

有压瞬变流限压控制反问题的最优控制理论解法

于永海¹, 索丽生²

(1. 河海大学现代农业工程系, 江苏 南京 210098; 2. 河海大学水利水电工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要 :以简单管系统为研究对象,建立了有压瞬变流限压控制反问题的最优控制数学模型.采用 δ -摄动法并经过空间离散,将由拟线性偏微分方程控制的有压瞬变流系统转化为时间连续线性系统,从而使有压瞬变流限压控制反问题能应用时间连续系统最优控制理论来求解.

关键词 :有压瞬变流;反问题;最优控制理论

中图分类号 :TV732 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-198X(2006)01-0056-04

在水利水电工程、城市给水和输油工程等有压流体管道中,常出现有压瞬变流.对于有压流体输送系统,为了保证管道不发生水击,一般要求流体瞬变过程中的压强不超过规定值.这样的问题被称为有压瞬变流限压控制反问题^[1].关于瞬变流(非恒定流)控制问题,前人已做了一些研究^[2-4].文献[1]提出了有压瞬变流反问题的概念并对有压瞬变流反问题进行了分类.限压控制反问题属于其中的一类.文献[5]又根据是否要求调节终了时刻系统处于新的恒定流动状态,将有压瞬变流限压控制反问题分为 2 种情形.文献[6]利用阀门程控(valve stroking)概念,采用沿空间方向的特征线法对该限压控制问题进行了求解.该方法能够实现限压控制,但不能保证调节时间最短.为了实现既能控制水击压强的最大升高又能使调节时间最短的目标,本文建立了该问题的最优控制数学模型,并应用最优控制理论对其进行了求解.

1 数 学 模 型

有压瞬变流限压控制反问题可表述为:以在流体瞬变过程中系统的水击压强不超过给定的限制值为控制目标,并且要求调节终了时刻系统处于新的恒定流动状态,反求可控水力元件(如阀门、导叶)的控制规律.

以简单管系统关闭过程为例,设管长为 L ,调节元件位于管道下游.如果以调节时间 t_c 最短为优化目标,则限压控制反问题的最优化数学模型为:

目标泛函
$$\min t_c$$

约束条件:

$$\text{有压瞬变流控制方程} \quad \begin{cases} \frac{\partial H(x, t)}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial Q(x, t)}{\partial t} + gA \frac{\partial H(x, t)}{\partial x} + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{初始时刻恒定流条件} \quad Q(x, 0) = Q_0, \quad \frac{\partial Q(x, 0)}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

$$\text{调节终了时刻恒定流条件} \quad Q(x, t_c) = Q_f, \quad \frac{\partial Q(x, t_c)}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

$$\text{边界条件} \quad Q(0, t) = P_f(t) \text{ 或 } H(0, t) = P_f(t) \quad (4)$$

$$\text{测压管水位限制条件} \quad H(x, t) \leq H_{\max} \quad (5)$$

式中: $H(x, t)$, $Q(x, t)$ ——断面距离 x ($0 \leq x \leq L$) 处 t 时刻的测压管水位与流量; a ——水击波速; f ——Darcy-Weisbach 摩阻系数; A , D ——管道断面面积与管径; g ——重力加速度; $H_{\max}$ ——水击压强限制值; Q_0 ,

Q_f ——断面距离 x 处初始时刻与终了时刻的流量; $P_f(t), P_{\Sigma}(t)$ ——管道上游端流量与测压管水位; $H(0, t) = P_{\Sigma}(t)$ 时 $P_{\Sigma}(t) = H_R$ (H_R 为上游水库水位)。

在上述条件下可以求得管道末端断面测压管水位 $H(L, t)$ 与流量 $Q(L, t)$, 进而可以根据水力元件(阀门、导叶等)的特性确定调节规律。

上述最优化问题为泛函极值问题, 可以应用最优控制理论中的极值原理求解^[7]。由于该问题为非线性的, 可采用 δ -摄动法^[8]对拟线性双曲型有压瞬变流控制方程进行线性化处理以及空间有限差分离散后, 再应用线性集中参数系统的最优控制理论^[7]求解该泛函极值问题。

2 有压瞬变流控制方程的线性化处理

通过 δ 幂级数的摄动展开, 将与参数 δ 有关的非线性问题转化为一系列便于求解的线性问题, 从而得到原非线性问题的近似解。

有压瞬变流控制方程为关于测压管水位 $H(x, t)$ 和流量 $Q(x, t)$ 的拟线性双曲型偏微分方程组(1)。令 $X = \frac{x}{L}, T = \frac{at}{L}, q = \frac{Q}{Q_0}, h = \frac{gHA}{aQ_0}, k = f \frac{L}{D} \frac{Q_0}{aA}$, 对方程组(1)进行无因次化处理。

