

博弈分析方法在重力坝多目标设计中的应用

谢能刚¹ 孙林松² 郭兴文³

(1.安徽工业大学机械工程学院,安徽 马鞍山 243002 ;2.扬州大学水利科学与工程学院,江苏 扬州 225009 ;
3.河海大学土木工程学院,江苏 南京 210098)

摘要 :对重力坝断面进行多目标设计,目标函数取以断面面积为代表的经济性目标函数和以坝踵应力为代表的强度安全性目标函数,建立多目标设计模型,提出一种基于博弈分析思想的求解方法,建立多目标问题博弈分析的技术路线和计算步骤.实例计算结果表明,博弈分析方法可有效解决多目标问题,并可实现单个目标偏好,获得令设计人员满意的方案.
关键词 :博弈 ;重力坝 ;多目标设计 ;目标偏好
中图分类号 :TV642.3 ;O221.6 文献标识码 :A 文章编号 :1000-1980(2006)02-0161-04

计算力学和现代设计方法学的发展,已使人们从被动分析和校核一个既定设计方案发展为主动设计和创造一个最佳设计方案.就理想设计而言,希望设计方案既经济安全,又合理可靠,因此在设计中往往需要兼顾多个目标^[1],如体积、应力、位移、频率、能量等.目前求解多目标最佳设计问题主要采用基于数学规划理论的多目标优化方法,但近年来已有利用博弈方法求解多目标问题的报道.董雨等^[2]提出将多目标决策问题与博弈论问题从本质上联系起来的思想,Periaux 等^[3-5]在气动外形的遗传优化设计中采用了博弈算法.本文将重力坝断面多目标设计为例,对博弈分析方法在坝工设计中的应用进行探讨.

1 多目标问题的博弈分析

从博弈的观点分析多目标问题,具有以下特点 (a)多目标决策设计问题的本质类同于博弈决策问题 ; (b) m 个设计目标可视为博弈问题的参加者即 m 个博弈方 (c)设计变量集合 X 可视为所有博弈方的战略集组合 S ,设计变量的可行域可视为战略组合的可行空间,利用一定的技术手段将设计变量集合 X 分解为各博弈方拥有的战略集 $S_1, \dots, S_m$ (d) m 个目标函数的响应值可视为相应博弈方在博弈中的得益 (e)多目标问题中的约束条件可视为博弈问题的约束条件.因此,多目标设计问题的博弈描述为

$$G = \{ S_1, \dots, S_m ; F_1, \dots, F_m \}$$
 (1)

式中 : $F_1, F_2, \dots, F_m$ —— m 个目标,即博弈方 ; $S_1 = \{ x_i, \dots, x_j \}, \dots, S_m = \{ x_k, \dots, x_l \}$ —— m 个博弈方的战略集,并满足 $S_1 \cup \dots \cup S_m = X ; S_a \cap S_b = \emptyset (a, b = 1, \dots, m ; a \neq b)$.

将多目标问题转化为博弈问题的关键在于将设计变量集合 X 分解为各博弈方拥有的战略集 $S_1, \dots, S_m$. 本文通过计算设计变量对博弈方得益的影响因子指标,并对该指标进行分析、组合归类,得到隶属于各博弈方的战略集 $S_1, \dots, S_m$. 影响因子的计算方法如下.

设定初始设计变量 $X^{(0)} = \{ x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)} \}$,对任意设计变量 x_j ,在其可行空间中按步长 Δx_j 等分为 T 段,第 j 个设计变量 x_j 对第 i 个博弈方 F_i 的影响因子 Δ_{ji} 为

$$\Delta_{ji} = \frac{\sum_{t=1}^T | F_i(x_1^{(0)}, \dots, x_{j-1}^{(0)}, x_j(t), x_{j+1}^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) - F_i(x_1^{(0)}, \dots, x_{j-1}^{(0)}, x_j(t - 1), x_{j+1}^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) |}{T \Delta x_j}$$
 (2)

另外在很多工程问题的多目标设计中,还存在决策者或设计者需要突出强调某单项设计要求,即在多个目标中具有某个目标偏好的问题.对于该问题,传统的多目标优化方法中有很多处理方式,如分量加权和法中通过调整各目标权重来体现目标偏好,层次序列法中通过调整目标优化次序来实现目标偏好,另外还有目

标规划法等. 本文的博弈分析方法处理这一问题的方式是通过调整各博弈方战略集, 将需要强调的某单项设计要求所代表的博弈方作为强势博弈方, 而其他博弈方作为弱势博弈方, 通过各博弈方拥有的战略集空间来定量体现强、弱势地位. 其中强势博弈方的战略集拥有的设计变量影响因子强、数量多(即竞争能力强、可选择的余地大). 通过个体理性的相互竞争, 使强势博弈方在自然选择的过程中脱颖而出, 实现其个体得益的最大化, 体现单项设计要求.

