

基于三维拉格朗日法的大堤应力及裂缝分析

束一鸣¹ 杨 威² 魏 蓬³ 吕惠农¹ 周维垣⁴

(1. 河海大学水利水电工程学院 江苏 南京 210098 ; 2. 国家防汛抗旱总指挥部办公室 北京 100761 ;
3. 淮河水利委员会沂沭泗流域水利管理局 江苏 徐州 221009 ; 4. 清华大学水力发电工程系 北京 100084)

摘要 基于三维快速拉格朗日法 , 对南四湖大堤采动冒落的 5 个工作面进行位移场与应力场的计算 , 并分析可能产生裂缝的区域 , 计算结果与现场观测较为接近 . 据此 , 对尚待开采冒落的 2 个工作面进行预测计算 , 为大堤的持续与永久加固提供依据 .
关键词 拉格朗日法 ; 三维显式有限差分 ; 采动影响计算 ; 大堤 ; 裂缝
中图分类号 : TV698.2 文献标识码 : A 文章编号 : 1000-1980(2006)02-0175-05

三维快速拉格朗日法源于流体力学质团运动的跟踪 , 是连续介质力学中对运动物质一种描述方法 . 该法基于三维显式有限差分法的数值分析方法 , 遵循连续介质假定 , 利用差分格式 , 按时步积分求解 . 随构形的变化不断更新坐标 , 尤其是在发生塑性流动或失稳的情况下 , 可较方便地模拟结构从弹性到塑性屈服、失稳破坏包括大变形的全过程 , 这是一些连续介质方法难以实现的 .
地下采矿工作面冒落会引起上部岩层沉降变形 , 进而形成地面移动盆地 . 地面的水工建筑物如堤坝等随之产生位移变形 , 甚至产生裂缝导致破坏 . 本文采用三维快速拉格朗日法分析模拟随着地下不同深度、不同厚度、不同范围的工作面先后冒落对地面堤坝结构的影响 .

1 三维快速拉格朗日法原理^[1]

三维快速拉格朗日法采用混合离散方法 . 先将连续介质区域划分为常应变六面体单元的集合 , 再将每个六面体划分为以六面体顶点为角点的常应变四面体单元的集合 . 六面体单元的应力、应变值为其四面体单元的体积加权平均 .

a. 用单元节点速度表示单元的应变率 :

$$\xi_{ij} = \frac{1}{6V} \sum_{l=1}^4 (v_i^l n_j^{(l)} + v_j^l n_i^{(l)}) S^{(l)} \tag{1}$$

式中 : V ——四面体体积 ; v_i^l, v_j^l ——四面体内任一点的速率分量 , 上标表示节点的变量 , 下标表示面的变量 ; S ——四面体的外表面面积 ; n_i, n_j ——外表面单位法向向量分量 .

b. 运动平衡方程 . 将作用力和质量均集中在节点上 , 通过运动平衡方程在时间域上求解 . 节点的运动平衡方程可以根据虚功原理推导 . 对于静力学问题 , 为使系统达到平衡 , 还需在节点运动平衡方程中加入惯性阻尼力 . 在整体坐标系下 , 叠加与某节点相关的所有单元在该节点处的运动平衡方程 , 得到节点的整体运动平衡方程 . 根据牛顿定律 , 对每个节点 , 有

$$F_i^l = M^l \left(\frac{dv_i}{dt} \right)^l \quad (i = 1, 2, 3; l = 1, 2, \dots, n_n) \tag{2}$$

式中 : n_n ——物体节点数 ; M^l ——所有与节点 l 相关的单元在节点上产生的虚拟质量之和 ; F_i^l ——在整体坐标下 , 节点 l 在 i 方向上的不平衡力 , 由式(3)给出 .

$$F_i^l = \left(\sum \frac{T_i^n}{3} + \frac{\rho b_i V}{4} \right)^l + P_i^l \tag{3}$$
$$T_i^n = \sigma_{ij} n_j^{(n)} S^{(n)}$$