在式(1)的非线性项中引入摄动参数 δ ^[8], 再通过摄动展开, 就可以得到 0 阶线性控制方程^[5]

$$\frac{\partial^2 q}{\partial T^2} - \frac{\partial^2 q}{\partial X^2} + k \frac{\partial q}{\partial T} = 0 \quad (6)$$

3 限压控制反问题的最优控制理论解

以简单管系统为例, 其上游为水位不变的水库, 下游为阀门。

对式(6)进行空间有限差分离散, 把由式(1)表达的分布参数系统转化为集中参数系统, 就可应用时间连续系统极值原理^[7]求解满足约束的最优控制函数 $U(T)$ 。

将管段分为 N 段, 则 $\Delta X = 1/N, X_i = (i-1)\Delta X$ ($i = 1, 2, \dots, N_S; N_S = N+1$)。

记控制变量 $q_{N_S}(T) = U(T), q_i(T) = q(X_i, T)$ ($i = 1, 2, \dots, N, 0 < T \leq T_c$), $T_c = \frac{at_c}{L}$, 令 $p_i(T) = \frac{dq_i(T)}{dT}$, 则可得

$$\begin{cases} \frac{dp_1(T)}{dT} = -kp_1(T) + N^2q_2(T) - N^2q_1(T) \\ \frac{dp_i(T)}{dT} = -kp_i(T) + N^2q_{i+1}(T) - 2N^2q_i(T) + N^2q_{i-1}(T) \quad (i = 2, 3, \dots, N-1) \\ \frac{dp_N(T)}{dT} = -kp_N(T) + N^2q_{N+1}(T) - 2N^2q_N(T) + N^2U(T) \\ \frac{dq_i(T)}{dT} = p_i(T) \quad (i = 1, 2, \dots, N) \\ q_i(0) = 1.0 \quad p_i(0) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, N) \end{cases} \quad (7)$$

上述最优控制问题的性能指标为控制调节时间 T_c 最短, 即

$$J = T_c = \int_0^{T_c} d\tau \quad (8)$$

控制变量的约束条件为

$$q_f \leq U(T) \leq 1.0 \text{ 且 } U(0) = 1.0 \quad U(T_c) = q_f \quad (9)$$

终端时间自由, 终端约束条件为终了时刻条件, 即

$$q_i(T_c) = q_f \quad p_i(T_c) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (10)$$

状态变量及控制变量还受到如下约束:

$$\int_0^T M[q_N(\tau) - U(\tau)]d\tau \leq h_{\max} - h_R + \frac{k}{2} \quad (0 < T \leq T_c) \quad (11)$$

式中: $q_f = \frac{Q_f}{Q_0}$; $h_{\max} = \frac{gH_{\max}A}{aQ_0}$; $h_R = \frac{gH_RA}{aQ_0}$ 。

在上述最优控制问题中,终端状态受约束,终端时间自由,控制变量受约束.采用时间定标法,对实际时间 T_c 引入线性变换 $T_c = \rho T$ (ρ 为变换参数, $T \in [0, T_f]$, T_f 为设定的无因次调节时间),可将终端时间自由情形转化为终端时间固定的情形,再经过一定的处理,可将该问题转化为终端时间固定、终端状态自由及控制变量不受约束的最优控制问题^[7],从而应用梯度法进行求解.

4 示例

某简单管系统,上游为水库,库水位恒定,下游为阀门.已知管长 $L = 600$ m,管径 $D = 0.5$ m,波速 $a = 1200$ m/s,摩阻系数 $f = 0.018$,重力加速度 $g = 9.806$ m/s²,水库水位 H_R 为150 m,初始恒定流量为 0.5 m³/s,阀门完全关闭,水击压强限制值为 280.0 m, $q_f = 0$, $h_R = 0.481$, $h_{\max} = 0.899$, $k = 0.0458$.令 $N = 10$, $T_f = 4.0$.设控制量的初始函数为 $U(T) = 1 - \frac{1 - q_f}{T_f} T = 1 - 0.25T$,用梯度法进行迭代计算,得到了对应的最优控制解的参数 $\rho^* = 1.1$, $t_c = 2.2$ s.由此得到了水库与阀门处的水头和流量以及阀门开度随时间的变化过程,如图1所示.