2 重力坝断面的多目标博弈设计

2.1 重力坝断面多目标设计的数学模型

重力坝基本断面如图 1 所示, 其中坝高 H , 坝顶宽度 B 一般为常量, 因此设计变量 X 取断面的其他相关尺寸 x_1, x_2, x_3 .

在通常的单目标优化设计中, 目标函数一般取代表经济性的断面面积 $A(X)$, 但优化结果显示在断面面积得到降低的同时, 稳定约束和坝踵应力会达到临界值^[6-7], 这在安全上存在一定隐患. 为保证安全性, 本文取断面面积和坝踵应力作为双目标函数.

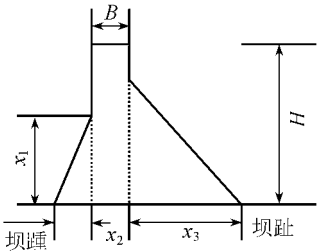


图 1 重力坝断面
Fig.1 Cross-section of gravity dam

双目标设计模型如下:

求设计变量

$$X = \{x_1, x_2, x_3\}$$

使断面面积

$$F_1 = A(X) \rightarrow \min$$

坝踵应力

$$F_2 = \sigma_u(X) \rightarrow \max \quad (\text{压为正})$$

并满足约束条件 (a) 上游坝坡约束 $0 \leq n \leq 0.2$. (b) 下游坝坡约束 $0.5 \leq m \leq 0.9$. (c) 稳定约束 $K \geq [K]$ 或 $K' \geq [K']$. 其中 K 和 K' 分别为按抗剪强度和抗剪断强度公式计算的稳定安全系数, 具体算式见文献 [8]. (d) 应力约束 $\sigma_y^D \leq [\sigma^E]$. σ_y^D 为下游面的垂直正应力, 可按文献 [8] 中附录三用材料力学方法计算.

2.2 纳什均衡

纳什均衡是非合作博弈理论中最重要的一个解概念, 具有的特征性质为博弈中每个博弈方的策略都是针对其他博弈方策略或策略组合的最佳对策. 一般定义为^[9]:

在博弈 $G = \{S_1, \dots, S_m; F_1, \dots, F_m\}$ 中, 如果由各个博弈方的各 1 个策略组成的某个策略组合 $(s_1^*, \dots, s_m^*)$, 任一博弈方 i 的策略 s_i^* 都是对其余博弈方策略组合 $(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_{i+1}^*, \dots, s_m^*)$ 的最佳对策, 也即

$$F_i(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i^*, s_{i+1}^*, \dots, s_m^*) \geq F_i(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_{ij}, s_{i+1}^*, \dots, s_m^*) \quad (3)$$

对任意 $s_{ij} \in S_i$ 都成立, 则称 $(s_1^*, \dots, s_m^*)$ 为 G 的一个“纳什均衡”.

2.3 多目标问题的博弈算法

根据纳什均衡的定义, 本文设计了多目标问题的博弈算法. 设目标 $F_1, F_2, \dots, F_m$ 为博弈的 m 方, $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} = S = \{S_1, S_2, \dots, S_m\}$ 为设计变量组成的所有博弈方的战略集组合, $F_1(s), F_2(s), \dots, F_m(s)$ 为相应博弈方的得益.

a. 通过博弈方战略集的计算, 得到隶属于各博弈方的战略集 $S_1, S_2, \dots, S_m$.

b. 在战略集组合 S 中随机生成初始可行战略组合 $s^{(0)} = \{s_1^{(0)}, s_2^{(0)}, \dots, s_m^{(0)}\}$.