式中: σ_{ij} ——应力张量; P_i^l ——作用在节点 l 相关上的外力荷载; b_i ——单位质量的体力; ρ ——材料密度。 $\frac{\rho V}{4}$ 及惯性阻尼均采用节点虚拟质量 m^n 来代替,该虚拟质量用来使系统的振动逐渐衰减直至平衡状态。当系统达到平衡状态时,节点的不平衡力等于 0。

c. 用显式有限差分表示时间的导数。考虑到材料本构关系、单元变形率与节点速度的关系以及不平衡力,节点的加速可以表示为

$$\frac{dv_i}{dt} = \frac{1}{M^l} F_i^l(t \{v_i^1 \quad v_i^2 \quad v_i^3 \quad \dots \quad v_i^P\}^l k) \quad (l = 1 \dots n_n) \tag{4}$$

式中: $\{\}^l$ ——计算过程中所有节点的子集; k ——考虑荷载历史的参数。假定单元节点的速度在时间段 Δt 内按线性变化,式(4)左边的导数用该时段中心点处的差分值来表示,则可得

$$v_i^l \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) = v_i^l \left(t - \frac{\Delta t}{2} \right) + \frac{1}{M^l} F_i^l(t \{v_i^1 \quad v_i^2 \quad v_i^3 \quad \dots \quad v_i^P\}^l k) \tag{5}$$

然后,节点的位置坐标利用中心差分来更新:

$$x_i^l(t + \Delta t) = x_i^l(t) + \Delta t v_i^l \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \tag{6}$$

则节点的位移按式(7)计算:

$$u_i^l(t + \Delta t) = u_i^l(t) + \Delta t v_i^l \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \tag{7}$$

式中取初始位移 $u_i^l(0) = 0$ 。

d. 本构模型的增量形式。假定速度在时间段 Δt 内保持为常数,增量形式的本构关系可以表示为

$$\Delta \sigma_{ij} = H_{ij}^* (\sigma_{ij}, \xi_{ij}, k) \tag{8}$$

式中: $\Delta \sigma_{ij}$ ——轮换对称的应力增量; H_{ij}^* ——给定函数; ξ_{ij} ——材料颗粒的速率张量。

Δt 内的小位移及位移梯度可以表示为

$$\xi_{ij} \Delta t = \Delta \epsilon_{ij} \tag{9}$$

式中 $\Delta \epsilon_{ij}$ 为与结构有关的应变改变量,应力增量

$$\Delta \sigma_{ij} = \Delta \sigma_{ij} + \Delta \sigma_{ij}^C \tag{10}$$

式中 $\Delta \sigma_{ij}^C$ 为应力增量的修正量,按式(11)计算:

$$\sigma_{ij}^C = (\sigma_{ik} \omega_{kj} - \omega_{ik} \sigma_{kj}) \Delta t \tag{11}$$

式中 ω 为旋转速率张量。

2 湖西大堤工程及计算概况

2.1 工程概况

南四湖地区属华北地层区,湖西大堤由于下部采煤产生了沉陷与多处裂缝,断续沉降达 100 ~ 350 m,因此需研究湖下、堤下采煤对大堤产生的影响。该地区地层几乎全为第四纪沉积物覆盖,沉积物厚 100 余 m,以冲湖相为主。上部沉积受黄泛影响,最终形成平原。湖西大堤堤基表层以壤土为主,局部为砂壤土。现姚桥矿南段堤防堤身高度为 8.0 ~ 9.4 m,堤顶宽度 9.0 ~ 10.5 m,迎水坡坡比 1:3 左右,背水坡坡比 1:2 ~ 1:3,堤东滩地宽 50 m 左右。

2.2 计算目的与应用软件

对姚桥矿段地下采煤的采空、冒落进行模拟分析,得出堤体及其周围地基的三维位移场;分析由于不均匀沉降产生的拉应力区域,以评估堤体纵向、横向裂缝的范围^[2-3];对后续开采造成的位移和裂缝分布区域进行预测^[4-5]。

分析计算采用美国 Itasca 咨询集团于 20 世纪 90 年代推出的一种基于三维显式有限差分法的数值分析软件 FLAC^{3D}(Fast Lagrangian Analysis of Continua)^[1]。FLAC^{3D}是将时间步长进行迭代的显式有限差分程序,每个时间步长的计算过程见图 1。

2.3 计算区域与参数

以距杨屯河南岸与湖西大堤交界处 1520 m 处为原点,取沿堤轴线方向长度 1 180 m、垂直于堤轴线方向长度 800 m、竖直方向高度 600 m 作为计算区域.设堤底计算标高为 0 m,则堤顶标高为 10 m.开采方位与堤轴线基本垂直.已开挖和待开挖的工作面情况见表 1,计算区域的单元剖分及工作面相互位置分别见图 2 和图 3.

