

大小潮作用下沿海潜水水位波动的数值研究

庄水英¹, 陈娟¹, 李凌^{1,2}

(1. 河海大学水生态环境模拟中心, 江苏 南京 210098; 2. 昆士兰大学工程学院, 澳大利亚 圣露西娅 QLD4072)

摘要 沿海潜水层具有一个动态的向海边界, 水位随海潮的波动而波动. 浸润面的存在给向海边界条件的确定带来一定的困难, 而以往研究(例如大小潮水位波动的摄动解法)往往忽略浸润面的影响. 为此, 在考虑浸润面影响的基础上建立了大小潮水位波动的数学模型. 模拟结果表明: (a) 潜水层周期平均水位高于静止水位; (b) 大小潮向内陆传播时振幅衰减越来越明显, 但传播距离远远大于半日潮的传播距离; (c) 水位随时间变化具有不对称性, 水位上升比下降快; (d) 在水位下降阶段特别是大潮期间, 地下水渗出点水位偏离潮汐水位, 即会形成浸润面.

关键词 大小潮 水位波动 浸润面 沿海含水层 数值模拟 Boussinesq 方程

中图分类号 P641.2 **文献标识码** A **文章编号** 1000-1980(2006)01-0010-04

沿海含水层具有一个动态的向海边界, 地下水位随海潮波动而波动. 地下水的这种波动会影响沙滩的稳定性, 即地下水位高于平均海平面时容易引起沙滩的冲刷侵蚀, 地下水位低于平均海平面时会促进沙滩的淤积^[1]. 化学物质在含水层和海洋之间的运移也会受到这种波动的影响^[2]. 正确评估沿海地区海底地下水的流量和内陆净补给量有着极其重要的意义, 而考虑潮汐对沿海地下水平均水位的影响是关系到评估正确性的一个重要因素^[3]. 关于地下水的这种波动问题, 很多学者^[4-7]都研究过, 但研究时往往忽略浸润面的影响. 到目前为止, 还没有考虑浸润面作用的大小潮水位波动模型. 但在沙滩倾角较小时, 浸润面的作用是很明显的. 本文首先讨论大小潮水位波动数学模型的建立问题, 然后研究浸润面存在情况下水位波动的特点.

1 数学模型

1.1 控制方程

模拟沿海地下水位波动时一般基于浅水自由表面流理论, 即一维 Boussinesq 方程

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{K}{n_e} \frac{\partial}{\partial x} \left[(\bar{H} + h) \frac{\partial h}{\partial x} \right] \quad (1)$$

式中: $\bar{H}$ ——地下水静止水位; h ——相对于 $\bar{H}$ 的波动水位; K ——沙粒的渗透系数; n_e ——有效孔隙度; x ——海岸的水平坐标(图 1). 该模型的假设是: (a) 含水层的底边界是水平的; (b) 不考虑毛细管压力对地下水位波动的影响; (c) 考虑单一的均质各向同性的潜水层, 且底部不透水; (d) 忽略垂向流动.

1.2 边界条件

1.2.1 向海边界条件

大小潮可看作是由 2 个简单的正弦波叠加而成的, 即

$$A_1 \sin(\omega_1 t) + A_2 \sin(\omega_2 t - \delta)$$

式中: δ ——两者的相位差; A_1, A_2 ——两者的振幅; ω_1, ω_2 ——两者的频率; t ——时间.

如果沙滩是倾斜的, 含水层向海边界将随潮汐水位的波动而发生变化, 由此产生的动边界使得原先 2 个简单的潮汐信号在向内陆传播时相互发生作用. 这种相互作用是大小潮水位波动的一个重要因素^[7]. 因此,

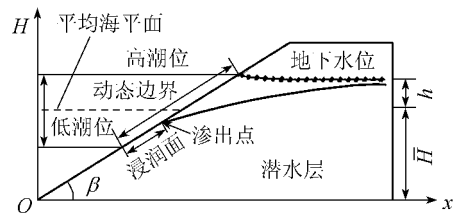


图 1 沿海潜水层大小潮水位波动

Fig.1 Spring-neap tidal water table fluctuations in a coastal unconfined aquifer

模拟大小潮水位波动时不应作沙滩为垂直的假定. 由于沙滩倾斜, 涨潮时潮汐水位与沙滩的交点逐步向内陆移动, 落潮时则相反, 这样就产生了一个动态的潮汐边界(图 1)

$$H[X(t), t] = \eta(t) = \bar{H} + A_1 \sin(\omega_1 t) + A_2 \sin(\omega_2 t - \delta) \quad X(t) = \eta(t) \cot \beta \tag{2}$$

