处理网络优化问题时往往忽视了资金的时间价值, 正如文献[2]指出, 伴随着相对较高的利率与昂贵的融资费用, 项目净现值的最大化可能是一个更加合适的目标, 尤其对于资金密集型的项目, 合理的资金管理策略将有助于净现值的取得。

在工程实际中, 软件使用者希望软件具有计算项目现金流净现值的功能。文献[3]的作者拥有 4.3 万成员的项目管理机构(PMI)展开了一次随机的专业调查, 调查的回应者也希望软件具有使项目现金流(NPV)最大化而不是工期最短的优化功能。

1 网络计划的时间价值

资金作为项目进度计划的一个目标函数, 最初是由 Russell 于 1970 年作为支付计划问题 PSP(payment scheduling problem)提出的。PSP 问题的内涵是: 寻求在满足逻辑关系约束条件下, 使资金的净现值达到最大的进度计划。对于具有确定性持续时间的 m 个工作和 n 个节点的双代号网络, 其数学模型如下^[4]:

$$\max(P_{\text{PSP}}) = \sum_{i=1}^N F_i e^{-\alpha t_i} \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad T_{j(k)} - T_{i(k)} \geq d_k \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

式中: P_{PSP} ——资金净现值; F_i ——节点 i 的净现金流; T_i ——节点 i 的发生时间; $i(k)$ ——工作 k 的紧前节点; $j(k)$ ——工作 k 的紧后节点; d_k ——工作 k 的持续时间; α ——折现率。

但是, 该模型存在以下问题:(a)该模型只是考虑了现金流发生(支付)时间的改变, 而没有考虑现金流大小改变的可能性;(b)在该模型中, 资金的时间价值是以连续复利的形式记取的。实际上, 只有当 1 年中计息次数较多, 可以近似为无穷多次时, 才可以连续复利的形式记取。

以 F 表示终值, P 表示现值, 设 1 年中计息 m 次, 则 F 与 P 之间关系如下:

$$P = F(1 + \alpha/m)^{-m} \quad (3)$$

当 1 年中计息 ∞ 次时

$$P = \lim_{m \rightarrow \infty} F(1 + \alpha/m)^{-m} \quad (4)$$

求极限得

$$P = F e^{-r} \quad (5)$$

可见, 只有当 1 年中计息次数较多, 可以近似为无穷多次时, 目标函数才能采用以 e 为底的指数模型。有关网络的时间价值还存在以下不足之处: 一般的网络计划优化都没有考虑资金的时间价值, 而只进行

了静态优化.下面以经典的时间/费用优化为例,分析网络优化过程中资金的时间价值.

2 时间/费用优化中的时间价值

2.1 工作的时间/费用函数关系

网络计划中工作的时间/费用之间的合理函数关系为 $C(i) = a_i D^2(i) + b_i$ (图1)^[5,6].其中, $C(i)$, $D(i)$ 表示活动 i 的费用与工期,系数 a_i , b_i 同样是根据活动的正常工期与费用、极限工期与费用求取,求取公式如下:

$$a_i = (C_n(i) - C_c(i))(D_n^2(i) - D_c^2(i)) \quad (6)$$

$$b_i = (C_c(i)D_n^2(i) - C_c(i)D_c^2(i))(D_n^2(i) - D_c^2(i)) \quad (7)$$

其原理是时间/费用函数的导数成线性关系,故时间与费用为二次函数关系.该函数关系的有效性与合理性已经被多位学者所证实,如 Holt 等于 1955 年、Kelly 于 1961 年、Quandt 于 1971 年、Reda 和 Carr 于 1989 年、Deckro 于 1995 年分别提出与证实了该模型处理非线性关系的时间-费用关系时的有效性与合理性.

2.2 时间/费用动态优化模型

2.2.1 基本假设

(a) 项目中各个活动(工作)的总费用包括直接费用与间接费用,两者分别计算;(b) 各个活动(工作)的直接费用与工期的关系为连续的二次函数关系;(c) 项目的间接费用随工期延长而递增,即项目的间接费率为固定值;(d) 在进行静态工期优化及其经济评价时,假定其他需要的实施条件,如资源需求量、施工条件等,均能满足项目要求.