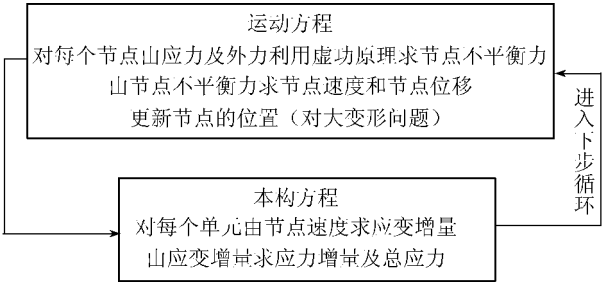


图 1 计算流程
Fig.1 Flow chart of calculation



图 2 计算区域单元剖分
Fig.2 Element subdivision of calculated region

表 1 南区开采工作面位置与范围

Table 1 Location and size of working face of excavation in south area

工作面名	堤底长度/m	湖内长度/m	湖外长度/m	埋深/m	煤厚/m	开采情况
7512	160	100	500	473	5.5	已开采
7514	160	120	550	470	5.6	已开采
7516	100	170	400	490	5.3	已开采
8512	150	90	400	475	2.7	已开采
8514	130	130	500	475	3.1	已开采
8516	130	160	300	500	3.7	未开采
7518	170	150	300	520	5.8	未开采

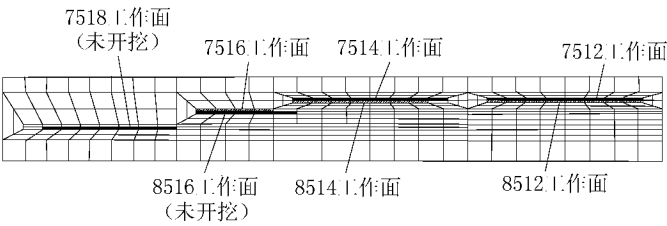


图 3 开采工作面相互位置
Fig.3 Locations of excavated face

3 计算及其结果分析

3.1 已开采工作面冒落后的位移与应力、裂缝

图 4 仅给出已开采工作面冒落后堤顶沿坝轴线三向(x, y, z)的位移.图中, d 为沿堤轴线水平距离; s 为三向位移. x 向位移以堤轴线正方向为正; y 向位移以向湖外为正; z 向位移以向上为正.

计算采用摩尔-库伦破坏准则^[6],计算参数见表 2.

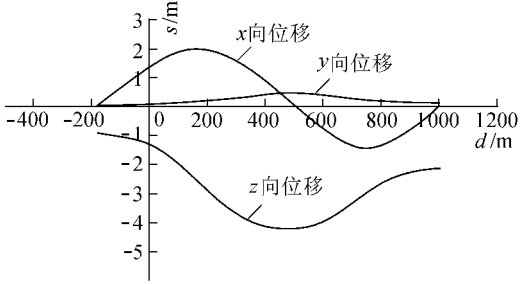


图 4 8514 工作面开采后堤顶沿堤轴线的三向位移
Fig.4 Displacements in three directions at dike top along dike axes after collapse of excavated face No. 8514

表 2 计算参数

Table 2 Calculating parameters

材料	厚度/m	密度 ρ / ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	体积模量 K/MPa	剪切模量 G/MPa	摩擦角 $\varphi/^\circ$	黏聚力 c/kPa	抗拉强度 T/kPa
堤土	10	1930	2.29	0.99	15	28.0	0.853
表土	103	1950	5.09	1.30	17	27.0	0.853
中细砂	35	2 100	209.00	125.00	42		
砂质黏土	45	2 200	79.10	47.50	26	15.0	1.30
砂岩	260	2 400	536.00	352.00	37	2 240.0	960.00
砂质泥岩	146	2 450	159.00	94.80	35	4 370.0	8.10
冒裂带	在砂质泥岩内	2 300	9.17	1.96	32	28.0	2.40

从图 1~4 可知 (a)堤顶面的最大沉降(竖向位移)发生在所取堤段接近中心点处,最大值为 4.3 m;(b)由于湖外的开采长度远大于湖内,工作面范围内堤体均向湖外方向偏移,最大偏移值为 0.4 m (c)由于最大沉降发生在堤段中心处,沿堤轴线方向的位移均趋向堤段中心,最大值为 2.0 m.