落潮时地下水渗出点可能会高于潮位与沙滩的交点, 潮位与沙滩之间会出现浸润面. 沙滩倾角较小时, 浸润面尤为明显. 从理论上讲, 地下水渗出点是潜水层真正的向海边界, 但其运动规律复杂. 因此, 本文近似地将潮汐边界(潮位与沙滩的交点)作为向海边界, 并将沙滩的滩位值作为控制条件来模拟浸润面的形成及其影响. 如果计算出的地下水位高于对应的沙滩滩位值, 就认为该点的水位等于其滩位值, 即

$$H(x, t) > x \tan \beta, x > \eta(t) \cot \beta$$

则

$$H(x, t) = x \tan \beta \tag{3}$$

1.2.2 内陆边界条件

$$H|_{x=L} = H_2 \tag{4}$$

式中: H ——地下水总水头($H = \bar{H} + h$); L ——离海岸的距离; H_2 ——内陆边界水头.

1.3 初始条件

初始条件采用 Boussinesq 方程的稳态解

$$H = \sqrt{2(Cx + B)} \quad \bar{H} \cot \beta \leq x \leq L \tag{5}$$

式中参数 C 和 B 可通过式(4)和式

$$H = \bar{H} \quad x = \bar{H} \cot \beta \tag{6}$$

来确定.

2 数值模拟

2.1 差分格式

对于这种拟线性扩散方程的初边值问题, 采用隐式差分格式

$$\frac{H_{i+1}^{n+1} - H_i^n}{\Delta t} = \frac{K}{n_e} \frac{1}{\Delta x} \left[H_{i+1/2}^n \frac{1}{\Delta x} (H_{i+1}^{n+1} - H_i^{n+1}) - H_{i-1/2}^n \frac{1}{\Delta x} (H_i^{n+1} - H_{i-1}^{n+1}) \right] \tag{7}$$

$$H_{i+1/2}^n = \frac{1}{2} (H_i^n + H_{i+1}^n) \quad H_{i-1/2}^n = \frac{1}{2} (H_{i-1}^n + H_i^n) \tag{8}$$

这种格式的截断误差为 $O(\Delta t + \Delta x^2)$, 无条件稳定. 所得的差分方程组可通过追赶法求解.

2.2 模型说明

取 Boussinesq 方程的稳态解作为模型的初始条件. 地下水水位在潮汐作用下会达到一个新的稳定的周期平均水位. 水位从初始值达到新的水位值的变化过程很慢, 初始条件会对计算结果产生影响, 周期平均水位会偏低. 因此, 计算周期平均水位应采用稳定后的水位值. 本文通过 σ (相邻周期各点水头差与静止水位的比值) 来判断水位波动是否达到稳定状态. 若各点的 σ 值都在 0.01% 以内, 则认为水位波动达到了动态稳定.

3 计算结果与分析

半日潮周期 $T_1 = 12 \text{ h}$, 半月潮周期 $T_2 = 12.42 \text{ h}$, 所形成的大小潮周期为 $T_{\text{sn}} = 2\pi/(\omega_1 - \omega_2) = 14.78 \text{ d}$ [8]. 本文所讨论的模拟结果基于以下参数值: 沙滩倾角 $\beta = 5^\circ$, $\bar{H} = 10 \text{ m}$, $n_e = 0.2$, $\delta = 0$, $A_1 = 0.25 \text{ m}$, $A_2 = 0.75 \text{ m}$, $K = 0.36 \text{ m/h}$, $H_2 = 12 \text{ m}$, 空间计算区域 L 取 4 000 m.

3.1 周期平均水位与静止水位的关系

当不考虑海水和内陆补给时, 为了维持水量平衡, 高潮位进入潜水层的水量必须与低潮位流出的水量相等. 由于潜水层的导水系数高潮位时大于低潮位, 若周期平均水位与静止水位相等, 高潮位时进入含水层的水量会比低潮位时流出的水量大. 若周期平均水位高于静止水位(即潮汐造成地下水位超高), 低潮位时会产生更大的水力梯度, 即使导水系数较低, 也可以使流出的水量增加, 从而维持含水层的水量平衡. 因此, 周期平均水位高于静止水位(图 2).