c. 记 $s_1^{(0)}, s_2^{(0)}, \dots, s_m^{(0)}$ 为 $s_1^{(0)}, s_2^{(0)}, \dots, s_m^{(0)}$ 在 $s^{(0)}$ 中相应的补集. 分别以各博弈方的得益 $F_1(s), F_2(s), \dots, F_m(s)$ 为目标, 固定 $s_1^{(0)}, s_2^{(0)}, \dots, s_m^{(0)}$ 在隶属于各博弈方的战略集 $S_1, S_2, \dots, S_m$ 中进行相应的单目标优化设计. 对任意第 i 个 ($i = 1, 2, \dots, m$) 博弈方:

$$\begin{cases} \text{求最优战略 } s_i^* \\ \text{使博弈得益 } F_i(s_i^*, s_i^{(0)}) \rightarrow \text{最佳} \end{cases} \quad (4)$$

并满足约束条件 $g_k(s_i^*, s_i^{(0)}) \quad k = 1, 2, \dots, q$.

d. 令 $s^{(1)} = s_1^* \cup s_2^* \cup \dots \cup s_m^*$. 计算前后 2 个战略组合之间的距离(一种范数)是否满足收敛准则 $\|s^{(1)} - s^{(0)}\| \leq \epsilon$. 若满足, 则博弈结束. 若不满足, 则以 $s^{(1)}$ 替换 $s^{(0)}$ 转步骤 c 进行循环.

图 2 为博弈分析技术框图。

3 工程算例

某混凝土重力坝非溢流断面,已知坝高 110.0 m,设计水位高程 95.0 m 泥沙高程 30.0 m,下游尾水位高程 5.0 m,摩擦系数 $f=0.70$, $f'=1.45$,黏聚力 $c'=1.084$ MPa,允许稳定安全系数 $[K]=1.10$ $[K']=3.00$ 。

影响因子计算结果为 $\Delta_{11}=3.30$, $\Delta_{12}=0.15$, $\Delta_{21}=27.50$, $\Delta_{22}=0.31$, $\Delta_{31}=50.00$, $\Delta_{32}=2.61$ 。从因子的计算结果可以发现,不论是对目标函数 F_1 还是 F_2 ,设计变量的影响因子排序都是 $x_3 > x_2 > x_1$ 。

为反映不同情况下的多目标博弈,本文在 2 个目标函数战略集的划分上有 3 种方式:

- a. 无目标偏好 2 个目标地位平等,战略集划分为 $S_1=\{x_3\}$, $S_2=\{x_1, x_2\}$ 。
- b. 偏好经济性目标 F_1 ,该目标为强势博弈方,战略集划分为 $S_1=\{x_2, x_3\}$, $S_2=\{x_1\}$ 。
- c. 偏好安全性目标 F_2 ,该目标为强势博弈方,战略集划分为 $S_1=\{x_1\}$, $S_2=\{x_2, x_3\}$ 。

表 1 为 3 种情况下的博弈结果与初始设计及文献 [6, 7] 的单目标优化结果对比。从表 1 可看出,3 种博弈设计的结果在上游坡比上均达到上限值 1:0.200,无偏好的双目标博弈设计结果较文献 [6, 7] 的以经济性作为单目标优化设计的结果,断面面积有所增加,但坝踵应力及稳定安全系数均有所提高,表明安全性得到了保障。从 2 种具有偏好目标的双目标博弈设计结果看,均实现了目标偏好的目的。偏好经济性的博弈结果为断面面积较小,经济性好,但坝踵应力和稳定安全系数均较小,安全性下降;偏好安全性的博弈设计结果为坝踵应力和稳定安全系数均较大,提高了安全裕度,但断面面积较大,经济性不好。

表 1 计算结果有关比较

Table 1 Comparison of calculated results

方 案	断面 面积/m ²	设计变量			稳定安全系数		应力/MPa		坝坡	
		x_1 /m	x_2 /m	x_3 /m	K	K'	坝趾	坝踵	上游	下游
初始设计	4731	55.00	6.60	75.60	1.275	4.697	1.690	0.680	1:0.120	1:0.756
文献 [6]	3951	51.15	9.84	58.59	1.101	4.019	2.279	0.133	1:0.192	1:0.586
文献 [7]	3867	54.67	10.92	52.17	1.100	3.918	2.077	0.002	1:0.200	1:0.522
本文 无偏好	4186	54.93	10.99	62.28	1.171	4.277	2.107	0.305	1:0.200	1:0.623
本文 偏好 F_1	3915	54.98	11.00	56.85	1.100	4.004	2.342	0.085	1:0.200	1:0.568
本文 偏好 F_2	5572	54.99	10.98	90.00	1.535	5.668	1.398	0.963	1:0.200	1:0.900