本文仅列出拉应力最大、裂缝可能最深的断面.图5为拉应力最大的小主应力 σ_3 分布示意图.地处 $x=990\text{ m}$ 断面.纵向裂缝可能深达 4.1 m ,最大拉应力 $\sigma_{t\max}=0.0483\text{ MPa}$.图中4、5区为拉应力区,拉应力 σ_t 分别为 $0\sim 30\text{ kPa}$, $30.0\sim 48.3\text{ kPa}$;1~3区为压应力区,压应力 σ_c 分别为 $-77.2\sim -50.0\text{ kPa}$, $-50\sim -20\text{ kPa}$, $-20\sim 0\text{ kPa}$.

图6为拉应力最大的中主应力 σ_2 分布示意图.最大拉应力 $\sigma_{t\max}=50\text{ kPa}$.横向裂缝可能最大深度为 2.70 m ,发生在 $x=980\text{ m}$ 断面.图中2区为拉应力区, σ_t 为 $0\sim 50\text{ kPa}$;1区为压应力区, σ_c 为 $-95.5\sim 0\text{ kPa}$.

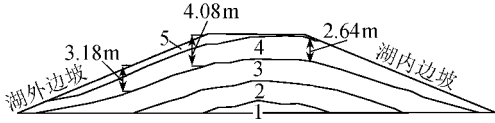


图5 $x=990\text{ m}$ 断面小主应力 σ_3 分布及纵向裂缝的可能最大深度

Fig.5 σ_3 distribution and probable maximum depth of longitudinal cracks at section $x=990\text{ m}$

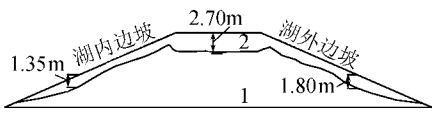


图6 $x=980\text{ m}$ 断面中主应力 σ_2 分布及横向裂缝的可能最大深度

Fig.6 σ_2 distribution and probable maximum depth of lateral cracks at section $x=980\text{ m}$

3.2 计算值与观测值的比较

从1993年至今,姚桥矿南段已开采5个工作面.根据观测资料,该5个工作面最大累积下沉 4.2 m ,同时在堤体表面发现不同程度的裂缝,最大裂缝深度达 3.8 m ,而计算结果显示,最大累积下沉值为 4.3 m ,裂缝深度约为 4.1 m .计算结果与观测值比较接近.

3.3 待开采工作面冒落后的位移与应力、裂缝

预测待开采的8516和7518工作面开采后的位移、小主应力和中主应力的分布见图7~图9.图7中, d 为沿堤轴线水平距离; s 为三向位移. x 向位移以堤轴线正方向为正; y 向位移以向湖外为正; z 向位移以向上为正.图8中的4、5区为拉应力区, σ_t 分别为 $0\sim 20\text{ kPa}$, $20.0\sim 42.3\text{ kPa}$;1~3区为压应力区, σ_c 分别为 $-74.8\sim -40.0\text{ kPa}$, $-40\sim -20\text{ kPa}$, $-20\sim 0\text{ kPa}$.图9中的5区为拉应力区, σ_t 为 $0\sim 25.9\text{ kPa}$;1~4区为压应力区, σ_c 分别为 $-93\sim -60\text{ kPa}$, $-60\sim -40\text{ kPa}$, $-40\sim -20\text{ kPa}$, $-20\sim 0\text{ kPa}$.

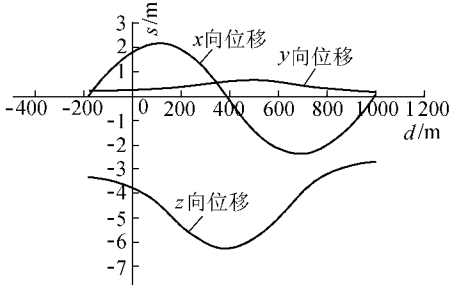


图7 预测7518工作面开采后堤顶沿堤轴线的三向位移
Fig.7 Prediction of displacements in three directions at dike top along dike axes after collapse of excavated face No. 7518

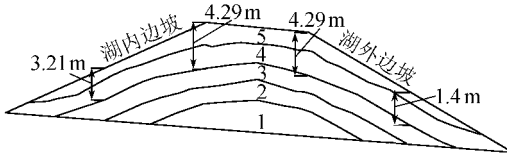


图8 预计 $x=980\text{ m}$ 断面小主应力分布及纵向裂缝的可能最大深度

Fig.8 Prediction of σ_3 distribution and probable maximum depth of longitudinal cracks at section $x=980\text{ m}$