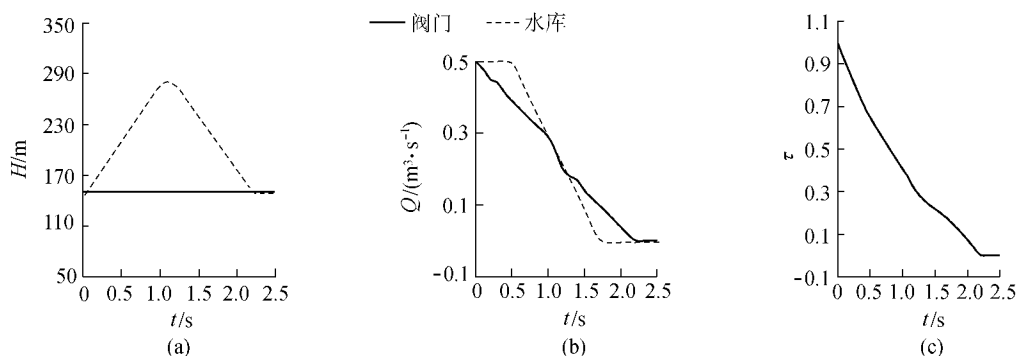


图1 水库与阀门处的水头和流量以及阀门开度随时间的变化过程

Fig.1 Variations of head and flow rate at reservoir and valve and opening of valve

应用最优控制理论可以直接求解限压控制反问题对应的泛函极值问题,而采用阀门程控方法求解该问题时需要将压力坡线设定为直线反坡等^[6],并且不以调节时间最短为目标.最优控制理论解法是一种有压瞬变流限压控制反问题的有效方法.

5 结论

a. 有压瞬变流限压控制反问题,可以通过 δ -摄动法和空间离散将由拟线性偏微分方程控制的有压瞬变流系统转化为时间连续线性系统,进而可应用时间连续系统最优控制理论进行求解.

b. 有压瞬变流限压控制反问题的最优控制理论解法,可用来实时推求复杂的有压瞬变流限压控制装置中的控制规律.

参考文献:

- [1] 于永海,索丽生.有压瞬变流反问题研究综述[J].水利水电科技进展,2000,20(5):17-22.
- [2] 郑大琼,任钟淳,米恩柏.长距离明渠输水工程实时控制研究[J].河海大学学报,1998,26(5):50-56.
- [3] 徐锡荣,周汝盛,唐洪武,等.多边界非恒定流控制、监视系统的研制与应用[J].河海大学学报:自然科学版,1999,27(4):116-118.
- [4] 于永海,索丽生.有压瞬变流系统整体可控性研究[J].河海大学学报:自然科学版,2001,29(6):27-29.
- [5] 于永海.有压瞬变流反问题研究[D].南京:河海大学,2001.
- [6] WYLIE E B, STREETER V L, SUO Li-sheng. Fluid transients in systems[M]. New Jersey: Prentice Hall Inc., 1993: 215-245.
- [7] 顾立钧.最优控制系统[M].北京:水利电力出版社,1993: 50-108.
- [8] BENDER C M, BOETTCHER S, MILTON K A. A new perturbative approach to nonlinear partial differential equations[J]. J Math Phys, 1991, 32(11): 3031-3038.

Solution to inverse problem of hydraulic transients under limited pressure based on optimal control theory

YU Yong-hai¹ , SUO Li-sheng²

(1. Department of Agricultural Engineering , Hohai University , Nanjing 210098 , China ;

2. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering , Hohai University , Nanjing 210098 , China)

Abstract :With the simple pipe system taken as an object for study , a numerical model for optimal control was developed. By use of δ -perturbation method with spatial discretization , the hydraulic transient system controlled by quasilinear partial differential equation was converted to a time-continuous linear system , so that the inverse problem of hydraulic transients under limited pressure could be solved with the optimal control theory for time-continuous systems .

Key words :hydraulic transient ; inverse problem ; optimal control theory

《河海大学学报(哲学社会科学版)》征订启事

(CN32 - 1521/C , ISSN1671 - 4970 , 季刊 , 自办发行)

本刊以马列主义、毛泽东思想、邓小平理论和“三个代表”重要思想为指导 ,坚持实事求是的思想路线 ,贯彻“双百”方针 ,弘扬时代主旋律 ,理论联系实际 ,为社会主义物质文明与精神文明建设服务 .

本刊为哲学与社会科学类学术期刊 ,主要刊登哲学、政治学、文学、史学、语言学、法学、社会学、心理学、经济学、管理学、高等教育学等社会科学方面的研究成果、学术论文、综述等学术性文章 .本刊可供上述有关专业的研究人员、管理人员和大专院校师生阅读与参考 .本刊为中国学术期刊(光盘版)入编期刊与中国学术期刊网入编期刊 .

本刊由河海大学主办 ,每季末出版 ,国内外公开发行 .2006 年每本定价 5 元 ,每本邮费 1 元 ,全年订费 24 元 .欢迎广大读者直接向编辑部订阅 .联系地址 :南京市西康路 1 号《河海大学学报(哲学社会科学版)》编辑部 ,邮政编码 210098 .联系电话 025-83786376 .