2.2.2 动态优化模型

以净现值为经济评价指标,在建设期中只考虑项目成本的净现值 P_C ,即以 P_C 作为建设期的经济评价指标.当 1 年中计息次数有限,考虑资金的时间价值后,按照间隔的计息方式计息时,可以采用的数学模型如下:

$$\min P_C = \sum_{i=1}^n C_i^D (P/F, \alpha, t_i + d_i/2) + \Delta C^{ID} (P/A, \alpha, D) \quad (8)$$

$$\text{s.t.} \quad t_i, d_i \geq 0 \quad (9)$$

$$d_{ic} \leq d_i \leq d_{in} \quad (10)$$

$$C_{in} \leq C_i \leq C_{ic} \quad (11)$$

$$C_i = a_i d_i^2 + b_i \quad (12)$$

$$t_i = \max\{t_h + d_h\}, h \text{ 为工作 } i \text{ 紧前工作的集合} \quad (13)$$

$$t_1 = 0 \quad (14)$$

$$D = \max\{t_i + d_i \mid i = 1, 2, \dots, n\} \quad (15)$$

式中: P_C ——项目的总费用现值; C_i^D ——工作 i 的直接费用; ΔC^{ID} ——项目的间接费用率,一般为常数; α ——折现率; t_i ——工作 i 的开始时间; d_i ——工作 i 的持续时间; d_{ic} ——工作 i 的极限持续时间; d_{in} ——工作 i 的正常持续时间; C_{in} ——工作 i 的正常费用; C_{ic} ——工作 i 的极限费用; D ——项目总工期; $(P/F, \alpha, t_i + d_i/2) = (1 + \alpha)^{-(t_i + d_i/2)}$ 为一次支付现值系数; $(P/A, \alpha, D) = [(1 + \alpha)^D - 1] / [\alpha(1 + \alpha)^D]$ 为等额支付现值系数.

目标函数中的前半部分为各个工作直接费用现值($P = F(P/F, \alpha, n)$)之和,后半部分为工程间接费用的现值之和($P = A(P/A, \alpha, n)$).时间费用关系采用二次方程的函数关系,逻辑关系按照单代号网络给出.该模型属于非线性规划的范围,目前最好的求解算法为遗传算法.

2.3 遗传算法

遗传算法(Genetic Algorithms, GA)是模拟生物界的遗传与进化过程而建立起来的一种搜索算法,体现着“生存竞争、优胜劣汰、适者生存”的竞争机制.遗传算法的概念最早于 20 世纪 60 年代,由美国 Michigan 大学的 Holland 教授首次明确提出,随后将该算法用于自然和人工系统的自适应行为的研究中,形成了一个比较

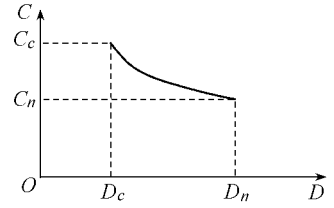


图1 工作的时间/费用关系
Fig.1 Relationship between cost and duration of activity

完善的理论与方法,通过模拟生物进化的机制来构造人工系统的模型.经过 20 多年的发展,取得了理论研究与应用成果方面的重大进展.特别是进化计算与人工生命研究的兴起,使遗传算法受到了广泛的关注.它能够解决复杂的非线性优化问题,并且通过空间搜索,能够保证得到全局最优解.遗传算法已经被广泛应用于许多领域,也被用于 TCTP 问题、资源优化等问题的解决.

3 案例分析

3.1 动态优化案例

以参考文献 [5] 中的案例为例,并将遗传算法应用于该项目建设期的动态优化中.该案例中有 11 个工作内容: A、B、C、E、F、G、L、M、N、P、Q,其逻辑关系、正常工期、极限工期、正常费用、极限费用见表 1.

采用上述优化模型,间接费率取 400,假定其工期单位为月,费用单位为美元,计息周期为其工期单位,周期利率(月利率)取 1%.

3.2 改进的遗传算法及其应用

在上面的案例中,因为问题容量较大,采用十进制方式编码,每条染色体有 11 个基因,分别代表 11 个工作.染色体的基本属性为染色体的评价函数,这里为项目的动态总费用.基因的属性包括工作名称、工作的开始时间和持续时间.染色体示意图见图 2.

案例中优化种群规模取 80,以标准化几何分布规律随机对种群中的染色体进行选择,选择概率取 0.08;采用算术交叉算子,交叉率取 0.5;以非均匀变异的方式进行变异,变异率取 0.1,形状系数 b 取 3.另外,为了所求解的可靠性,创造性地采用双重控制的方式终止运行,即重复执行上述操作,直至样本标准差小于 1(目标函数为 10^4 的数量级),且进化代数大于 25 代.

在上述参数的条件下,该案例优化结果如下:项目最优动态总费用为 3.0629 万美元,最优总工期为 20.6 个月.优化结果与过程见表 2 和图 3.