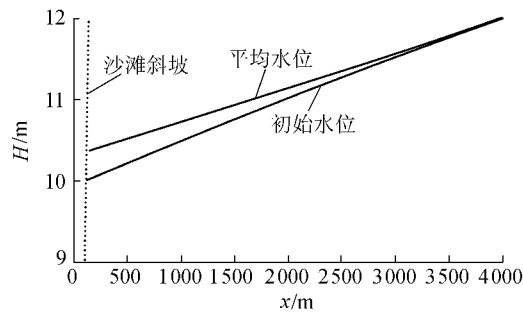


图 2 平均水位与静止水位的比较
Fig.2 Comparison of mean water table and still water table

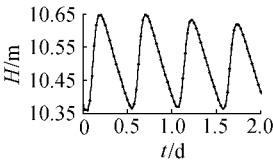


图 3 水位随时间的变化曲线
Fig.3 Variation of water table with time

3.2 水位随时间的变化特征

任意一点水位随时间的变化具有不对称性,水位上升比下降快(图 3). 出现这种现象的原因有 2 个:(a)涨潮时含水层的导水系数大于落潮时含水层的导水系数;(b)沙滩的倾斜使得向海边界条件不对称,涨潮时潮汐水位

与沙滩的交点逐步向内陆移动,而落潮时则相反. 因此,涨潮时地下水位相应变化需要的响应时间比落潮时短. Nielsen 的观测资料也很好证明了这一点^[6].

3.3 水位波动振幅的变化特征

如果 2 个分潮在含水层中的弥散是相互独立的,那么相应的地下水位波动可以表示为

$$A_1 \exp(-\kappa_1 x) \cos(\omega_1 t - \kappa_1 x) + A_2 \exp(-\kappa_2 x) \cos(\omega_2 t - \delta \kappa_2 x) \tag{9}$$
$$\kappa_1 = \sqrt{n_e \omega_1 / 2KH} \qquad \kappa_2 = \sqrt{n_e \omega_2 / 2KH}$$

κ_1, κ_2 具有较高的衰减率,它们的信号在含水层中很快就消失了^[7]. Li 等^[7]通过摄动法研究了大小潮水位波动的解析解,并得到了这样一个结论:向海边边界使原本 2 个分潮相互作用,产生了振幅衰减很慢、频率为 $(\omega_1 - \omega_2)$ 的水位波动,即大小潮水位波动(SNWTF). 其衰减系数 $\sqrt{n_e (\omega_1 - \omega_2) / 2KH}$ 比 κ_1, κ_2 小得多,因此大小潮水位波动向内陆传播的距离远远大于全日潮或半日潮向内陆传播的距离.

由离海岸不同距离 ($x = 165\text{ m}, x = 200\text{ m}, x = 300\text{ m}$) 处的水位变化曲线(图 4)可知,离海岸越远,大小潮水位波动振幅的衰减越明显. 另外,由于地下水波动向内陆传播需要一个传输时间,在不同的水平位置上水位波动存在着相位差.

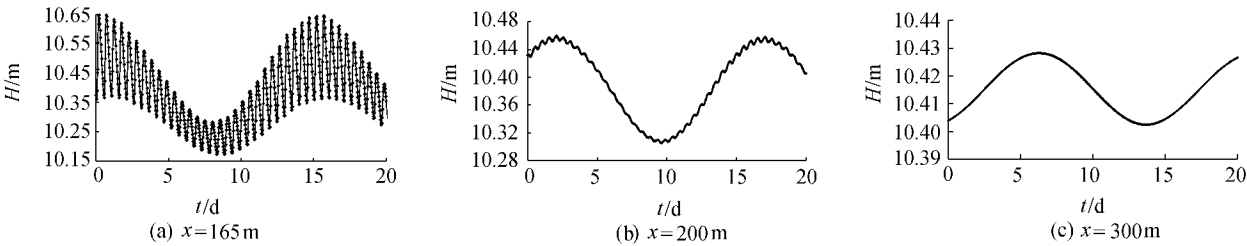


图 4 振幅衰减及相位差
Fig.4 Amplitude damping and phase shift

3.4 地下水渗出点与潮汐水位的关系

基于 Dracos^①的理论:浸润面的存在削弱了原先 2 个分潮信号(半日潮和半月潮),在边界上产生了另外一个周期为 $T_{sn} = 2\pi / (\omega_1 - \omega_2)$ 的分潮,该分潮在含水层中的传播也可产生大小潮水位波动. 在 Turner/Dracos 的模型中,渗出点定义如下:

a. 渗出点与潮汐水位一致阶段

$$z_e = z_s \quad V_{\text{tide}} \geq -\frac{K}{n_e} \sin^2 \beta \tag{10}$$

b. 渗出点偏离潮汐水位阶段

$$z_e = z_{ep} - \frac{K}{n_e} (t - t_{ep}) \sin^2 \beta \qquad V_{\text{tide}} < -\frac{K}{n_e} \sin^2 \beta \tag{11}$$

① DRACOS T. Ebene nichtstationare grundwasserabflüsse mit freier oberfläche. Swiss Federal Technical Laboratory of Hydraulic Research and Soil Mechanics, Report No.57,1963 114.