4 结 语

- a. 将多目标博弈分析方法引入重力坝断面设计,为坝工结构设计提供了一种新的途径。算例结果验证了本文方法的有效性。
- b. 不论是无偏好双目标博弈,还是 2 种有偏好的双目标博弈,只需较少的博弈回合(不超过 15 回合),就可以得到收敛的博弈解,计算效率高。
- c. 根据多目标优化方法得到的多目标问题解,有时候可能只是特定条件下脆弱的最优解,即解的稳定性或“健壮性”不够,而通过博弈分析方法得到的多目标问题解,由于其在实质上为博弈问题的纳什均衡,具有一致预测性质^[9],即解是稳定和自我强制的。因此,博弈分析方法得到的解相对于多目标优化方法具有更好的“健壮性”。

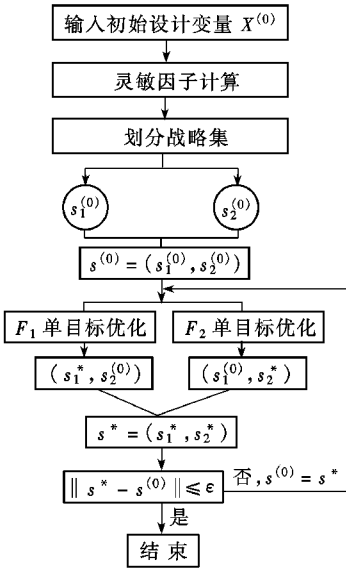


图 2 博弈分析技术框图

Fig.2 Block diagram for game analysis

参考文献：

[1] 钱令希 ,程耿东 ,隋允康 等. 结构优化设计理论与方法的某些进展[J]. 自然科学进展 ,1995 (1) :1-7.

[2] 董雨 ,胡兴祥 ,陈景雄. 多目标决策问题的博弈论方法初探[J]. 运筹与管理 ,2003 ,12 (6) :35-39.

[3] PERIAUX J ,CHEN H Q ,MANTEL B ,et al. Combining game theory and genetic algorithms with application to DDM-nozzle optimization problem[J]. Finite Elements in Analysis and Design ,2001 ,37 (5) :417-429.

[4] PERIAUX J , LIONS J L ,CHEN H Q. Decentralized NASH/Gas optimization strategies for solution of multi-criteria inverse fluid dynamics problem[C]//Proceedings of the CEDYAP Conference. Las Palmas de Gran Canaria :G Winter Ed ,1999 :21-24.

[5] WANG Jiang-feng ,WU Yi-zhao ,PERIAUX J. Decentralized multi-point optimization algorithms for multi-airfoil design in aerodynamics[J]. Journal of Astronautics ,2003 ,24 (1) :71-77.

[6] 蔡新 ,王德信. 模糊优化在坝工结构设计中的应用[J]. 河海大学学报 ,1995 ,23 (6) :10-15.

[7] 孙林松 ,王德信 ,许世刚. 进化策略在重力坝优化设计中的应用[J]. 河海大学学报 :自然科学版 ,2000 ,28 (4) :104-106.

[8] 水利电力部 .SDJ 21—78 混凝土重力坝设计规范[S]. 北京 :水利电力出版社 ,1985.

[9] 谢识予. 经济博弈论[M]. 上海 :复旦大学出版社 ,2002 :69-71.

Application of game analysis to multi-objective design of gravity dam

XIE Neng-gang¹ , SUN Lin-song² , GUO Xing-wen³

- (1. School of Mechanical Engineering , Anhui University of Technology , Maanshan 243002 , China ;
2. School of Water Hydraulic Conservancy & Engineering , Yangzhou University , Yangzhou 225009 , China ;
3. College of Civil Engineering , Hohai University , Nanjing 210098 , China)

Abstract :A multi-objective design was performed for the cross section of a gravity dam. A multi-objective design model was developed with the objective functions selected as the economy objective function and safety objective function , which reflected the area of cross-sections and the stress of dam heel respectively. A solving method based on game theory was proposed , and the technical path and calculation steps for game analysis were established. Case study shows that the present method is effective for solving the multi-objective problem , and it can also realize single objective predilection and obtain satisfactory schemes.

Key words :game ; gravity dam ; multi-objective design ; objective predilection