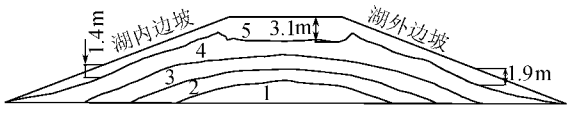


图9 预计 $x=980\text{ m}$ 断面中主应力分布及横向裂缝的可能最大深度

Fig.9 Prediction of σ_2 distribution and probable maximum depth of lateral cracks at section $x=980\text{ m}$

由于增加了2个采空工作面,所以各个指标均有所增加.最大沉降为 6.2 m ;小主应力最大拉应力 $\sigma_{3t\max}=42.3\text{ kPa}$,产生纵向裂缝的可能最大深度为 4.3 m ;中主应力最大拉应力 $\sigma_{2t\max}=25.9\text{ kPa}$,产生横向裂缝的可能最大深度为 3.1 m .

4 结 语

三维快速拉格朗日法在分析岩土工程结构的弹塑性力学行为、模拟施工(包括开采工作面冒落)过程等方面具有明显优越性,尤其在发生塑性流动或失稳的情况下,可以较为方便地模拟结构从弹性到塑性屈服、失稳破坏包括大变形的全过程.这是一些连续介质方法难以实现的.

由于对南四湖地区姚桥矿段已开采冒落的5个工作面关于堤顶位移、拉应力及裂缝可能发生区域的计算

分析结果与观测数据较为接近,对尚待开采的 2 个工作面进行的预测计算结果便具有较高的可信度.与概率积分法^[7]相比,预测结果更为精确.

预测在现有开采工作面冒落情况下,最大沉降量将会增加 1.9 m,纵向裂缝深度最大值将会增加 0.2 m,横向裂缝深度最大值将会增加 0.4 m.但是,预测计算最大值的产生部位不再是已开采工作面冒落产生最大值的部位.

预测计算结果将为堤防在冒落过程中持续加固及永久加固方案^[2,8]的拟定提供设计依据,也将为类似工程防洪评价的专题研究提供参考.

参考文献:

- [1] FLAC-3D. Fast langrangian analysis of continua in 3 Dimensions, Version 2.1 user manual[M]. Minneapolis: Itasca Consulting Group, Inc., 2002.
- [2] 束一鸣,殷宗泽,李冬田,等. 受采动影响淮堤的安全论证与加固[J]. 水利水电科技进展, 1998, 18(6): 28-31.
- [3] 陈忠辉,谢和平,王家臣. 综放开采顶煤三维变形、破坏的数值分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(3): 309-313.
- [4] 祁生文,伍法权,严福章. 阿坝铝厂地基与边坡变形稳定性预测[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(6): 719-723.
- [5] 柴建设,陈彩,甘得清. 用拉格朗日元法分析矿山边坡的稳定性[J]. 矿业研究与开发, 2000, 20(5): 11-13.
- [6] 沈珠江. 关于破坏准则和屈服函数的总结[J]. 岩土工程学报, 1995, 17(1): 1-8.
- [7] 吕惠农,束一鸣,刘军. 湖下采煤影响预计与防洪安全措施[J]. 山东煤炭科技, 2005(4): 55-56.
- [8] 束一鸣. 针刺织物用于反滤的实践[J]. 水利学报, 2002, 33(11): 95-102.

Stress and crack analysis for dike after mining and collapse based on 3-D Lagrangian method

SHU Yi-ming¹, YANG Wei², WEI Peng³, LÜ Hui-nong¹, ZHOU Wei-yuan⁴

(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. National Command Office of Flood and Draught Prevention, Beijing 100761, China;

3. Yishusi Basin Management Bureau of Water Resources, Huaihe River Commission, Xuzhou 221009, China;

4. Department of Hydraulic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract The displacement field and stress field for five working faces were calculated for the dike of the Nansi Lake after mining and collapse by use of 3-D fast Lagrangian method, and the regions where cracks might occur were analyzed. The calculated results accord with the field data. Based on it, a predicting calculation was performed for two working faces to be excavated, providing a basis for sustainable and permanent reinforcement of the dike.

Key words Lagrangian method; 3-D explicit finite difference; calculation of influence induced by mining; crack; dike