式中： z_e, z_s ——渗出点和沙滩的水位值； t_{ep} ——渗出点水位偏离潮汐水位阶段开始的时刻； z_{ep} —— t_{ep} 时刻的渗出点位置； V_{tide} ——潮汐水位的升降速度^[9]，可近似地表示为

$$V_{tide} = -A \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \sin\left[\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\right)t\right] \tag{12}$$

大潮期间 $A = A_1 + A_2$ ，小潮期间 $A = |A_1 - A_2|$ 。因此，在水位下降阶段特别是大潮期间，渗出点水位容易偏离潮汐水位，如图 5 所示。

4 结 论

- a. 受潮汐的影响，潜水周期平均水位高于静止水位。
- b. 水位随时间的变化具有不对称性，水位上升比下降快。
- c. 大小潮向内陆传播时振幅衰减越来越明显，但传播距离远远大于原始潮汐信号的传播距离。
- d. 在水位下降阶段特别是大潮期间，地下水渗出点水位偏离潮汐水位，从而形成浸润面。

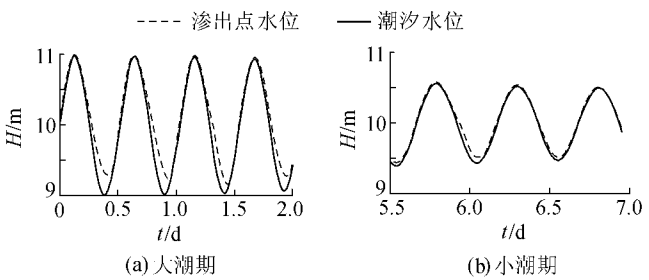


图 5 渗出点水位与潮汐水位的比较

Fig.5 Comparison of tidal level and water table at exit points

参考文献：

[1] GRANT U S. Influence of the water table on beach aggradation and degradation[J]. J Mar Res,1948,7 655-660.
[2] LI Ling,BARRY D A,STAGNITTI F,et al. Submarine groundwater discharge and associated chemical input to a coastal sea[J]. Water Resour Res,1999,35 3253-3259.
[3] LI Hai-long,JIAO J J. Tide-induced seawater-groundwater circulation in a multi-layered coastal leaky aquifer system[J]. Journal of Hydrology,2003,274 211-224.
[4] PHILIP J R. Periodic nonlinear diffusion an integral relation and its physical consequences[J]. Australian Journal of Physics,1973,26 : 513-519.
[5] PARLANGE J Y, STAGNITTI F, STARR J L, et al. Free-surface flow in porous media and periodic solution of the shallow-flow approximation[J]. Journal of Hydrology,1984,70 251-263.
[6] NIELSEN P. Tidal dynamics of the water table in beaches[J]. Water Resources Research,1990,26 2127-2134.
[7] LI Ling,BARRY D A,STAGNITTI F,et al. Beach water table fluctuations due to spring-neap tides moving boundary effects[J]. Advances in Water Resources,2000,23 817-824.
[8] GODIN G. The analysis of tides[M]. Liverpool Liverpool University Press,1972 128-139.
[9] TURNER I. Water table outcropping on macro-tidal beaches a simulation model[J]. Mar Geol,1993,115 227-238.

Numerical modeling of groundwater table fluctuations due to spring-neap tides in a coastal unconfined aquifer

ZHUANG Shui-ying¹, CHEN Juan¹, LI Ling^{1, 2}

(1. Centre for Eco-Environment Modeling, Hohai University, Nanjing 210098, China ;
2. School of Engineering, The University of Queensland, St Lucia QLD4072, Australia)

Abstract Groundwater tables in coastal unconfined aquifers interfaced with ocean by a moving boundary fluctuate with tides. It is difficult to determine the seaward boundary condition due to the existence of seepage face; however, the effects of seepage face are always neglected in previous research, for instance, in the perturbation solutions of water table fluctuations due to spring-neap tides. Thus, with the effects of seepage face taken into account, a numerical model for spring-neap tidal water table fluctuations is developed. The simulation results demonstrate that (1) the mean water table is higher than the still water table; (2) the fluctuations of spring-neap tides damp considerably as they move toward inland, but they spread much farther than that of the semi-diurnal tide; (3) local water table fluctuations are asymmetric, and the rising phase is much steeper than the falling phase; (4) the water table at exit points deviates from that of tides during the falling phase, especially during the spring tide period, leading to the formation of seepage face.

Key words spring-neap tide; water table fluctuation; seepage face; coastal unconfined aquifer; numerical modeling; Boussinesq equation