表 2 动态优化结果

Table 2 Result of dynamic optimization

作业名称	工期/月	直接费用/美元	作业名称	工期/月	直接费用/美元
A	2.9	469.9	L	2.5	2958.8
B	4.9	1228.2	M	2.5	1932.6
C	5.0	2405.9	N	5.0	1500.0
E	3.8	3543.4	P	2.7	1047.2
F	6.6	4440.0	Q	1.0	620.0
G	6.5	5749.5			

表 1 工作逻辑关系与工期/费用

Table 1 Precedence relationship between activities and duration & cost of each activity

工作名称	紧前工作	极限工期/月	正常工期/月	极限费用/美元	正常费用/美元
A		2	3	580	450
B	A	4	5	1700	1250
C	A	2	6	2800	2200
E	B	3	4	3780	3640
F	B	4	7	6030	4125
G	B、C	4	7	6730	5500
L	E	2	4	3020	2720
M	E、F、G	2	3	2030	1830
P	L、M	2	4	1100	900
N	F、G	5	5	1500	1500
Q	P、N	1	1	620	620



图 2 染色体示意图

Fig.2 Sketch of chromosome

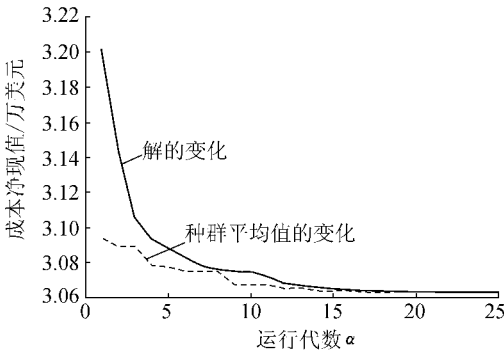


图 3 遗传算法动态优化过程

Fig.3 Result of dynamic optimization by GA

3.3 静态优化结果

若不考虑资金的时间价值,即在上述模型中不计取直接费

与间接费的时间价值,目标函数为 $\min P_C = \sum_{i=1}^n c_i^D + \Delta C^D D$,约束条件同前,所得的优化结果如下:项目最优静态总费用为 3.4033 万美元,最优总工期为 19.6 个月.优化结果与过程见表 3 和图 4.

表3 静态优化结果

Table 3 Result of static optimization

作业名称	工期/月	直接费用/美元	作业名称	工期/月	直接费用/美元
A	2.3	545.9	L	3.3	2840.3
B	4.4	1514.9	M	2.7	1892.8
C	3.8	2597.6	N	5.0	1500.0
E	3.8	3541.4	P	2.3	1077.2
F	6.5	4477.4	Q	1.0	620.0
G	6.9	5747.4			

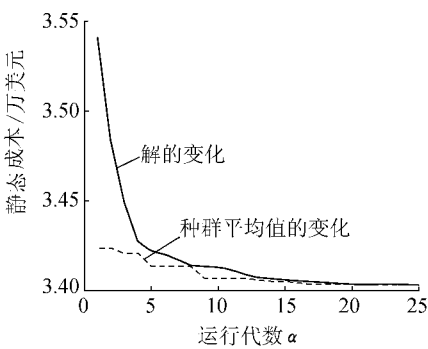


图4 遗传算法静态优化过程

Fig.4 Result of static optimization by GA

4 结 论

不考虑资金时间价值的项目建设期静态优化与考虑资金时间价值的动态优化的结果有较大区别. 以上述算例为例, 考虑资金的时间价值前的最优静态总费用为34033美元, 工期为19.6个月, 而考虑资金的时间价值后(周期利率取1%)的最优动态总费用为30629美元, 工期为20.6个月. 最优静态总费用与动态总费用的差别为10%左右, 最优工期分别为19.6个月与20.6个月, 两者相差5.1%左右.

由上述分析可见, 项目网络计划中, 资金的时间价值占有比较大的比重, 甚至会影响到对项目工期的选择. 所以, 考虑资金的时间价值, 对项目进行动态优化具有较大的价值.

参考文献:

[1] 刘伟, 刘景泉. 资源约束下的时间—费用交换问题研究[J]. 系统工程理论与实践, 2002(9): 42—46.

[2] ICMELI O, ERENGUC S S. A branch-and-bound procedure for the resource-constrained project scheduling problem with discounted cash flows[J]. Management Science, 1996, 42(10): 1395—1408.

[3] HEGAZY T, ERSAHIN T. Simplified spreadsheet solution II: overall schedule optimization[J]. Construction Engineering and Management, 2000, 127(6): 469—475.

[4] RUSSELL A H. Cash flows in networks[J]. Management Science, 1970, 16: 357—373.

[5] 沈菊琴, 陈军飞, 欧阳芳. 基于仿真技术的水利工程项目进度与费用的风险评价[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2004, 32(1): 123—126.

[6] 李干生, 王卓甫, 白宏坤. 网络计划计算机仿真与风险分析[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2001, 29(1): 65—69.

Time value of capital in time/cost trade-offs problems

LI Hong-xian¹, SHEN Zu-yi², WANG Zhuo-fu¹

(1. Business School, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract :Based on a case study on the time/cost trade-offs problem(TCTP), a numerical model for dynamic TCTPs was developed with time value of capital taken into account , and the optimal solution of the model was obtained by use of the improved genetic algorithm. The comparison of the optimized result with that obtained without consideration of time value of capital shows that the present result is more precise and reliable.

Key words :network ; time/cost trade-offs ; time value